

1.1.23 Vztahy mezi veličinami popisujícími pohyb

Předpoklady: 010122

Pedagogická poznámka: Cílem hodiny je:

získání citu pro „diferenciální chování“ veličin, nácvik dovednosti „dodržování pravidel“ (kreslení derivovaných nebo integrovaných křivek jde často proti selským očekáváním a v takových situacích mají žáci tendenci pravidla opouštět).

Pedagogická poznámka: Když se studentů zeptáte, jakým vztahem jsou dráha, rychlost a zrychlení svázány, začnou ihned navrhnout vzorce typu $s = vt$ a $v = at$. Myslím, že je to poměrně zásadní chyba. Ukazuje na to, že studenti nerozlišují mezi obecnými vztahy (které platí pořád) a speciálními vztahy pro jeden konkrétní druh pohybu. Bavíme se o tom.

Máme tři veličiny popisující pohyb a dva vztahy, které je spojují navzájem.

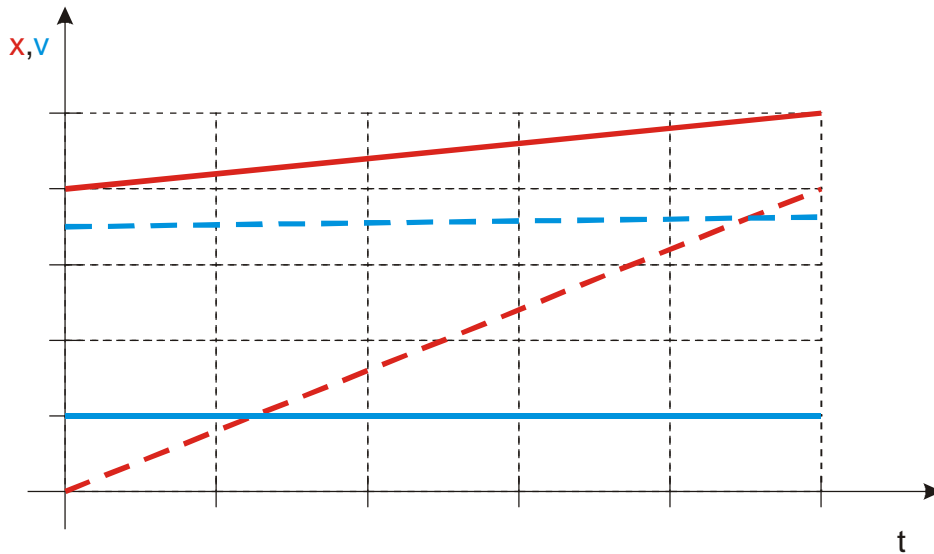
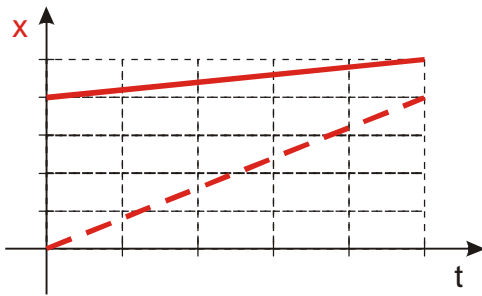
- $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ Rychlost je změna polohy za změnu času.
- $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ Zrychlení je změna rychlosti za změnu času.

Vztah $x \leftrightarrow v$ je zcela stejný jako vztah $v \leftrightarrow a$. Podobných dvojic je ve fyzice mnoho. Vztah, kdy jedna veličina udává změnu druhé za změnu času (nebo změnu jiné veličiny), je jedním z nejčastějších a je ukryt v samých základech našeho světa.

Jeho přesné matematické zachycení je bohužel obtížné, protože vyžaduje pochopení chování nekonečně malých veličin. V době, kdy I. Newton objevoval základní zákony mechaniky, tento druh matematiky ještě v podstatě neexistoval a Newton jej musel objevit (spolu s fyzikou). Dnes se tento druh matematiky (infinitezimální počet) vyučuje (na mnoho školách nevyučuje) na konci čtvrtého ročníku a ve středoškolské fyzice se prakticky nepoužívá. Kvalitativní pochopení podstaty vztahu mezi měnícími se veličinami však přesný matematický popis nepožaduje a můžeme se ho naučit i pomocí grafů.

Celou hodinu budeme kreslit grafy pohybových veličin. Budeme dodržovat dosavadní barevné značení: poloha červeně, rychlost modře a zrychlení zeleně.

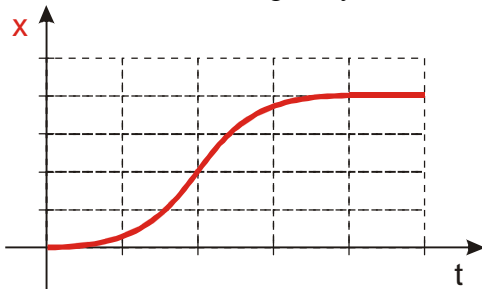
Př. 1: Nakresli do obrázku grafy rychlostí obou pohybů zobrazených na následujícím obrázku.



Rychlost je změnou pohybu za změnu času \Rightarrow nezáleží na tom, jak velká dráha je, ale jak se mění \Rightarrow čárkovaný pohyb je pohyb s větší rychlostí, protože graf jeho dráhy rychleji stoupá.

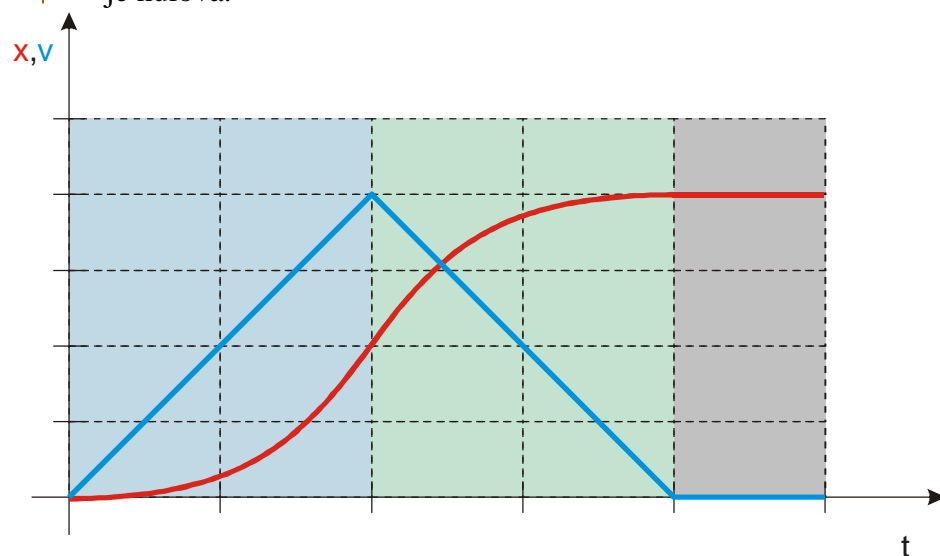
Pedagogická poznámka: Většina studentů příklad vyřeší. S menšinou, která neuspěje, je třeba příklad důkladně probrat. Většinou je problém v tom, že tento typ studentů vůbec nekreslí rychlost podle sklonu křivky dráhy, ale podle jejich hodnot. Většinou je potřeba takové studenty dotlačit do stavu, kdy si sami uvědomí, že grafy, které svoji metodou získají nic nevyovídají rychlosti.

Př. 2: Nakresli do obrázku graf rychlosti zachyceného pohybu.



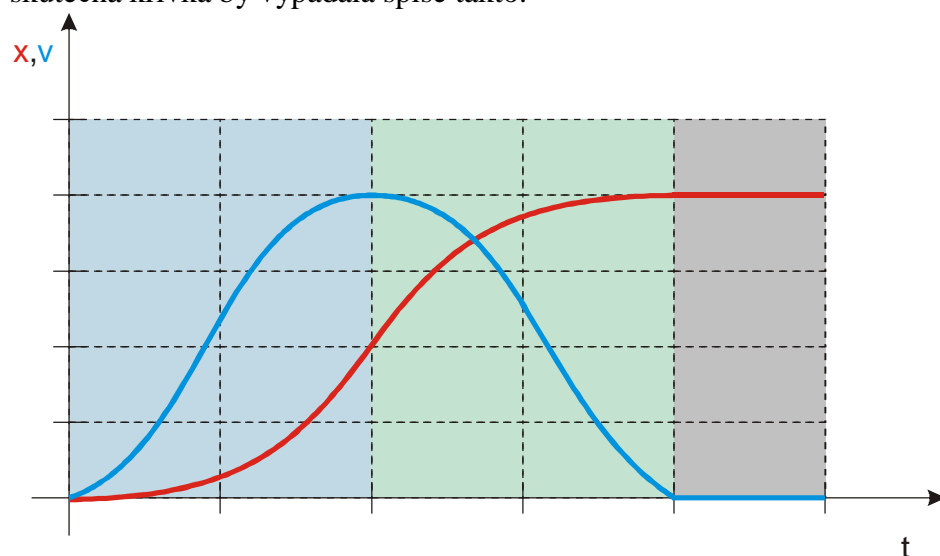
- V první části pohybu (modré pozadí) se poloha zvětšuje čím dál rychleji (je čím dál strmější) \Rightarrow rychlost poroste.
- V druhé části pohybu (zelené pozadí) se poloha zvětšuje čím dál pomaleji (je čím dál pozvolnější) \Rightarrow rychlost klesá až k nule.

- Ve třetí části pohybu (šedé pozadí) se poloha nemění (graf je vodorovný) \Rightarrow rychlost je nulová.



Pedagogická poznámka: Studenty nechám jenom chvíli. První si řekneme, že pohyb se skládá z několika částí a proto si graf rozdělíme a budeme ho po částech kreslit (rozdělování příkladů ne menší části není pro studenty samozřejmé a je třeba ho zdůrazňovat). Nechci po studentech, aby si do sešitů kreslili pozadí, ale snažím se, aby si do grafu dokreslili svislé čáry, které ho dělí na jednotlivé fáze. Největší problém mají studenti s druhou a třetí částí grafu, kdy nezačnou zmenšovat hodnoty rychlosti, ale podle grafu dráhy se snaží i rychlost dále zvětšovat a dokreslí ji jako vodorovnou čáru. Takové případy navádím k tomu, aby porovnali dráhu a rychlost v třetí části, obrázek pak většinou opraví.

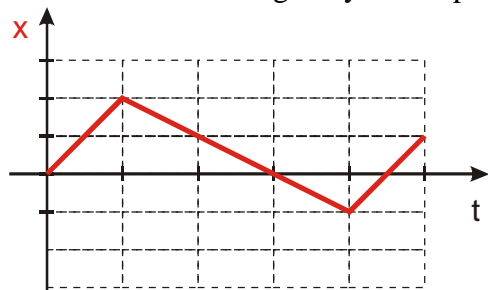
Kreslení grafů rychlosti „podle pohledu“ nám neumožňuje dosáhnout zcela přesného výsledku, zcela přesného tvaru křivek. Čára, kterou jsme nakreslili do grafu, není jediná, která splňuje náš slovní popis. Dokonce platí, že opravdový svět „nemá rád ostré hrany, takže skutečná křivka by vypadala spíše takto.



Přesněji bychom mohli získat graf rychlosti třeba tak, že bychom z grafu dráhy odečetli hodnoty do tabulky, ve které bychom spočetli hodnoty rychlosti a ty pak vynesli do grafu. Takový postup je však daleko pracnější a jelikož pro všechny naše další úvahy budou všechny

čáry vyhovující slovnímu podání dostatečně dobré, nebudeme se tímto problémem dále zabývat a většinou budeme kreslit všechny grafy tak, jako by jednotlivé části pohybu byly buď rovnoměrné nebo rovnoměrně zrychlené.

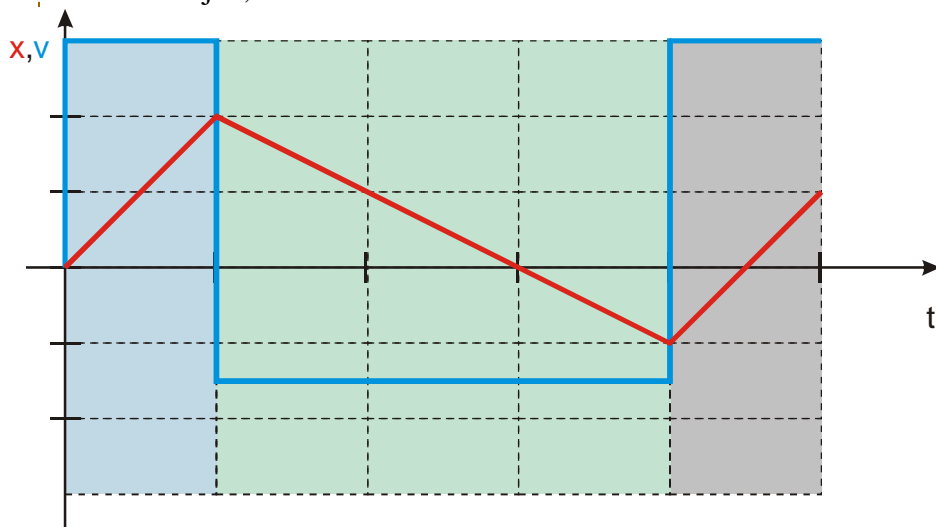
Př. 3: Nakresli do obrázku graf rychlosti pohybu zobrazeného na následujícím obrázku.



Jak by vypadal graf zrychlení pro tento pohyb?

Ve všech úsecích jsou částí grafu dráhy přímé úseky \Rightarrow ve všech částech se předmět pohybovat rovnoměrně (s konstantní rychlostí).

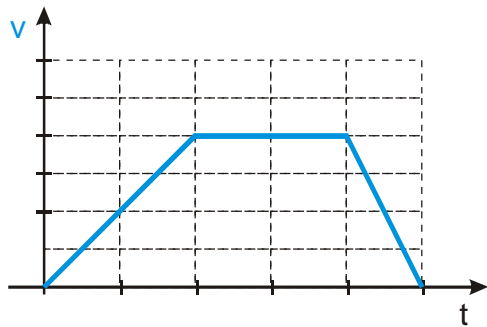
- V první části pohybu (modré pozadí) se poloha zvětšuje rovnoměrně (je stále stejně strmý) \Rightarrow rychlost je stále stejná, kladná.
- V druhé části pohybu (zelené pozadí) se poloha rovnoměrně zmenšuje \Rightarrow rychlost je stále stejná, záporná a její velikost je menší než v první části pohybu.
- Ve třetí části pohybu (šedé pozadí) je situace stejná jako v první části \Rightarrow rychlost je stále stejná, kladná.



Zrychlení udává změnu rychlosti za čas. Rychlost je však po celou dobu konstantní (mění se pouze skokem) \Rightarrow zrychlení by mělo být pořád nulové, což není moc reálné.

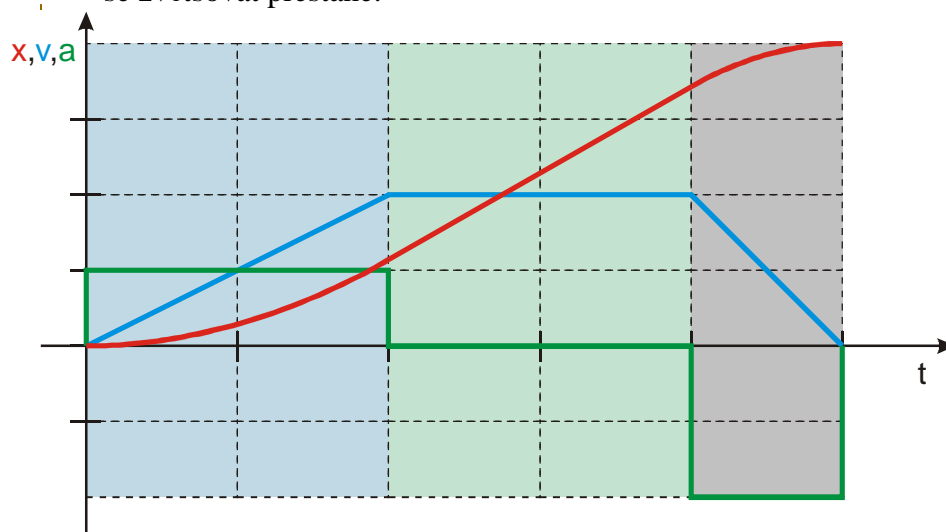
Nelogičnost předchozího grafu (nulové zrychlení v situaci, kdy se rychlost změnila) jen dokumentuje, že ve skutečnosti není možné, aby se v grafu dráhy vyskytovaly ostré hrany a rychlost se skokově měnila.

Př. 4: Nakresli do obrázku grafy zrychlení a polohy pohybu zobrazeného na následujícím obrázku grafem rychlosti.



Ve všech úsecích jsou části grafu rychlosti přímé úseky \Rightarrow ve všech částech se předmět pohybovat rovnoměrně zrychleně nebo rovnoměrně.

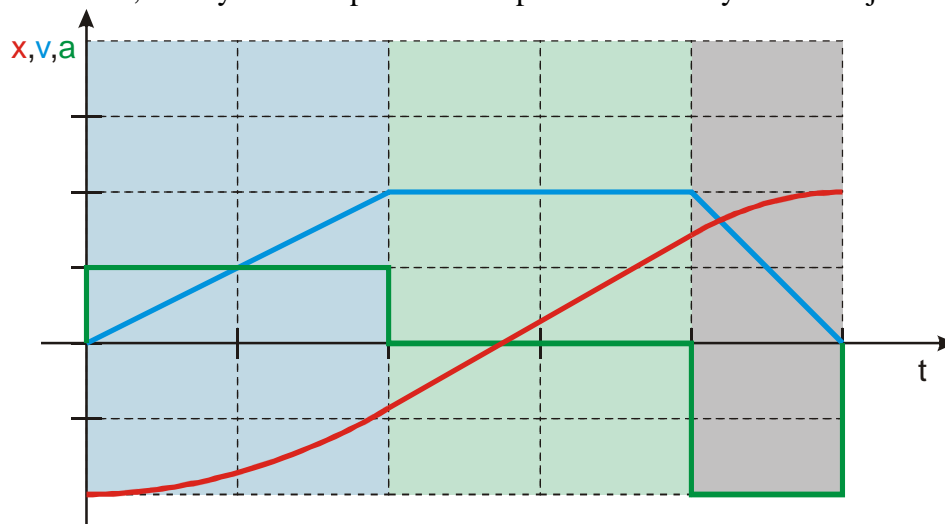
- V první části pohybu (modré pozadí) se rychlost zvětšuje rovnoměrně (graf je stále stejně strmý) \Rightarrow zrychlení je stále stejné, kladné, poloha se zvětšuje čím dále rychleji (strmost grafu stoupá).
- Ve druhé části pohybu (zelené pozadí) je rychlost stále stejná \Rightarrow zrychlení je nulové (rychlost se nemění) a poloha se rovnoměrně zvětšuje (graf má stále stejný sklon).
- Ve třetí části pohybu (šedé pozadí) se rychlost rovnoměrně zmenšuje (s větším sklonem než v první části) \Rightarrow zrychlení je stále stejné, záporné, s větší velikostí než v první části pohybu, poloha se zvětšuje čím dál pomaleji, na konci třetí části pohybu se zvětšovat přestane.



Pedagogická poznámka: Při hodině doporučuji kreslit nejdříve celý graf zrychlení a pak teprve graf dráhy.

Pedagogická poznámka: Na začátku předchozího příkladu je dobré varovat studenty, aby se při kreslení grafu polohy drželi zpátky a ze začátku používali spíše menší hodnoty. Nejčastější chybou je totiž nedodržování sklonů mezi jednotlivými částmi grafu dráhy. Studenti většinou nakreslí na konci první části příliš velký sklon grafu, který nemohou v další části dodržet.

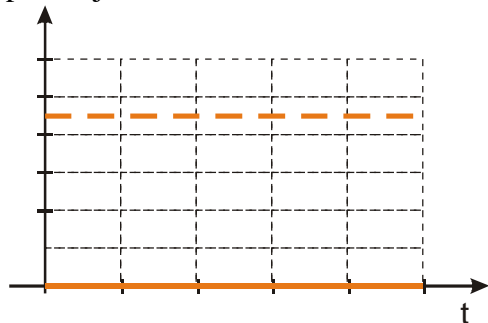
Př. 5: Rozhodni, zda by řešením předchozího příkladu mohl být i následující obrázek:



Změnil se graf polohy, nezačíná v nule, ale v záporné hodnotě. Jinak je zcela stejný. Protože graf rychlosti popisuje jenom změny grafu polohy a nic neříká o jeho hodnotách, může být nakreslený graf také správný.

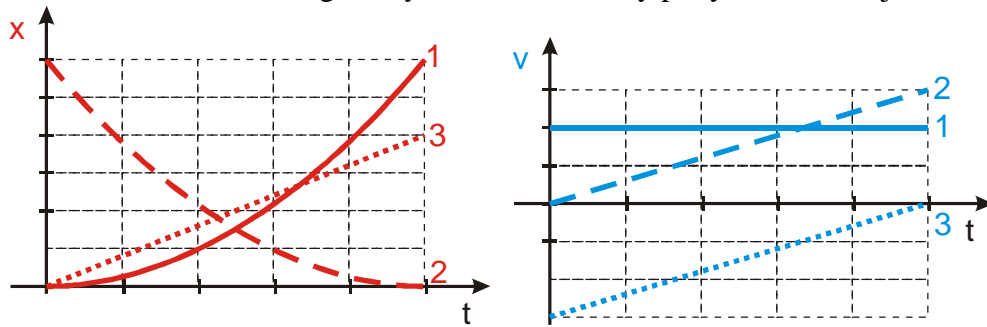
Graf polohy můžeme posunout o libovolnou vzdálenost v kolmém směru (změníme místo odkud předmět vyjel, ale ne způsob jakým se pohyboval).

Př. 6: Na obrázku jsou grafy rychlosti a polohy neznámého pohybu. Ke každému grafu přiřaď jeho veličinu.



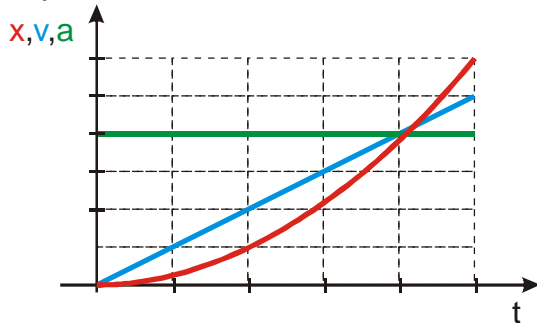
Čárkovaný graf je grafem polohy. Ta se nemění a rychlost je tedy nulová. Kdyby čárkovaný graf patřil rychlosti, musela by poloha rovnoměrně růst a jejím grafem by byla šikmá čára.

Př. 7: Na dvojici obrázků jsou tři grafy polohy a tři grafy rychlosti. Spoj grafy, které patří k sobě, a dokresli k nim graf zrychlení. Jaké druhy pohybu znázorňují?

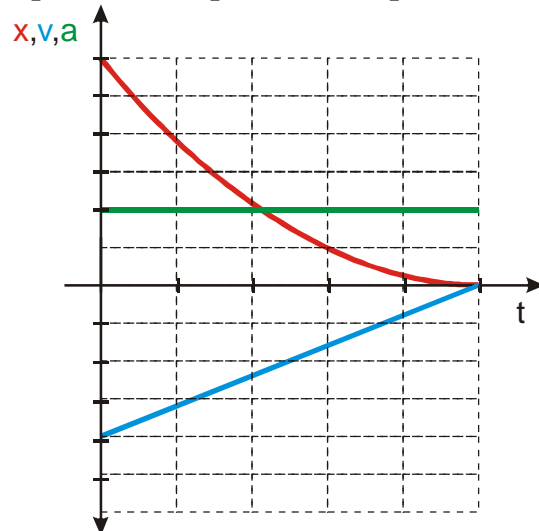


- Poloha na grafu 1 roste čím dál rychleji \Rightarrow její rychlost musí být kladná a zvětšovat se \Rightarrow jde o graf 2.
- Poloha na grafu 2 klesá čím dál pomaleji \Rightarrow její rychlost musí být záporná a zvětšovat se k nule \Rightarrow jde o graf 3.
- Poloha na grafu 3 roste stále stejně \Rightarrow její rychlost musí konstantní \Rightarrow jde o graf 1.

Zrychlování

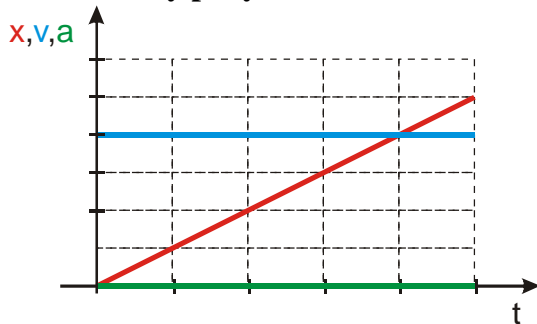


Zpomalování (při návratu zpět)



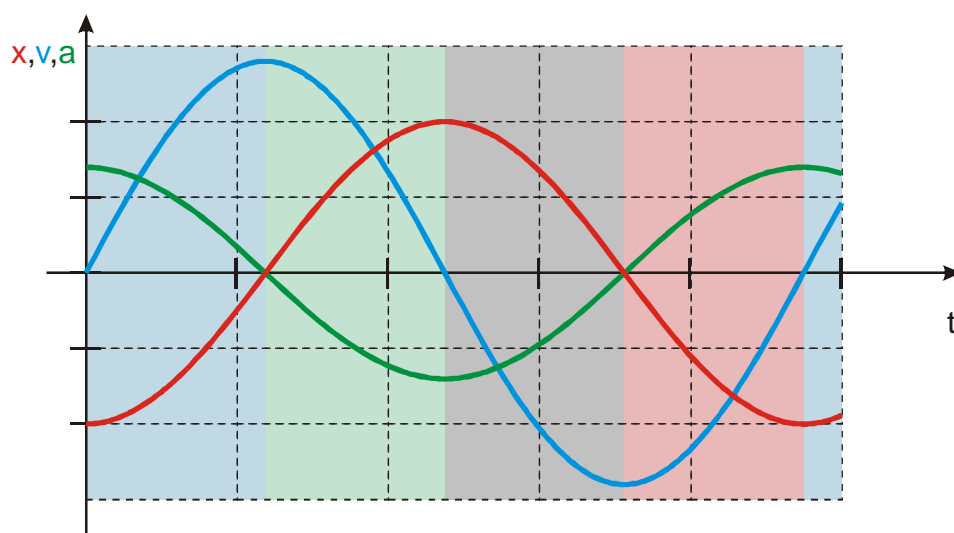
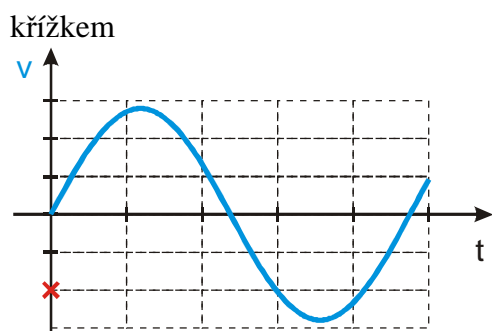
Zrychlení je kladné, protože se zmenšuje záporná rychlost.

Rovnoměrný pohyb



Pedagogická poznámka: Snažím se, abychom poslední příklad stihli. Pokud postupujeme pomalu, předchozí příklady přeskakujeme. Studenty upozorňuji, že oba výsledky by měly být plynulé křivky bez ostrých míst. Kontrolu samozřejmě provádíme na tabuli po částech se slovním komentářem. Po každé části nechávám studentům kousek času, aby si zkusili příklad dodělat.

Př. 8: Na obrázku je nakreslen graf rychlosti. Dokresli do obrázku nejdříve graf zrychlení a poté graf polohy. Graf polohy začni kreslit z místa označeného na ose y červeným



Postupujeme podle jednotlivých částí:

- V první části pohybu (modré pozadí) se rychlost zvětšuje čím dál pomaleji (graf je čím dál méně strmý) \Rightarrow zrychlení je kladné, ale stále se zmenšuje, poloha se zvětšuje čím dále rychleji (strmost grafu stoupá).
- Ve druhé části pohybu (zelené pozadí) je rychlost kladná, ale zmenšuje se čím dál rychleji \Rightarrow zrychlení je záporné a čím dál větší a poloha se zvětšuje, ale čím dál pomaleji.
- Ve třetí části pohybu (šedé pozadí) je rychlost záporná, zvětšuje se čím dál pomaleji \Rightarrow zrychlení je záporné a čím dál menší a poloha se zmenšuje čím dál rychleji.
- Ve čtvrté části pohybu (červené pozadí) je rychlost záporná, čím dál rychleji se zmenšuje její velikost a rychlost se blíží nule \Rightarrow zrychlení je kladné a čím dál větší a poloha se zmenšuje čím dál pomaleji.

Shrnutí: Poloha, rychlost a zrychlení jsou svázány svými změnami v čase.