

1.1.28 Znaménka

Předpoklady: 010125

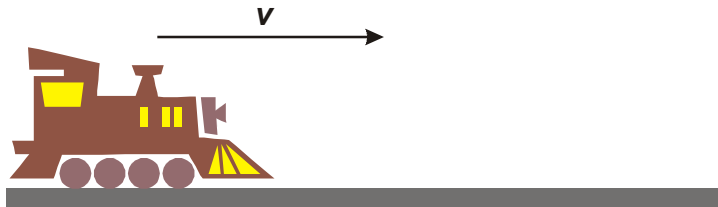
Opakování:

Veličiny s velikostí a směrem = vektorové veličiny.

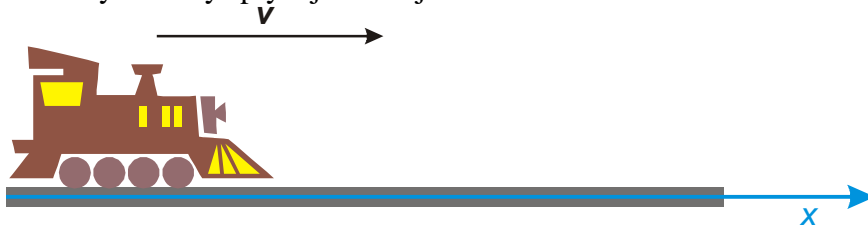
Vektor je určen také svým koncovým bodem (pokud začíná v počátku) \Rightarrow polohu bodu můžeme určit pomocí vektoru, který začíná v počátku a v daném bodu končí. Takový vektor se označuje jako **polohový vektor** (tímto způsobem se popisuje poloha ve vysokoškolské fyzice).

V této hodině si ujasníme problémy, které jsme dosud měli se znaménky u zrychlených pohybů.

Př. 1: Na obrázku je nakreslen vlak, který se pohybuje po přímé trati, nakresli k němu vhodnou souřadnou soustavu.



V tomto případě se vlak pohybuje po přímce \Rightarrow na popis nám stačí pouze jedna souřadnice x . Všechny vektory splývají se svojí x -ovou složkou.



Př. 2: Jaké znaménko bude mít v souřadné soustavě zavedené v předchozím příkladu:

- x -ová složka rychlosti, když vlak pojedí zleva doprava?
- x -ová složka rychlosti, když vlak pojedí zprava doleva?
- x -ová složka zrychlení, když vlak jedoucí zleva doprava začne brzdit?
- x -ová složka zrychlení, když vlak jedoucí zprava doleva začne brzdit?

a) x -ová složka rychlosti, když vlak pojedí zleva doprava?

rychlost má stejný směr jako osa $x \Rightarrow$ má kladné znaménko

b) x -ová složka rychlosti, když vlak pojedí zprava doleva?

rychlost má opačný směr než osa $x \Rightarrow$ má záporné znaménko

c) x -ová složka zrychlení, když vlak jedoucí zleva doprava začne brzdit?

zrychlení má opačný směr než osa x (snaží se vyrobit rychlost se směrem zprava doleva) \Rightarrow zrychlení má záporné znaménko

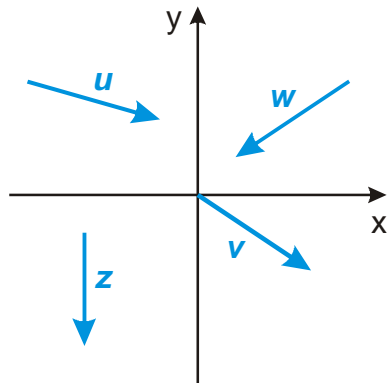
d) x -ová složka zrychlení, když vlak jedoucí zprava doleva začne brzdit?

zrychlení má stejný směr jako osa x (snaží se vyrobit rychlost se směrem zleva doprava) \Rightarrow zrychlení má kladné znaménko

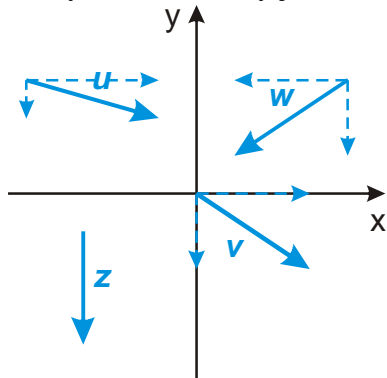
Pokud je orientace složky vektoru shodná s orientací příslušné souřadné osy, je její znaménko kladné, pokud je její orientace opačná, znaménko je záporné.

⇒ Kdybychom změnil orientaci souřadné osy, všechna znaménka z příkladu 2, by se změnila.

Př. 3: Urči znaménka x -ových a y -ových složek vektorů na obrázku. Dokresli do obrázku libovolný vektor a , pro který platí: $a_x < 0$, $a_y > 0$.



Přimyslíme si složky jednotlivých vektorů.



Je vidět, že platí:

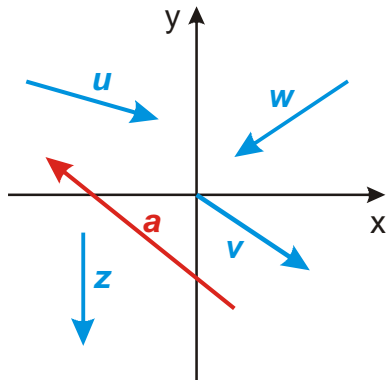
$$u_x > 0, u_y < 0$$

$$v_x > 0, v_y < 0$$

$$w_x < 0, w_y < 0$$

$$z_x = 0, z_y < 0$$

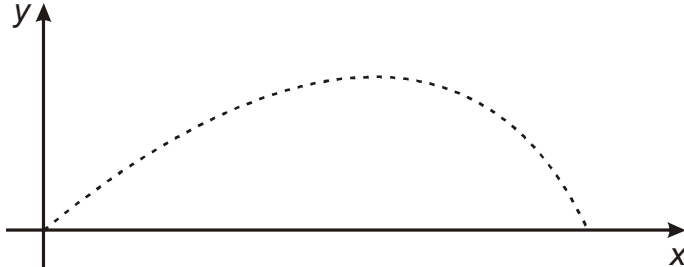
Vektor a musí směřovat doleva nahoru:



Pedagogická poznámka: Pokud hodina nejde dobře, následující příklad vynechte. Na zbývající část hodiny je potřeba nejlépe 30 minut.

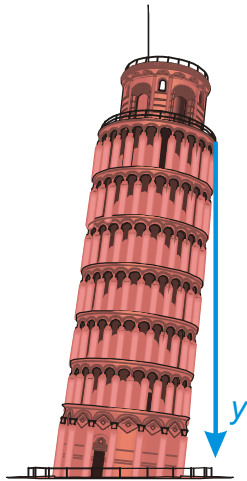
- Př. 4:** Nakresli soustavu souřadnic vhodnou pro sledování hodu oštěpem. Jaké znaménko má v této soustavě souřadnic:
- vodorovná složka rychlosti
 - svislá složka rychlosti
 - zrychlení, kterým Země přitahuje oštěp

Potřebujeme dvě souřadnice, počátek umístíme do místa, odkud byl oštěp hozen, osa x směřuje vodorovně ve směru hodu, osa y je svislá směřuje kolmo nahoru.



- vodorovná složka rychlosti je po celou dobu letu kladná
- svislá složka rychlosti je nejdříve kladná, od okamžiku, kdy oštěp začne klesat je záporná
- zrychlení, kterým Země přitahuje oštěp je záporné (směřuje dolů)

Jedním z okamžiků, ve kterých se zrodila fyzika jako experimentální věda, byla chvíle, kdy Galileo Galilei začal pouštět z ochozu šikmé věže v Pise různé těžké koule. Navrhni vhodnou souřadnou soustavu pro tento experiment.



Koule padaly kolmo dolů \Rightarrow stačí nám jediná souřadnice (třeba y), směřující kolmo dolů.

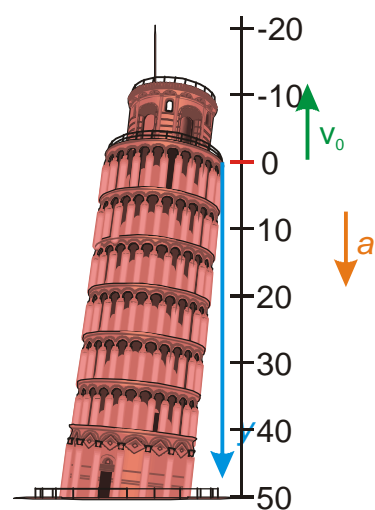
- Př. 5:** Jaké znaménko bude mít ve zvolené soustavě souřadnic:
- rychlost koule okamžik před dopadem
 - zrychlení, kterým Země koule urychluje
 - počáteční rychlost, kdyby Galileo koule vyhazoval kolmo vzhůru

- Rychlost koule okamžik před dopadem je kladná.
- Zrychlení, kterým Země koule urychluje je kladné (směřuje kolmo dolů jako osa y).
- Počáteční rychlost, kdyby Galileo koule vyhazoval kolmo vzhůru, by byla záporná (směřuje kolmo vzhůru, tedy proti směru osy y).

Ve zbytku hodiny si ukážeme, že doopravdy nezáleží na tom, jakou soustavu souřadnic si zvolíme, protože ve všech soustavách souřadnic získáme stejné výsledky. Budeme se zabývat Galileiho pokusem.

Pokud koule doopravdy házel, činil tak zřejmě z nejvyššího ochozu, který je 48 metrů nad zemí. Abychom získali jednodušší rovnice, budeme předpokládat, že ochoz byl o dva metry výše (vzhledem k tomu, že se věž několik staletí postupně propadala to není příliš odvážné) a Galileo házel koule z výšky 50 m. Aby byl příklad znaménkově zajímavější budeme předpokládat, že je nepouštěl volně, ale házel je kolmo vzhůru rychlostí 15 m/s. Za jak dlouho dopadla takto hozená koule na zem? Zrychlení, kterým Země působí na kouli, má velikost 10 m/s^2 .

Př. 6: Urči hodnoty jednotlivých veličin v předchozím zadání, pokud použijeme souřadnou soustavu nakreslenou před chvílí. Dosazením do odpovídající rovnice urči okamžik, ve kterém koule dopadne na zem. Předpokládej, že Galileo házel koule z výšky 50 m, rychlostí 15 m/s směrem vzhůru. Koule se po vyhození pohybovala se zrychlením o velikosti 10 m/s^2 .



Zakreslíme si obrázek situace, vedle věže si nakreslíme metr (nula v místě počátku souřadné soustavy, kladné hodnoty ve směru osy y).

Hodnoty neznámých:

- $v_0 = -15 \text{ m/s}$ (počáteční rychlost směřuje proti směru osy y)
- $a = 10 \text{ m/s}^2$ (zrychlení směřuje ve směru osy y)
- $y_0 = 0 \text{ m}$ (házíme z počátku soustavy souřadnic)
- $y = 50 \text{ m}$ (kámen dopadne do místa, kterému na metru odpovídá 50 m).

Koule se celou dobu pohybovala rovnoměrně zrychleně \Rightarrow dosadíme do rovnice pro polohu rovnoměrně zrychleného pohybu (známe v ní všechny veličiny kromě t)

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$50 = 0 + (-15)t + \frac{1}{2} \cdot 10 t^2$$

$$50 = -15t + 5t^2 \quad /:5$$

$$10 = -3t + t^2$$

$$t^2 - 3t - 10 = 0$$

Protože jsme zvolili opravu krásná čísla, můžeme rovnici převést do součinnového tvaru:

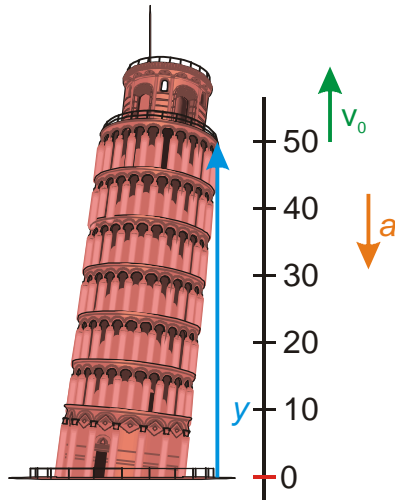
$$(t - 5)(t + 2) = 0$$

$$t_1 = 5 \text{ s}, t_2 = -2 \text{ s}$$

Koule vyhozená Galileim dopadne na zem za 5 s.

Poznámka: Fyzikální význam má i druhý (na první pohled nesmyslný) záporný kořen. Pokud by někdo 2 sekundy před Galileim hodil ze země kolmo vzhůru rychlostí 35 m/s kouli, po dvou sekundách by doletěla do výšky ochozu a pak by se pohybovala přesně stejně jako koule vržená Galileim.

Př. 7: Vypočti předchozí příklad, pokud zvolíš soustavu souřadnic s počátkem na zemi pod ochozem s osou y směřující kolmo vzhůru.



- $v_0 = 15 \text{ m/s}$ (počáteční rychlost směřuje ve směru osy y)
- $a = -10 \text{ m/s}^2$ (zrychlení směřuje proti směru osy y)
- $y_0 = 50 \text{ m}$ (házíme z místa, které je 50 m od počátku soustavy souřadnic kladným směrem)
- $y = 0 \text{ m}$ (kámen dopadne na zem v místě, které jsme zvolili jako počátek soustavy souřadnic)

Dosadíme do rovnice pro polohu rovnoměrně zrychleného pohybu.

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

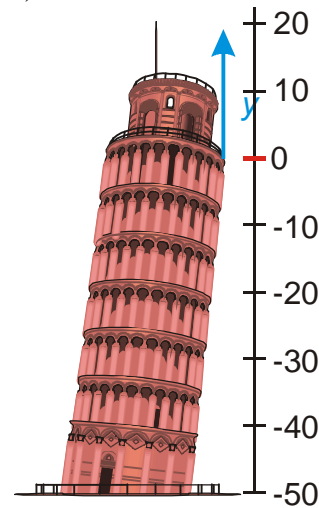
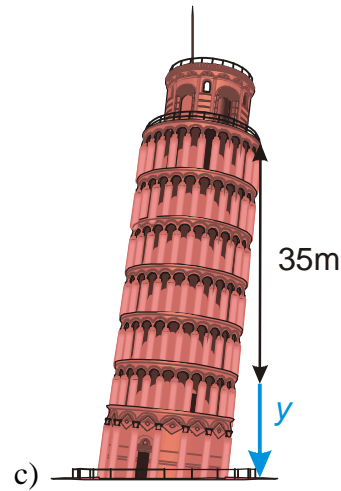
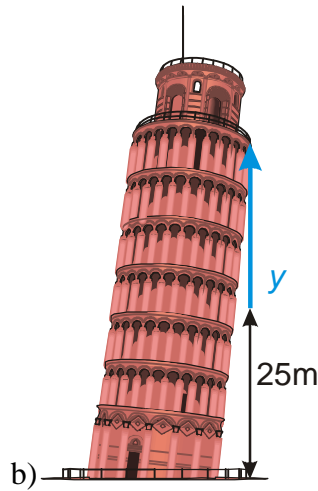
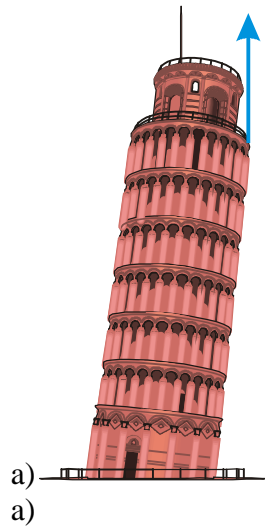
$$0 = 50 + 15t + \frac{1}{2} \cdot (-10) t^2$$

$$0 = 50 + 15t - 5t^2 \quad /:5$$

$$0 = 10 + 3t - t^2$$

$t^2 - 3t - 10 = 0$ - stejná rovnice jako v předchozím případě, nemusíme pokračovat dále, je jasné, že získáme stejné výsledky

Př. 8: Vypočítí předchozí příklad pomocí soustav souřadnic naznačených na jednotlivých obrázcích.



$v_0 = 15 \text{ m/s}$ (počáteční rychlost směřuje ve směru osy y)
 $a = -10 \text{ m/s}^2$ (zrychlení směřuje proti směru osy y)
 $y_0 = 0 \text{ m}$ (házíme z počátku soustavy souřadnic)
 $y = -50 \text{ m}$ (místo dopadu odpovídá na ose y hodnota -50 m)
 Dosadíme do rovnice pro polohu:

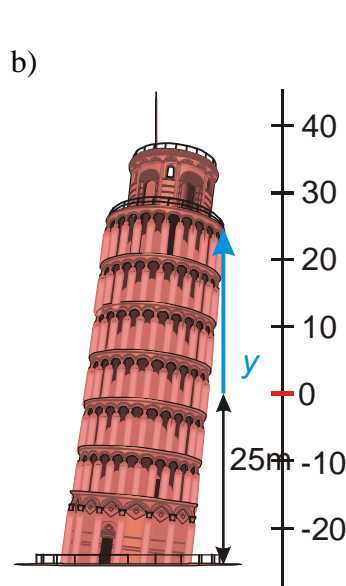
$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$-50 = 0 + 15t + \frac{1}{2} \cdot (-10) t^2$$

$$0 = 50 + 15t - 5t^2 \quad /:5$$

$$0 = 10 + 3t - t^2$$

$t^2 - 3t - 10 = 0$ - stejná rovnice jako v předchozích případech, nemusíme pokračovat dále, je jasné, že získáme stejné výsledky



$v_0 = 15 \text{ m/s}$ (počáteční rychlost směřuje ve směru osy y)
 $a = -10 \text{ m/s}^2$ (zrychlení směřuje proti směru osy y)
 $y_0 = 25 \text{ m}$ (místo, ze kterého házíme, odpovídá na ose y hodnota 25 m)
 $y = -25 \text{ m}$ (místo dopadu, odpovídá na ose y hodnota -25 m)
 Dosadíme do rovnice pro polohu

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$-25 = 25 + 15t + \frac{1}{2} \cdot (-10) t^2$$

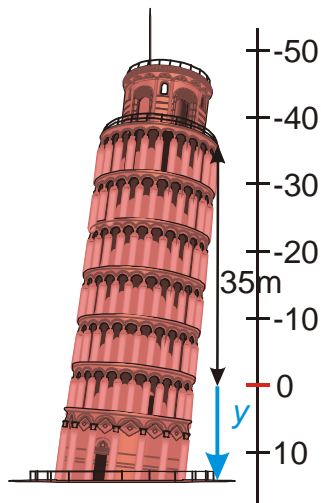
$$0 = 50 + 15t - 5t^2 \quad /:5$$

$$0 = 10 + 3t - t^2$$

$t^2 - 3t - 10 = 0$ - stejná rovnice jako v předchozích případech,

nemusíme pokračovat dále, je jasné, že získáme stejné výsledky

c)



$v_0 = -15 \text{ m/s}$ (počáteční rychlost směřuje proti směru osy y)

$a = 10 \text{ m/s}^2$ (zrychlení směřuje ve směru osy y)

$y_0 = -35 \text{ m}$ (místo, ze kterého házíme, odpovídá na ose y hodnota -35 m)

$y = 15 \text{ m}$ (místo dopadu odpovídá na ose y hodnota 15 m)

Dosadíme do rovnice pro polohu:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$15 = -35 - 15t + \frac{1}{2} \cdot 10t^2$$

$$0 = -50 - 15t + 5t^2 \quad /:5$$

$$0 = -10 - 3t + t^2$$

$t^2 - 3t - 10 = 0$ - stejná rovnice jako v předchozích případech, nemusíme pokračovat dále, je jasné, že získáme stejné výsledky.

Shrnutí: Na volbě soustavy souřadnic konečný výsledek nezávisí. Složky vektorů jsou kladné, když mají stejnou orientaci jako jejich souřadné osy.