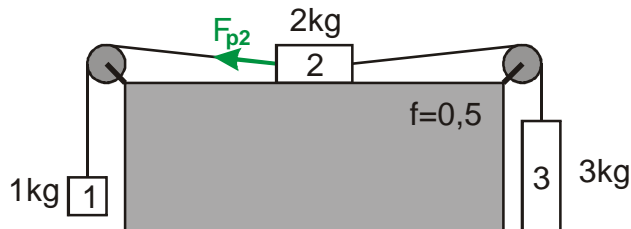


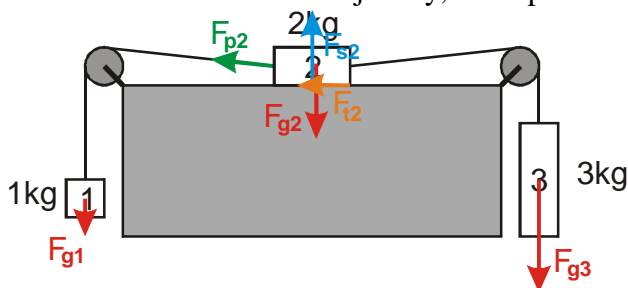
### 1.2.13 Tření a valivý odpor III

#### Předpoklady: 1212

**Př. 1:** Urči zrychlení soustavy závaží na obrázku. Urči vyznačenou sílu, kterou působí provázek na závaží 2. Hmotnost kladek i provázku zanedbej. Koeficient tření mezi závažími a vodorovnou rovinou se rovná 0,5.



Nakreslíme do obrázku vnější síly, které působí na jednotlivá závaží:



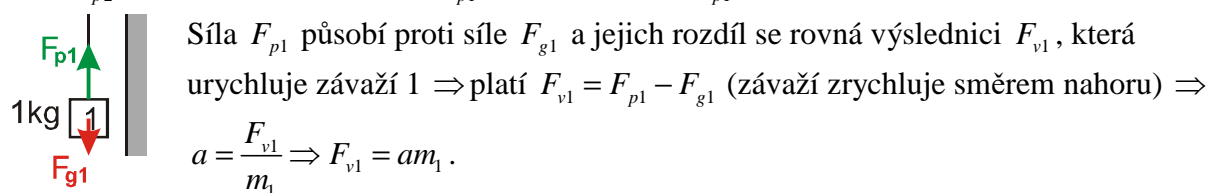
- Síly  $F_{g2}$  a  $F_{s2}$  neovlivňují urychlování soustavy.

$\Rightarrow$  Zrychlování soustavy ovlivňují síly  $F_{g1}$ ,  $F_{t2}$  a  $F_{g3}$ .

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_{g3} - F_{g1} - F_{t2}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_3 g - m_1 g - m_2 g f}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{3 \cdot 10 - 1 \cdot 10 + 2 \cdot 10 \cdot 0,5}{1 + 2 + 3} \text{ m/s}^2 = 1,67 \text{ m/s}^2$$

**Výpočet síly  $F_{p2}$ :**

Síla  $F_{p2}$  je stejně velká jako síla  $F_{p1} \Rightarrow$  určíme sílu  $F_{p1}$ .

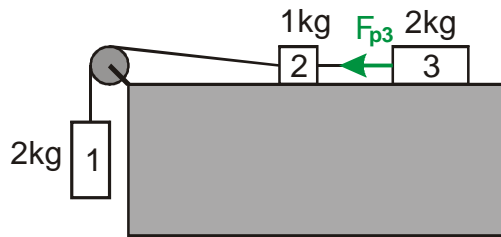


$$F_{p1} - F_{g1} = am_1 \Rightarrow F_{p1} = F_{g1} + am_1 = m_1 g + m_1 a = m_1 (g + a) = 1(10 + 1,67) \text{ N} = 11,7 \text{ N}$$

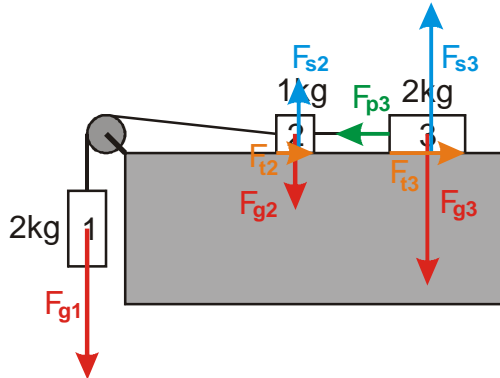
Soustava závaží na obrázku zrychluje se zrychlením  $1,67 \text{ m/s}^2$ , provázek působí na závaží 2 silou o velikosti 11,7 N.

**Pedagogická poznámka:** U předchozího příkladu je důležité, aby si studenti uvědomili, že započtením třecí síly se postup řešení vůbec nemění, pouze má na zrychlování vliv více sil a je nutné použít další vzorec při jejich konečném vyjadřování. Nečekám až celá třída spočítá sílu  $F_{p2}$  naopak, jakmile si všichni zopakují výpočet zrychlení, přerušujeme práci na příkladu 1 a přecházíme na příklad 2.

**Př. 2:** Urči zrychlení soustavy závaží na obrázku. Urči vyznačenou sílu, kterou působí provázek na závaží 3. Hmotnost kladek i provázku zanedbej. Koeficient tření mezi závažími a vodorovnou rovinou se rovná 0,8.



Nakreslíme do obrázku vnější síly, které působí na jednotlivá závaží:



- Síly  $F_{g2}$  a  $F_{s2}$  neovlivňují urychlování soustavy.
- Síly  $F_{g3}$  a  $F_{s3}$  neovlivňují urychlování soustavy.

⇒ Urychlování soustavy ovlivňují pouze síly  $F_{g1}$ ,  $F_{t2}$  a  $F_{t3}$ .

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_{g1} - F_{t2} - F_{t3}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_1 g - m_2 g f - m_3 g f}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{2 \cdot 10 - 1 \cdot 10 \cdot 0,8 - 2 \cdot 10 \cdot 0,8}{2 + 1 + 2} \text{ m/s}^2 = \frac{-4}{5} \text{ m/s}^2$$

Síla urychlující soustavu závaží vyšla -4 N. Co to znamená?

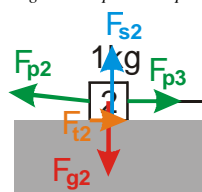
Určitě ne, že by se soustava rozjela opačným směrem (tření nikdy "nevytváří" pohyb, vždy působí proti němu) ⇒ síla, která se snaží soustavu rozpohybovat ( $F_{g1}$ ), je menší než síly, které soustavu brzdí ( $F_{t2}$  a  $F_{t3}$ ) ⇒ soustava se nebude pohybovat.

**Výpočet síly  $F_{p3}$ :**

Soustava nezrychluje ⇒ nemůžeme postupovat obvyklým způsobem.

Napětí provázků způsobuje síla  $F_{g1}$  (snaží se soustavu stáhnout dolů). Soustava stojí ⇒

$F_{g1} = F_{p1} = F_{p2}$ . Nakreslíme síly působící na závaží 2.



Závaží 2 je v klidu ⇒ výslednice působících sil je nulová ⇒ ve vodorovném směru platí:  $F_{p2} = F_{t2} + F_{p3} \Rightarrow F_{p3} = F_{p2} - F_{t2} = F_{g1} - F_{t2}$

$$F_{p3} = F_{g1} - F_{t2} = m_1 g - m_2 g f = 2 \cdot 10 - 1 \cdot 10 \cdot 0,8 \text{ N} = 12 \text{ N}$$

Soustava závaží na obrázku zůstává v klidu, na závaží 3 působí provázek silou 12 N.

**Pedagogická poznámka:** V předchozím příkladu se snažím, aby si co nejvíce žáků uvědomilo, jak důležitá (a zároveň docela průhledná) je interpretace výsledků a proto se snažím, co nejvíce oddálit okamžik, kdy se nahlas začne diskutovat o tom, co znamená, že síla vyšla záporná. Ty, co mají podezření se snažím obejít v lavicích, Ty, co spočítají záporné zrychlení a ženou se dál, upozorním, aby si

hledali chybu. Ti, co si všechno uvědomí a spočítají příklad správně postupují v hodině dál a nečekají na zbytek.

Výpočet síly  $F_{p3}$  ukážu na tabuli, ale nesnažím se k němu všechny dostrkat.

- Př. 3:** Jarda je schopen táhnout silou 400 N. Urči jakou největší hmotnost může utáhnout:
- a) pokud šoupá bednu po podlaze s koeficientem tření 0,7,
  - b) pokud si bednu podloží tyčemi na plot a průměru 6 cm s ramenem 0,005 m.

V obou případech se Jardova maximální síla musí rovnat tření (smykovému nebo valivému).

a) pokud šoupá bednu po podlaze s koeficientem tření 0,7

$$F = F_t = Nf = mgf$$

$$m = \frac{F}{gf} = \frac{400}{10 \cdot 0,7} \text{ kg} = 57 \text{ kg}$$

b) pokud si bednu podloží tyčemi na plot a průměru 6 cm s ramenem 0,005 m

$$F = F_o = N \frac{\xi}{R} = mg \frac{\xi}{R}$$

$$m = \frac{FR}{g\xi} = \frac{400 \cdot 0,03}{10 \cdot 0,005} \text{ kg} = 240 \text{ kg}$$

Jarda utáhne hmotnost maximálně 57 kg, pokud si bednu podloží tyčemi může být hmotnost bedny až 240 kg.

- Př. 4:** Urči rameno valivého odporu u nákladního vozu o hmotnosti 12 t, pokud ho má utáhnout muž, který dokáže vyvinout tažnou sílu 1000 N. Průměr kol 70 cm. Jak a kde bys takový pokus realizoval.

$$m = 12 \text{ t} = 12000 \text{ kg}, \quad d = 70 \text{ cm} \Rightarrow r = 35 \text{ cm} = 0,35 \text{ m}, \quad F = 1000 \text{ N}, \quad \xi = ?$$

$$F = F_o = N \frac{\xi}{R} = mg \frac{\xi}{R}$$

$$\xi = \frac{FR}{mg} = \frac{1000 \cdot 0,35}{12000 \cdot 10} \text{ m} = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Rameno valivého odporu nesmí být větší než  $2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ .

Praktická realizace pokusu by vyžadovala maximální zmenšení valivého odporu:

- pevnou vodorovnou plochu bez nerovností,
- vyčištěná ložiska kol,
- přehuštěné pneumatiky.

- Př. 5:** Sáňky se dvěma dětmi váží 18 kg, koeficient tření mezi saněmi a sněhem 0,15. Tatínek o hmotnosti 80 kg je táhne po vodorovné rovině silou 20 N. Jakým způsobem se pohybují?

O druhu pohybu rozhoduje velikost výsledné síly. Ve vodorovném směru na sáňky působí dvě síly:

- síla smykového tření mezi sánkami a sněhem  $F_t = Nf = mgf = 18 \cdot 10 \cdot 0,15 \text{ N} = 27 \text{ N}$ ,
- síla tatínka:  $F = 20 \text{ N}$ .

Třecí síla je větší  $\Rightarrow$  sáňky se pohybují rovnoměrně zpomaleně.

**Př. 6:** Sáňky se dvěma dětmi váží 20 kg, koeficient tření mezi saněmi a sněhem 0,13. Jakou silou je musí tatínek táhnout po vodorovné rovině, aby se pohybovaly:  
a) rovnoměrně                      b) rovnoměrně zrychleně se zrychlením 1,5 m/s<sup>2</sup>.

a) rovnoměrně

Sáně se pohybují rovnoměrně, právě když je výsledná síla nulová  $\Rightarrow F_t = F$ .

$$F = Nf = mgf = 20 \cdot 0,13 \cdot 10 \text{ N} = 26 \text{ N}$$

b) rovnoměrně zrychleně se zrychlením 1,5 m/s<sup>2</sup>

Sáně se pohybují rovnoměrně zrychleně  $\Rightarrow$  působí na ně nenulová výsledná síla.

$$F_v = F - F_t$$

$$F = F_v + F_t = ma + Nf = ma + mgf = m(a + gf) = 20 \cdot (1,5 + 10 \cdot 0,13) \text{ N} = 56 \text{ N}$$

Pokud mají sáně jet rovnoměrně, musí tatínek táhnout silou 26 N, pokud mají zrychlovat se zrychlením 1,5 m/s<sup>2</sup>, musí táhnout silou 56 N.

**Shrnutí:** Započtení třecí síly nic nemění na principech, kterými jsme řešili příklady se zrychlováním.