

1.3.10 Dynamika pohybu po kružnici I

Předpoklady: 010307

Při pohybu po kružnici je výhodnější popisovat pohyb pomocí úhlových veličin, které korespondují s normálními veličinami, které jsme používali dříve.

posuvný pohyb	pojítka	pohyb po kružnici
dráha s [m]	$s = \varphi r$	úhel φ [rad]
rychlost v [m/s] $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	$v = \omega r$	úhlová rychlost [rad/s] $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$
zrychlení a [m/s ²] $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	$a_t = \varepsilon r$	úhlové zrychlení [rad/s ²] $\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
rovnoměrný posuvný pohyb		rovnoměrný pohyb po kružnici
$v = \text{konstanta}$		$\omega = \text{konstanta}$
$s = s_0 + vt$		$\varphi = \varphi_0 + \omega t$
rovnoměrně zrychlený posuvný pohyb		rovnoměrně zrychlený pohyb po kružnici
$a = \text{konstanta}$		$\varepsilon = \text{konstanta}$
$v = v_0 + at$		$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$
$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$		$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2$

Zatím jsme se u kruhového pohybu zabývali pouze kinematikou (popis pohybu). Nedotkli jsme se dynamiky (popisu příčin pohybu).

Dynamika přímočarého pohybu:

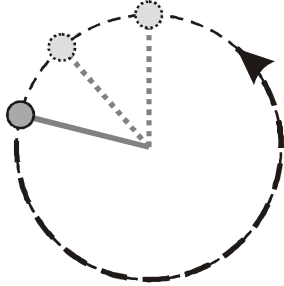
1. Newtonův zákon: Těleso, na které působí nulová výsledná síla, se (v inerciální soustavě souřadnic) pohybuje rovnoměrně přímočaře.

2. Newtonův zákon: $a = \frac{F}{m}$ (kde je síla, tam je zrychlení).

Př. 1: Na obrázku je nakreslena při pohledu shora kulička položená na stole a přidělaná k niti. Nit je na druhém konci připevněná a kulička se tak okolo tohoto bodu ve vodorovné rovině rovnoměrně otáčí.

- Jaké jsou při tomto pohybu hodnoty úhlového zrychlení ε a tečného zrychlení a_t ?
- Nakresli do obrázku síly, které působí na kuličku v každém ze zachycených okamžiků, a jejich výslednici. Tření zanedbej.

c) Nakresli do obrázku ke každé zachycené poloze kuličky její vektor rychlosti.

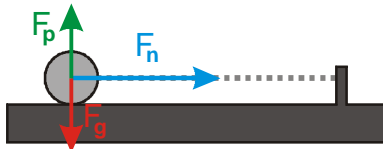


a) Hodnoty úhlového zrychlení ε a tečného zrychlení a_t

Rovnoměrný pohyb po kružnici $\Rightarrow \varepsilon = 0$

$$a_t = \varepsilon \cdot r \Rightarrow a_t = 0$$

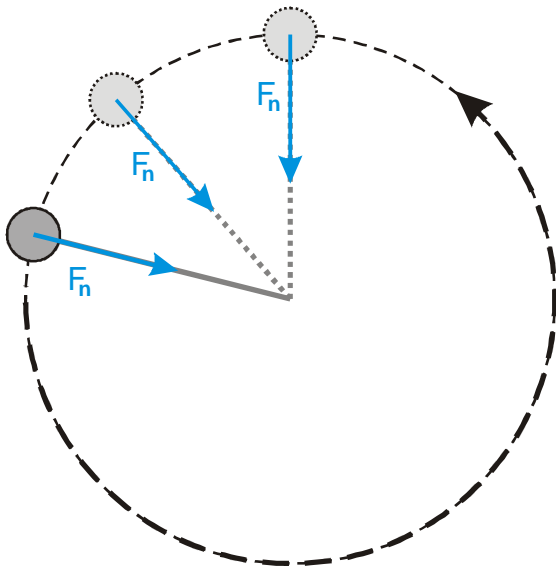
b) Síly, které působí na kuličku



Při pohledu z bodu je vidět, že na kuličku působí tři síly:

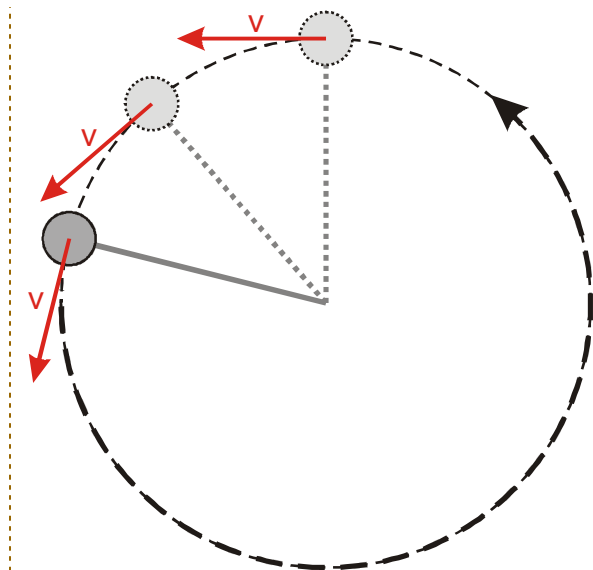
- gravitační síla F_g směrem dolů,
- síla podložky F_p směrem nahoru (stejně velká jako gravitace),
- síla provázku F_n vodorovně v každém okamžiku ve směru k místu upevnění provázku.

Protože síly F_g a F_p mají opačný směr a stejnou velikost, v každém okamžiku se výsledná síla rovná síle F_n .



\Rightarrow Kulička by se měla pohybovat se zrychlením, které má v každém okamžiku směr kolmý ke směru jejího pohybu.

c) Nakresli do obrázku ke každé zachycené poloze kuličky její vektor rychlosti.



Velikost rychlosti zůstává stále stejná \Rightarrow tečné zrychlení a_t musí být nulové.

Směr vektoru rychlosti se neustále mění \Rightarrow kulička se pohybuje se zrychlením, které je v každém okamžiku kolmé na směr jejího pohybu (směřuje tedy k místu upevnění provázku). Kdyby libovolně malá část vektoru zrychlení měla stejný směr, jaký má vektor rychlosti, změnila by se velikost rychlosti (a kulička by se již nepohybovala rovnoměrným pohybem po kružnici).

Jak silovým rozbořem, tak sledováním vektoru rychlosti jsme dospěli ke stejnému závěru: Předmět, který se pohybuje rovnoměrným kruhovým pohybem, se pohybuje s **dostředivým (normálovým) zrychlením** a_n .

Dostředivé (normálové) zrychlení:

- je v každém okamžiku kolmé na směr pohybu,
- nemění velikost rychlosti, ale pouze její směr,
- způsobuje **dostředivá síla**. Dostředivá síla působí směrem do středu k ose otáčení.

POZOR: Dostředivá síla není žádným novým typem síly. Jde o roli, kterou mohou hrát síly různého původu.

Analogie pro žáky: Do třídy chodí různí žáci (stejně tak existují různé druhy sil – gravitační, třecí, ...), každý z těchto žáků může hrát roli služby (stejně tak může roli dostředivé síly hrát v různých situacích každá ze zmiňovaných sil).

Pedagogická poznámka: Fakt, že dostředivá síla je rolí, kterou hrají různé síly (nebo různé síly dohromady) je třeba neustále připomínat. Snažím se vždy mluvit stylem "Roli dostředivé síly hraje..."

Předmět, který se pohybuje zrychleným pohybem po kružnici, se tak pohybuje se dvěma zrychleními:

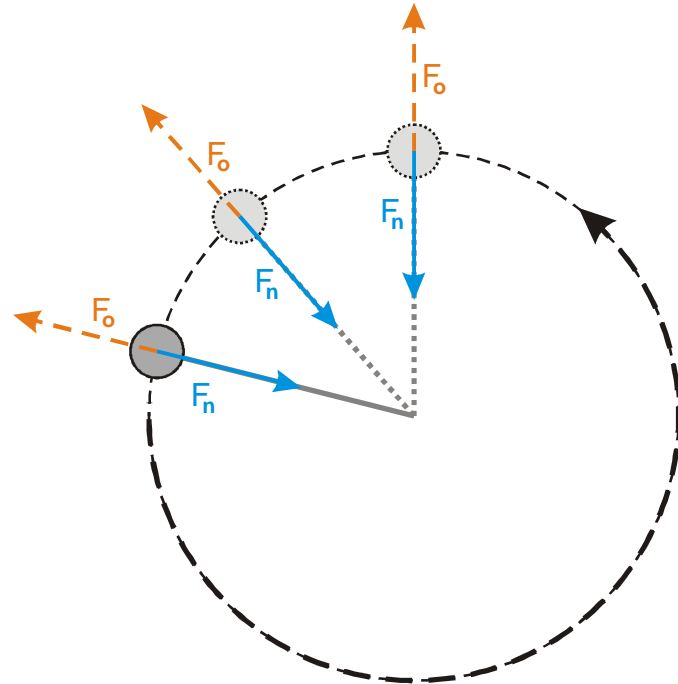
- **dostředivé zrychlení** a_n : udržuje předmět na kruhové dráze, působí kolmo na směr pohybu do středu otáčení a nemění velikost rychlosti (je nenulové i při rovnoměrném pohybu po kružnici),
- **tečné zrychlení** a_t : působí ve směru pohybu (ve směru tečny) a mění velikost rychlosti (při rovnoměrném pohybu po kružnici je nulové, protože se nemění velikost rychlosti), je svázané s úhlovým zrychlením vztahem $a_t = \varepsilon \cdot r$.

Př. 2: Najdi důvody, proč nemůžeme do silového rozboru nakreslit odstředivou sílu.

Odstředivá síla nespĺňuje požadavky na sílu:

- nemůžeme nalézt původce,
- nemůžeme nalézt partnerskou sílu.

Zkusíme si odstředivou sílu nakreslit do obrázku:



Záleželo by na vzájemné velikosti odstředivé síly a síly dostředivé (v konkrétním případě síly nitě), pokud by platilo:

- $F_o < F_n \Rightarrow$ výsledná síla by byla menší a nedokázala by kuličce udělit dostatečné normálové zrychlení.
- $F_o = F_n \Rightarrow$ výsledná síla by byla nulová a kulička by se musela pohybovat rovnoměrně přímočaře.
- $F_o > F_n \Rightarrow$ výsledná síla by směřovala od středu otáčení a kulička by zatáčela na druhou stranu než ve skutečnosti.

Př. 3: Vysvětli, proč je člověk na kolotoči nebo při průjezdu zatáčkou tlačěn směrem z kruhu.

Z předchozího víme, že tento efekt nemůže způsobovat odstředivá síla, protože žádná neexistuje.

Pohybující se člověk má tendenci pohybovat se rovnoměrně přímočaře (podle zákona setrvačnosti) \Rightarrow snaží se pohybovat rovně a nechce samovolně zatáčet. K zatáčení ho donutí jediné síla, která působí směrem do středu:

- na kolotoči síla sedačky, na kterou jsme se natlačili, díky setrvačnému pohybu po přímce (a tedy od středu otáčení),
- v automobilu síla bočních dveří, síla pásu nebo boční strany sedačky, na které se natlačíme díky setrvačnému pohybu po přímce (a tedy od středu otáčení).

Pedagogická poznámka: Předchozí dva příklady jsou velmi důležité. Pokud chcete dosáhnout toho, aby žáci vnímali fyziku jako vědu o reálném světě, musíte je přesvědčit o tom, že odstředivá síla neexistuje (a ona skutečně neexistuje).

Neexistenci odstředivé síly si můžeme ukázat i pokusem. Těžkou ocelovou kuličku roztočíme na kopírovacím papíru (na tvrdé podložce) a nit pustíme. Z okopírované stopy je zcela zřejmé, že se kulička od okamžiku puštění pohybuje po tečně (tedy stejně jako by na ní působila pouze gravitace a stůl).

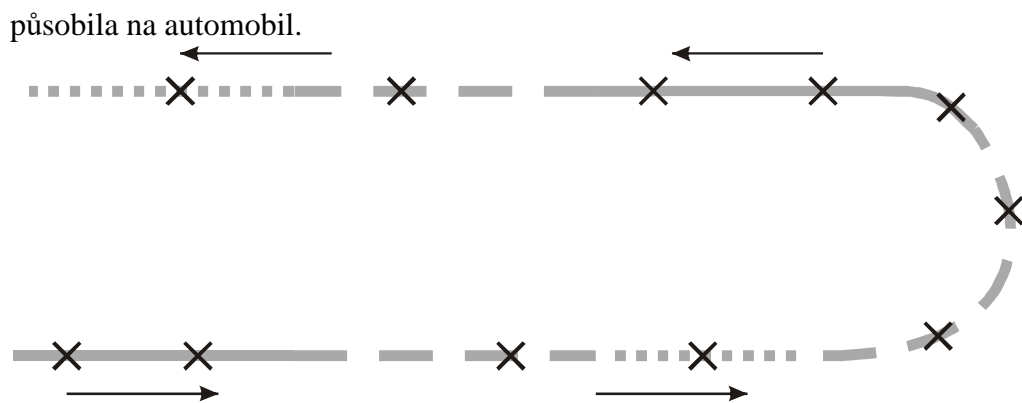
Na předměty pohybující se po kružnici nepůsobí odstředivá síla. Odstředivá síla neexistuje, její existence by znamenala neplatnost základních fyzikálních zákonů a totální krach fyziky jako takové.

Dodatek: Termín odstředivá síla se bohužel ve školské fyzice používá při popisu dějů z pohledu pozorovatele, který se otáčí (například na kolotoči) a zároveň si představuje, že on se svou sedačkou stojí na místě a svět se otáčí okolo něj (ve většině případů jde o počínání zjevně absurdní). I v tomto případě je však nutné odstředivou sílu jakožto zdánlivou sílu striktně odlišovat od pravých sil, o kterých jsme mluvili dosud, protože nespĺňuje požadavky kladené na sílu a její existence závisí na místě, odkud děj pozorujeme. Z didaktického hlediska je její zavádění zjevně zcela kontraproduktivní, protože vede k tomu, že naprostá většina žáků (určitě přes 95 %) špatně chápe pohybové zákony. Více v následující kapitole 4 – Inerciální a neinerciální soustavy. Použití termínu odstředivá síla mimo fyziku (odstředivka, působení odstředivé síly při jízdě obloukem, ...) v naprosté většině vychází ze špatného pochopení fyzikálního použití termínu, protože se všechny tyto děje popisují z hlediska vnějšího pozorovatele (tedy z inerciální souřadné soustavy) a v takovém případě o žádné odstředivé síle mluvit nemůžeme.

Jak funguje ždímačka (odstředivka)?

Rozhodně v ní nepůsobí žádná odstředivá síla. Ždímačka pouze roztočí buben s prádlem. Podle 1. Newtonova zákona by prádlo v bubnu chtělo letět rovně (po tečně), v tom mu však brání stěna bubnu. Stejným (tečným) směrem by chtěla letět i voda v prádle a na rozdíl od prádla tak dokonce i letět může, protože v bubnu jsou malé díry. Že voda odlétá po tečně a ne od středu, si můžeme snadno ověřit při máchnutí namočenou houbou.

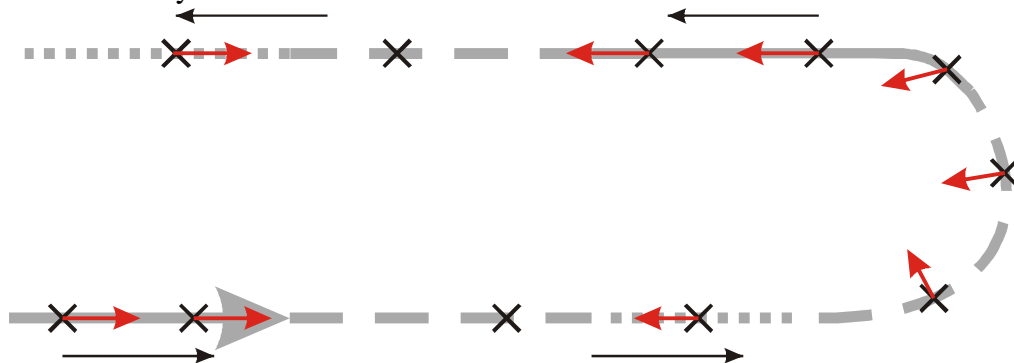
Př. 4: Na obrázku je nakreslena trajektorie automobilu na části závodní dráhy. Automobil dráhu projel vyznačeným směrem. Plná čára znamená, že v daných místech automobil zrychloval, čárkovaná čára znamená rovnoměrný pohyb a tečkovaná zpomalování. Nakresli do míst označených křížky vektor výsledné síly, která



V přímočaré části trati závisí vektor výsledné síly pouze na tom, zda auto zrychluje nebo zpomaluje \Rightarrow

- zrychlený pohyb \Rightarrow výsledná síla má stejný směr jako jízda automobilu,
- rovnoměrný pohyb \Rightarrow výsledná síla je nulová,
- zpomalený pohyb \Rightarrow výsledná síla má opačný směr než jízda automobilu.

V křivočaré části trati musí mít výsledná síla ještě dostředivou část, která zajistí automobilu normálové zrychlení nutné k udržení na trati.

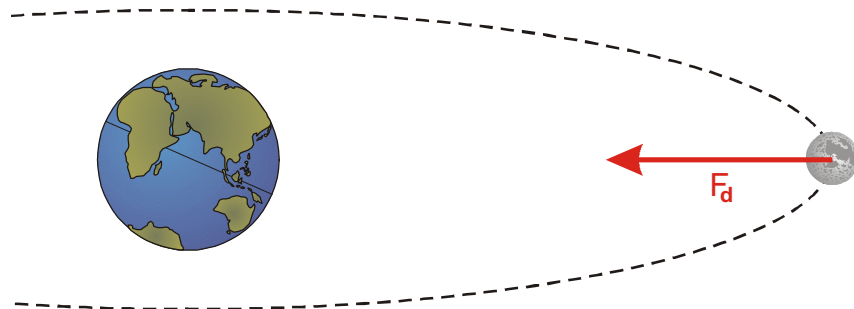


Pedagogická poznámka: U tohoto příkladu je nutné nechat žáky, aby si výslednici do obrázku nakreslili opravdu sami. Budete překvapeni, kolik z nich je nakreslí špatně. V první fázi neříkám, jak má být správné řešení, ale radím, aby si vzpomněli na dosavadní průběh hodiny.

Př. 5: Najdi síly, které hrají roli dostředivé síly v následujících pohybech.

- Měsíc obíhá kolem Země.
- Auto projíždí zatáčkou.
- Sáňkař projíždí klopenou zatáčkou sáňkařské dráhy.
- Točíme kuličkou na provázku ve svislé poloze, zajímáme se o nejnižší bod její trajektorie.
- Točíme kuličkou na provázku ve svislé poloze, zajímáme se o nejvyšší bod její trajektorie.

a) Měsíc obíhá kolem Země.

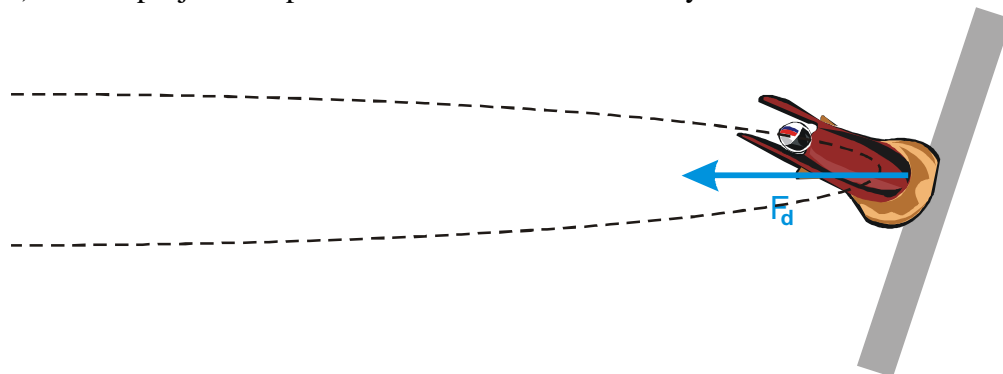


Roli dostředivé síly hraje gravitační síla F_g , kterou Země přitahuje Měsíc.

b) Auto projíždí zatáčkou.

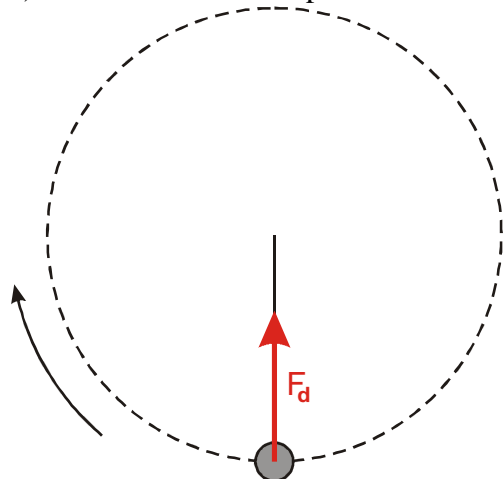
Roli dostředivé síly hraje tření mezi koly a vozovkou (proto při náledí, když je tření velmi malé, auta nemohou zatáčet a pokračují rovnoměrně přímočaře mimo vozovku).

c) Sáňkař projíždí klopenou zatáčkou sáňkařské dráhy.



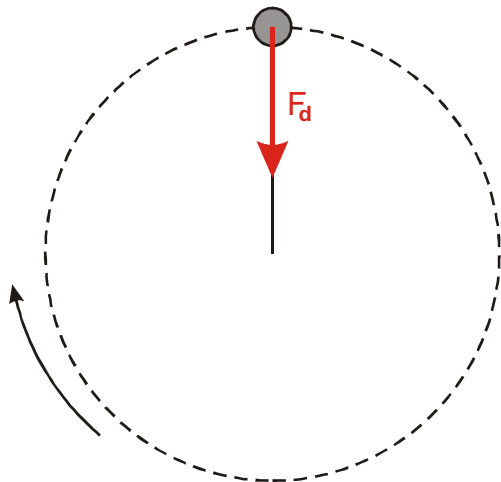
Roli dostředivé síly hraje z větší části tlaková síla podložky, z menší části tření.

d) Točíme kuličkou na provázku ve svislé poloze, zajímáme se o nejnižší bod její trajektorie.



Roli dostředivé síly hraje část síly, kterou na kuličku působí provázek (další část této síly vyrovnává působení gravitace).

e) Točíme kuličkou na provázku ve svislé poloze, zajímáme se o nejvyšší bod její trajektorie.

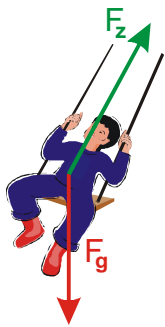


Roli dostředivé síly hraje gravitační síla. Buď pouze částečně (když se kulička točí rychle) nebo zcela, pokud je pohyb kuličky příliš pomalý zatočí gravitace trajektorii kuličky příliš a ta do nejvyššího bodu vůbec nevystoupá.

Řešení předchozích dvou bodů si snadno můžeme vyzkoušet, když ve svislém směru roztočíme libovolný předmět. Učítíme, že v nejnižším bodě nás provázek táhne nejvíce (síla provázku zajišťuje dostředivou sílu i vyrušení gravitace), v nejvyšším bodě naopak nemusí táhnout vůbec (při vhodné rychlosti gravitace zajistí celou dostředivou sílu).

Př. 6: Vysvětli, proč se sedačky na řetízkovém kolotoči během jízdy vychýlí ze svislého směru. Jak vzniká dostředivá síla nutná k udržení sedačky na kruhové dráze? Jak souvisí vychylka s rychlostí otáčení?

Nakreslíme si síly, které působí na člověka na sedačce kolotoče:



- F_g - gravitační síla Země působící kolmo dolů,
- F_z - taková síla závěsu působící ve směru řetězů, musí mít takovou velikost, aby její svislá složka vyrušila sílu F_g (sedačka nespadla dolů).

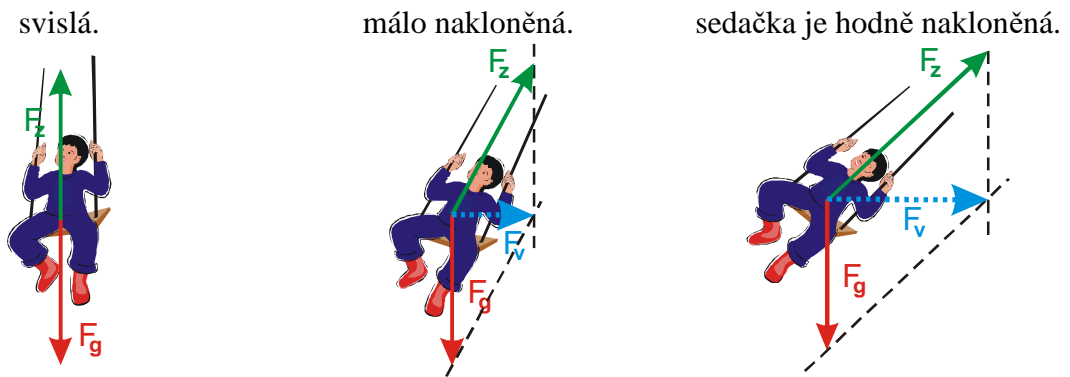
Najdeme výslednici těchto dvou sil:



Výsledná síla má pouze vodorovnou složku, která směřuje do středu kolotoče \Rightarrow hraje roli dostředivé síly.

Nakreslíme si situaci pro různé vychylky sedačky od svislého směru:

Kolotoč stojí, sedačka je Kolotoč se roztáčí, sedačka je Kolotoč se točí rychle,



Nulová výsledná síla
odpovídá faktu, že se sedačka
nepohybuje.

Malá výsledná síla
odpovídá faktu, že se sedačka
pohybuje pomalu a je třeba
malá dostředivá síla.

Velká výsledná síla
odpovídá faktu, že se sedačka
pohybuje rychle a je třeba
velká dostředivá síla.

Výsledek odpovídá zkušenosti: čím rychleji se kolotoč točí, tím větší je výchylka sedačky, tím větší vzniká výsledná síla, která hraje roli dostředivé síly, která udržuje sedačku na kruhové dráze.

Na konci hodiny si ještě ujasníme, co znamená „beztížný stav“.

Beztížný stav si spojujeme se záběry posádek kosmické lodi, které se volně vznášejí uvnitř lodi stejně jako veškeré vnitřní vybavení.

Beztížný stav neznamená, že na předmět nepůsobí gravitační síla (všechny předměty na oběžné dráze přitahuje Země).

Beztížný stav můžeme realizovat i v letadle, které necháme padat volným pádem k zemi.

Proč se v takové situaci začne zdát, že na předměty v letadle nepůsobí gravitace?

Letadlo i předměty v něm padají se stejným zrychlením g , na toto zrychlování se spotřebuje celá gravitační síla a na žádný z předmětů tak nemusí působit žádná další síla, aby zůstal v klidu vůči zbytku letadla.

(Dokud letadlo letí ve stejné výšce, musíme v letadle sedět na sedačce, která na nás působí silou, která vyruší gravitaci. Stejně tak si musíme držet silou igelitovou tašku, aby nepadla na podlahu. Jakmile začne letadlo padat volným pádem, igelitka začne padat s ním a nemusíme na ni působit žádnou silou. Zdá se nám, že na ní nepůsobí zemská tíže.)

Stejná situace nastává na oběžné dráze. Všechny předměty v kosmické lodi celá gravitační síla drží na oběžné dráze a nemusí tak na ně působit žádná další síla, aby zůstaly vůči lodi v klidu.

Shrnutí: Předměty, které se pohybují rovnoměrným pohybem po kružnici, se pohybují s dostředivým zrychlením (mění se směr jejich rychlosti) a musí na ně tedy působit výsledná dostředivá síla.