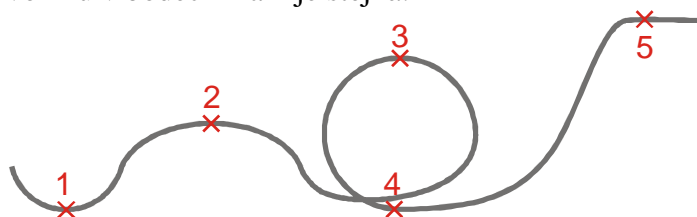


1.3.12 Dynamika pohybu po kružnici III

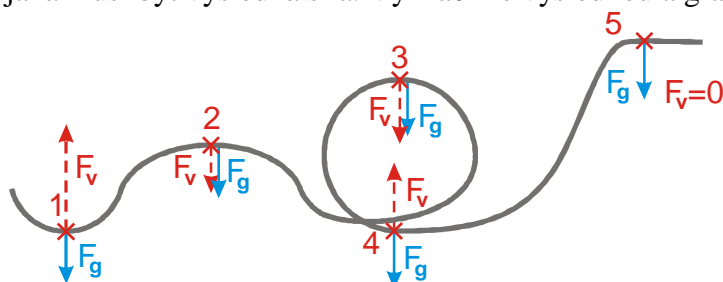
Předpoklady: 010311

Pedagogická poznámka: Hodinu můžete přeskočit, ale minimálně první dva příklady jsou důležitým opakováním Newtonových zákonů a systému nakresli obrázek, urči výslednou sílu a dopočítej, co potřebuješ.

Př. 1: Na obrázku je nakreslen úsek horské dráhy. Porovnej velikost síly, kterou ve vyznačených místech působí sedačka na návštěvníka. Předpokládej, že rychlost vozíku v bodech 1 a 4 je stejná.



Ve všech vyznačených místech působí na návštěvníka pouze síla sedačky F_s a gravitační síla F_g . Velikost gravitační síly se nemění \Rightarrow velikost síly sedačky F_s se bude měnit podle toho, jaká musí být výsledná síla. Vyznačíme výslednou a gravitační sílu do jednotlivých míst.



- V bodě 5, platí $F_v = 0 \Rightarrow F_{s5} = F_g$.
- V bodě 5, platí $F_v = 0 \Rightarrow F_{s5} = F_g$.
- V bodě 4, platí $F_v = F_s - F_g \Rightarrow F_s = F_g + F_v \Rightarrow F_{s4} > F_g$.
- V bodě 1, platí $F_v = F_s - F_g \Rightarrow F_s = F_g + F_v$, v bodě 1 má oblouk dráhy menší poloměr \Rightarrow k udržení v oblouku je při stejné rychlosti třeba větší síla $\Rightarrow F_{s1} > F_{s4} > F_g$.
- V bodě 2, platí $F_v = F_g - F_s \Rightarrow F_{s2} = F_g - F_v, F_{s2} < F_g$.
- V bodě 3, platí $F_v = F_g + F_s \Rightarrow F_{s3} = F_v - F_g$. Protože nemáme žádné informace o tom, jakou rychlostí vozík tímto místem projíždí, nemůžeme velikost síly F_{s3} porovnat s ostatními velikostmi.

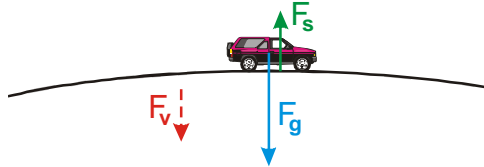
Určitě platí $F_{s1} > F_{s4} > F_{s5} > F_{s2}$.

Př. 2: Automobil o hmotnosti 1800 kg přejíždí most rovnoměrně rychlostí 60 km/h. Jakou silou automobil působí na střed mostu, je-li most: a) vypuklý, b) rovný, c) vydutý? Poloměr křivosti vydutého i vypuklého mostu je 100 m.

$$m = 1800 \text{ kg}, v = 60 \text{ km/h} = 17 \text{ m/s}, F_a = ?$$

Síla F_a , kterou působí auto na silnici, je reakcí na sílu F_s , kterou působí silnice na auto (a má tedy stejnou velikost).

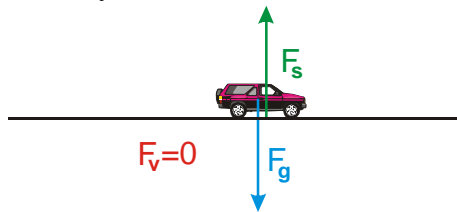
a) vypuklý most



Na automobil působí gravitační síla F_g a tlaková síla silnice F_s . Jejich výslednice hraje roli dostředivé síly, která působí směrem dolů $\Rightarrow F_v = F_d = F_g - F_s$.

$$F_s = F_g - F_d = mg - m \frac{v^2}{r} = m \left(g - \frac{v^2}{r} \right) = 1800 \left(10 - \frac{17^2}{100} \right) \text{ N} = 13000 \text{ N}$$

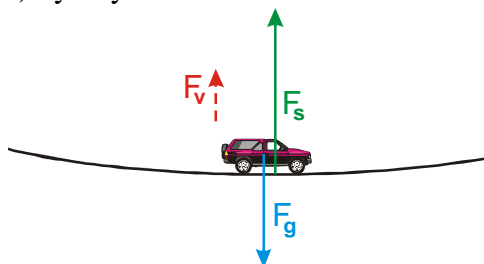
b) rovný most



Na automobil působí gravitační síla F_g a tlaková síla silnice F_s . Jejich výslednice je nulová (auto jede rovnoměrně přímočaře) $\Rightarrow F_g = F_s$.

$$F_s = mg = 1800 \cdot 10 \text{ N} = 18000 \text{ N}$$

c) vydutý most



Na automobil působí gravitační síla F_g a tlaková síla silnice F_s . Jejich výslednice hraje roli dostředivé síly, která působí směrem nahoru $\Rightarrow F_v = F_d = F_s - F_g$.

$$F_s = F_g + F_d = mg + m \frac{v^2}{r} = m \left(g + \frac{v^2}{r} \right) = 1800 \left(10 + \frac{17^2}{100} \right) \text{ N} = 23000 \text{ N}$$

Př. 3: Na otočném stole leží stavebnicová kostka. S jakou frekvencí musíme stůl roztočit, aby kostka spadla, je-li koeficient tření 0,3 a kostka je 40 cm od středu stolu?

$$f_t = 0,3, r = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}, f = ?$$

Při otáčení stolu se kostka pohybuje kruhovým pohybem. Musí tedy existovat dostředivá síla, která ji v tomto pohybu udržuje. Touto dostředivou silou je tření mezi kostkou a stolem. Se zvyšující frekvencí otáčení se zvyšuje i potřebná dostředivá síla. Maximální velikost třecí síly se s otáčením nemění. Kostka spadne ze stolu v okamžiku, kdy tření už nebude schopno plnit roli dostředivé síly.

$$F_d = F_t$$

$$m \frac{v^2}{r} = f_t \cdot N$$

dosadím $v = \omega r$ a $N = mg \Rightarrow m \frac{(\omega r)^2}{r} = f_t mg$

$$\omega^2 r = f_t g \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{f_t \cdot g}{r}}$$

dosadím za ω : $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

$$2\pi f = \sqrt{\frac{f_t \cdot g}{r}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{f_t \cdot g}{r}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{0,3 \cdot 10}{0,4}} = 0,44 \text{ Hz}$$

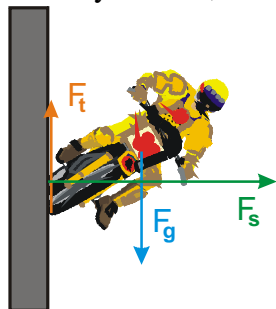
Aby kostka spadla, musíme stůl roztočit s frekvencí 0,44 Hz.

Př. 4: Při atrakci jízda smrti jezdí akrobaté na motorce uvnitř koule nebo válce se svislými stěnami. Jakou nejmenší rychlostí musí akrobat kroužit vodorovně na kolmé stěně válce, aby nespadol? Průměr válce je 14 m. Ostatní potřebné veličiny odhadni.



$$d = 14 \text{ m} \Rightarrow r = 7 \text{ m}, v = ?$$

Na akrobata působí kolmo dolů gravitační síla, která jej táhne dolů \Rightarrow pokud nemá spadnout ze stěny na zem, musí na něj působit stejně velká síla směrem nahoru.



Aby se akrobat udržel na kruhové dráze musí na něj působit dostředivá síla, kterou hraje tlaková síla stěny $F_s \Rightarrow$ stěna působí tlakovou silou na akrobata \Rightarrow mezi stěnou a pneumatikou působí třecí síla, proti pohybu směrem dolů.

Platí $F_g = F_t$

$$mg = Nf = F_s f = F_d f = m \frac{v^2}{r} f$$

Odhaduji $f = 0,6$.

$$g = \frac{v^2}{r} f$$

$$\frac{gr}{f} = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{gr}{f}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 7}{0,6}} \text{ m/s} = 10,1 \text{ m/s} = 39 \text{ km/h}$$

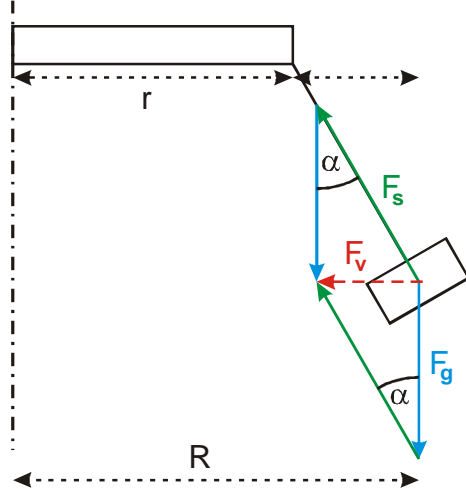
Akrobat musí jet minimálně rychlostí 39 km/h.

Př. 5: Sedačka na kolotoči se vychýlila od svislého směru o 15° . Vypočti rychlost sedačky kolotoče, je-li zavěšena 4 m od osy kolotoče a délka závěsu je 3 m.

$$r = 4 \text{ m}, l = 3 \text{ m}, \alpha = 15^\circ, v = ?$$

Sedačka se vychýlí, aby síla závěsu F_z a gravitační síla nebyly rovnoběžné a měly nenulovou výslednici (dostředivou sílu, která sedačku nutí se otáčet).

osa otáčení



Z obrázku vidíme $\text{tg} \alpha = \frac{F_d}{F_g}$.

$$F_d = \text{tg} \alpha \cdot F_g$$

$$m \frac{v^2}{R} = \text{tg} \alpha \cdot mg$$

$$v^2 = \text{tg} \alpha \cdot gR$$

Musíme vyjádřit R (vzdálenost sedačky od osy otáčení): $R = r + l \sin \alpha$.

$$v = \sqrt{\text{tg} \alpha \cdot gR} = \sqrt{\text{tg} \alpha g (r + l \sin \alpha)} = \sqrt{\text{tg} 15^\circ \cdot 10 (4 + 3 \cdot \sin \alpha)} \text{ m/s} = 3,6 \text{ m/s}$$

Sedačka se pohybuje rychlostí 3,6 m/s.

Shrnutí: Pro velikost dostředivé síly platí $F_d = m \frac{v^2}{r}$.