

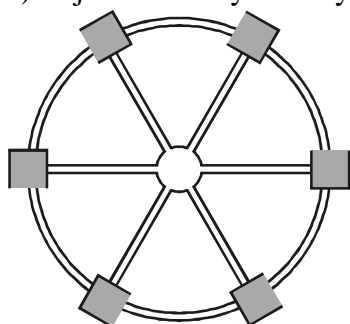
## 1.7.2 Moment síly vzhledem k ose otáčení

**Předpoklady:** 1701

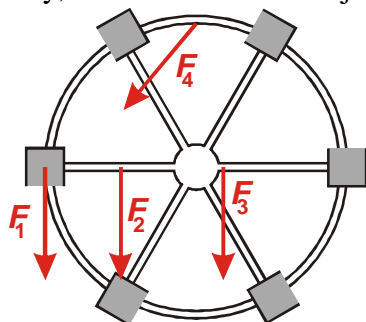
**Pedagogická poznámka:** Situaci trochu komplikuje skutečnost, že žáci si ze základní školy pamatují součin  $Fr$  a mají pocit, že se pouze opakuje notoricky známá věc. Nemá cenu proto zbytečně zdržovat odvozování vztahu pro moment, důležité je stihnout poslední příklady na kreslení ramena síly.

Roztáčení předmětů budeme zkoumat na dětském kolotoči. Na rozdíl od posuvného pohybu nezáleží pouze na velikosti síly, kterou se snažíme kolotoč roztočit.

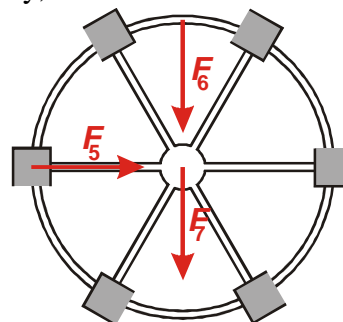
- Př. 1:** Do obrázku kolotoče (pohled shora) nakresli:
- stejně velké síly, které různě roztácejí kolotoč,
  - stejně velké síly v různých situacích, které kolotoč neroztácejí.



Síly, které kolotoč roztácejí.



Síly, které kolotoč neroztácejí.

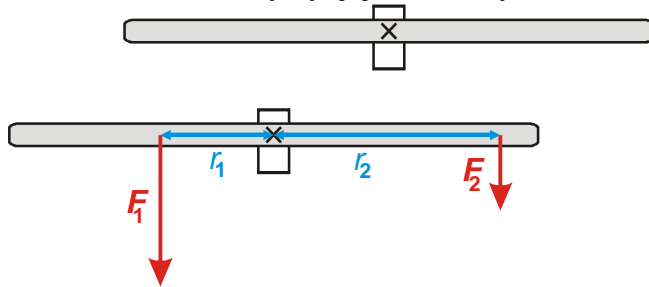


Otáčivý účinek síly závisí na:

- velikosti síly (větší síla má větší účinek),
- vzdálenosti působíště síly od osy otáčení (ve větší vzdálenosti od osy otáčení má síla větší účinek – síly  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  a  $F_7$ ),
- směru síly (síly  $F_1$ ,  $F_4$ ,  $F_5$  a  $F_6$ ).

Veličina udávající otáčivý účinek síly se nazývá **moment síly vzhledem k ose otáčení**, značí se  $M$ .

**Př. 2:** Do obrázku jednoduché houpačky vyznač na obě strany po jedné síle tak, aby obě síly měly různé vzdálenosti působíště od osy otáčení a stejný moment síly. Směr sil zvol tak, aby byl jejich otáčivý účinek maximální.



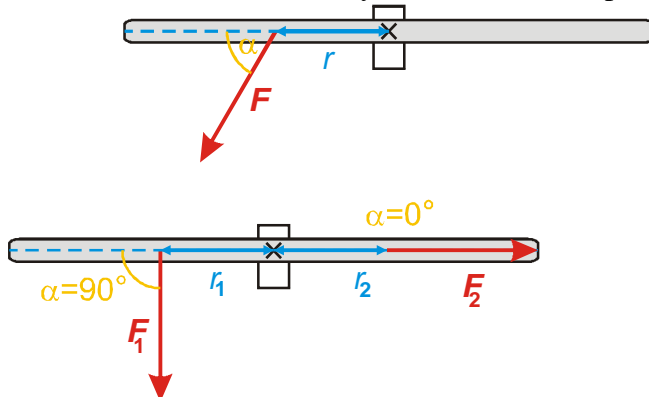
Maximální moment síly mají v případě naší houpačky síly působící ve svislém směru, jejich moment roste s jejich vzdáleností od osy otáčení  $\Rightarrow$  zřejmě platí  $F_1 r_1 = F_2 r_2$ .

Odhad z předchozího příkladu můžeme ověřit zavěšováním závaží na houpačku.

**Př. 3:** Na obrázku houpačky je zakreslena síla a její směr je vyznačen pomocí úhlu, který svírá směr síly se spojnicí působíště síly a osy otáčení. Nakresli do obrázku houpačky dvě síly  $F_1$  a  $F_2$  tak, aby splňovaly následující požadavky:

- obě mají stejnou velikost a stejnou vzdálenost působíště od osy otáčení jako síla  $F$ ,
- síla  $F_1$  má takový směr, aby její moment síly byl maximální,
- síla  $F_2$  má takový směr, aby její moment síly byl minimální.

U obou sil urči úhly a navrhni vzorec pro výpočet velikosti momentu síly.



- Maximální moment síly:  $F_1$  (úhel  $90^\circ$ )
- Minimální moment síly:  $F_2$  (úhel  $0^\circ$ )

$$\Rightarrow M = Fr \sin \alpha$$

Velikost momentu síly je určena vztahem  $M = Fr \sin \alpha$ , kde  $F$  je velikost působící síly,  $r$  vzdálenost jejího působíště od osy otáčení a  $\alpha$  je úhel, který svírá směr síly s přímkou spojující její působíště s osou otáčení.

- Jednotka momentu síly:  $1 \text{ N} \cdot \text{m}$
- Moment síly je vektorová veličina. Určení jejího směru je poměrně komplikované, v této učebnici se jím nebudeme zabývat a vystačíme pouze s tím, zda síla (její moment) způsobuje otáčení po směru hodinových ručiček (po směru HR) nebo proti směru hodinových ručiček (proti směru HR).

**Př. 4:** Najdi u dveří třídy osu otáčení. Demonstruj na dveřích poznatky o velikosti momentu síly vzhledem k ose otáčení.

Osa otáčení dveří je svislá a prochází středem pantů.

- Pokud chceme dveře otevřít (otočit jimi), působíme nejlépe kolmo na rovinu dveří (úhel  $90^\circ$ ).
- Pokud působíme silou v rovině dveří, dveře se neotevírají (jenom je trháme z pantů nebo tlačíme do pantů).
- Ve větší vzdálenosti od pantů stačí na otevření menší síla (se vzdáleností roste moment síly).

**Př. 5:** Vysvětli, proč je klika u dveří umístěna co nejdále od pantů. Urči moment síly působící na dveře, pokud jsou otevírány působením síly ruky o velikosti 20 N na kliku ve směru kolmém na dveře. Klika je od osy otáčení dveří vzdálena 0,8 m.

$$F = 20 \text{ N}, r = 0,8 \text{ m}, \alpha = 90^\circ, M = ?$$

$$M = Fr \sin \alpha = 20 \cdot 0,8 \cdot \sin 90^\circ \text{ N} \cdot \text{m} = 16 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Moment síly, kterou otevíráme dveře, má velikost  $16 \text{ N} \cdot \text{m}$ . Ve větší vzdálenosti od pantů je otáčivý účinek naší síly větší a dveře můžeme otevřít menší silou.

**Př. 6:** Dveře mohou být nebezpečné, když strčíme ruku do pantů ve chvíli, kdy je někdo otevírá. Jakou silou musí působit prsty na dveře, aby vyrovnaly moment síly otevírající dveře v předchozím příkladu, pokud jsou od osy otáčení vzdáleny pouze 3 cm?

$$M = 16 \text{ N} \cdot \text{m}, r = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}, \alpha = 90^\circ, F = ?$$

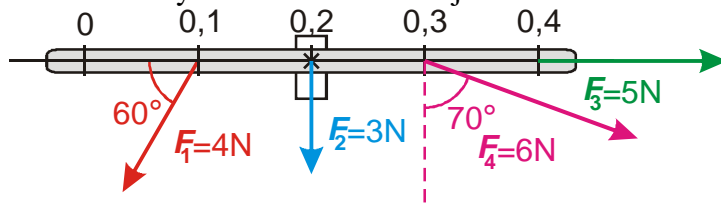
$$M = Fr \sin \alpha$$

$$F = \frac{M}{r \sin \alpha} = \frac{16}{0,03 \cdot \sin 90^\circ} \text{ N} = 530 \text{ N}$$

Prsty musí působit na dveře silou 530 N (stejnou silou působí i dveře na prsty, snadno tak mohou způsobit i poměrně bolestivá zranění).

**Pedagogická poznámka:** Studentům se zdá hodnota výsledku předchozího příkladu příliš velká, v případě pochybností není problém zlomit dveřmi tužku.

**Př. 7:** Urči momenty sil na obrázku. Osa je číslována v metrech.



$$M_1: F_1 = 4 \text{ N}, r = 0,1 \text{ m}, \alpha = 60^\circ$$

$$M_1 = Fr \sin \alpha = 4 \cdot 0,1 \cdot \sin 60^\circ \text{ N} \cdot \text{m} = 0,35 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_2: F_2 = 3 \text{ N}, r = 0 \text{ m}, \alpha = 90^\circ$$

$$M_2 = Fr \sin \alpha = 3 \cdot 0 \cdot \sin 90^\circ \text{ N} \cdot \text{m} = 0 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_3: F_3 = 5 \text{ N}, r = 0,2 \text{ m}, \alpha = 0^\circ$$

$$M_3 = Fr \sin \alpha = 5 \cdot 0,2 \cdot \sin 0^\circ \text{ N} \cdot \text{m} = 0 \text{ N} \cdot \text{m}$$

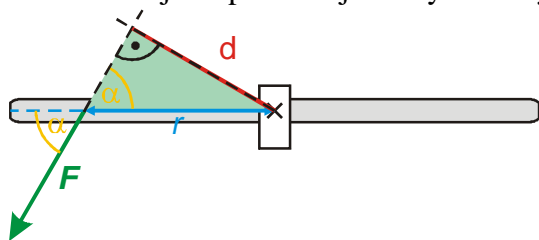
$$M_4: F_4 = 6 \text{ N}, r = 0,1 \text{ m}, \alpha = 20^\circ$$

$$M_4 = Fr \sin \alpha = 6 \cdot 0,1 \cdot \sin 20^\circ \text{ N} \cdot \text{m} = 0,21 \text{ N} \cdot \text{m}$$

V tabulce můžeme doplnit první řádek:

<b>posuvný pohyb</b>	<b>otáčivý pohyb</b>
příčina změny pohybu: síla $F$ [N]	příčina změny pohybu: moment síly $M$ [N·m], $M = Fr \sin \alpha$
odpor ke změně pohybu: hmotnost $m$ [kg]	
1. Newtonův zákon: $F_v = 0$ , právě když je těleso v klidu nebo v pohybu rovnoměrném přímočarém.	
2. Newtonův zákon: $a = \frac{F}{m}$ .	

Na obrázku ještě prostudujeme význam výrazu  $r \sin \alpha$ .

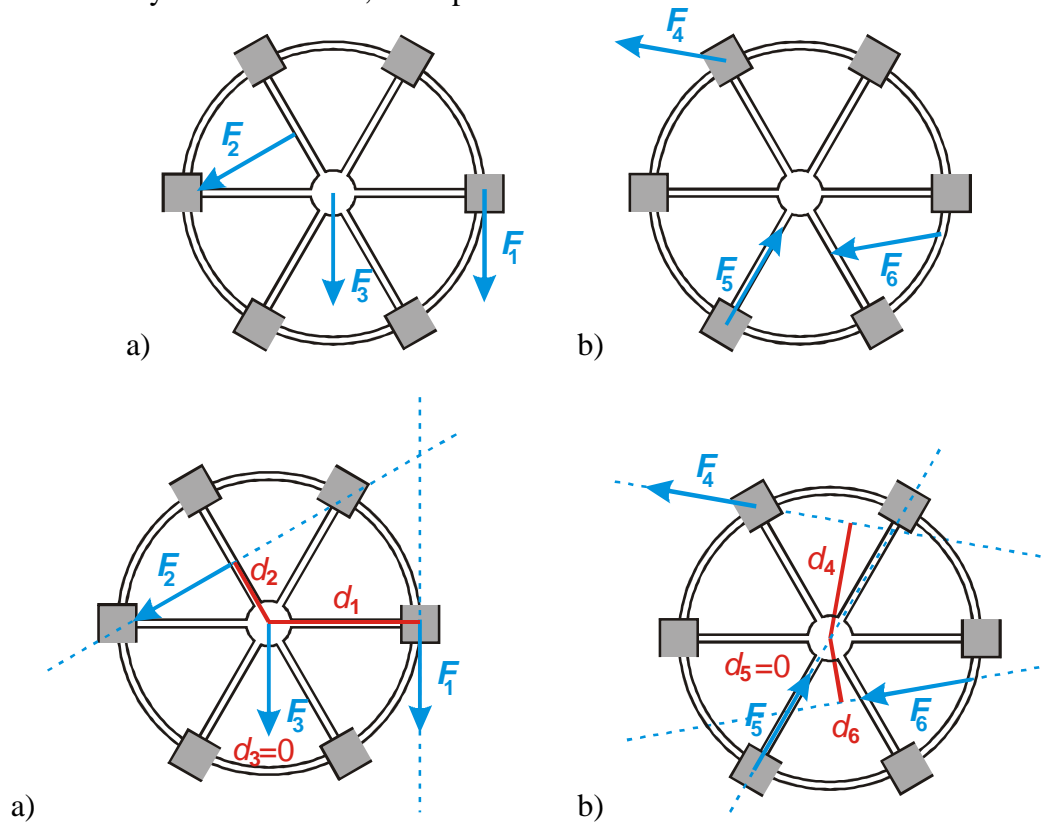


Vzdálenost  $r$  i úhel  $\alpha$  určují vybarvený pravoúhlý trojúhelník.

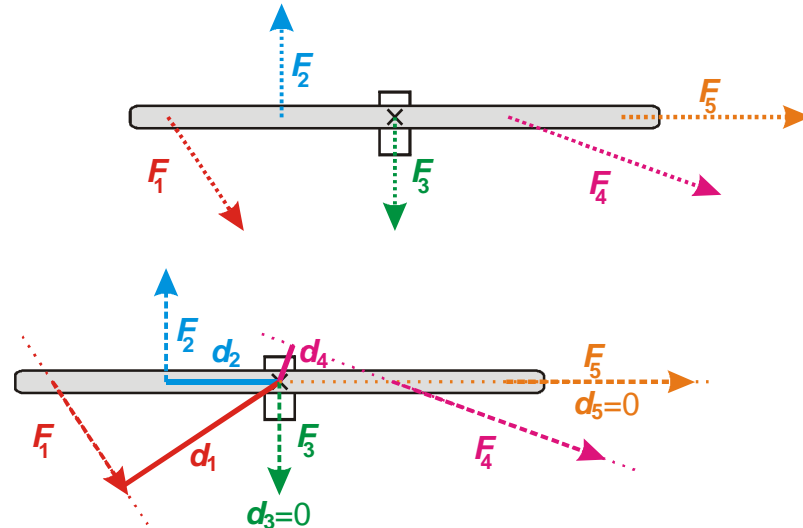
$$\text{Platí: } \sin \alpha = \frac{d}{r} \Rightarrow d = r \sin \alpha.$$

Vztah pro výpočet velikosti momentu síly pak můžeme upravit do tvaru:  $M = Fr \sin \alpha = Fd$ , kde  $d$  je kolmá vzdálenost přímky, na které leží vektor síly  $F$  (vektorová přímka), od osy otáčení. Vzdálenosti  $d$  říkáme **rameno síly**.

**Př. 8:** Vyznač ramena sil, které působí na kolotoč.



**Př. 9:** Vyznač ramena sil, které působí na páku.



**Shrnutí:** Změny otáčivého pohybu způsobuje moment síly. Jeho velikost je určena vztahem  $M = Fr \sin \alpha = Fd$ , kde  $d$  je kolmá vzdálenost vektorové přímky síly od osy otáčení (rameno síly).