

2.2.4 Kalorimetrická rovnice

Předpoklady: 2203

Pomůcky: dvě kádinky, vařící voda, teploměr Vernier,

Smícháme teplou a studenou vodu \Rightarrow při smíchání si vody vyměňují teplo, musí dojít k rovnováze \Rightarrow získáme vodu o jedné teplotě.

Pokud žádné teplo neuteče, platí:

$$\text{teplo odevzdané teplou vodou} = \text{teplo přijaté studenou vodou} .$$

Př. 1: Do 200 ml vody o teplotě 20°C (pokojová teplota) přilijeme 150 ml vody o teplotě 80°C (horká voda). Odhadni teplotu výsledné teplé vody. Urči teplotu vody výpočtem. Odhadni teplotu jakou teplotu vody naměříme pokud pokus provedeme, odhad zdůvodni.

$$m_s = 0,2 \text{ kg}, c = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, t_s = 20^\circ\text{C}, m_t = 0,15 \text{ kg}, t_t = 80^\circ\text{C}, t = ?$$

Smícháváme dvě množství stejné kapaliny \Rightarrow u stejných množství by se výsledná teplota měla rovnat průměru teplot, protože je studené vody více, bude výsledná teplota blíže k teplotě studené vody.

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c \Delta t_s = m_t c \Delta t_t / : c$$

$$m_s (t - t_s) = m_t (t_t - t)$$

$$m_s t - m_s t_s = m_t t_t - m_t t$$

$$m_s t + m_t t = m_t t_t + m_s t_s$$

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_s + m_t}$$

$$\text{Dosazení: } t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_s + m_t} = \frac{0,15 \cdot 80 + 0,2 \cdot 20}{0,2 + 0,15} {}^\circ\text{C} = 45,7 {}^\circ\text{C}$$

Skutečná teplota kterou naměříme bude nižší, protože teplá voda musí kromě studené vody ohřát i kádinku a část tepla unikne do třídy.

Dodatek: Výsledný vztah $t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_s + m_t}$ je fakticky vzorcem pro vážený průměr obou teplot, kde jsou jejich váhy určeny hmotností vody s danou teplotou.

Při pokusu jsme naměřili výslednou teplotu 42°C (přesně podle našich předpokladů).

Př. 2: Navrhni takové provedení předchozího pokusu, aby teplota výsledné teplé vody byla vyšší než hodnota určená výpočtem.

Část tepla se určitě ztratí vždy \Rightarrow potřebujeme, aby se v kádince objevil další zdroj tepla \Rightarrow budeme přelévat studenou vodu do těplejší, aby teplo kromě teplé vody dodávala i zahřátá kádinka. Pokus provedeme co nejrychleji (nižší ztráty). V případě, že by to nestačilo použijeme kádinku s tlustším sklem (bude moci předat studenější vodě více tepla).

Pedagogická poznámka: Velmi doporučuji míchání vod provést. Fakt, že při rychlém provedení druhého pokusu získáme vodu teplejší než podle výpočtu, je dobrou ukázkou, že i když reálně výsledky pokusů neodpovídají přesně výpočtům, mohou se lišit i na obě strany a hlavně jsme schopni odhalit příčiny a v případě potřeby je pak odstraňovat.
Prakticky provádí pokus tak, že připravím vodu o pokojové teplotě, horkou vodu odměřím a s teploměrem v kádince čekám než teplota klesne na 80°C.

Pokud chceme přesnější výsledky pokusů, potřebuje nádobu, která zabraňuje únikům (nebo průnikům) tepla – **kalorimetru** (slovo znamená metr na kalorie – starší jednotka energie, která se ještě dnes používá u výživových hodnot apod.).

Čím lepší kalorimetr, tím přesněji platí $Q_s = Q_t$, po dosazení:

$$\text{kalorimetrická rovnice: } m_1 c_1 (t_1 - t) = m_2 c_2 (t - t_2)$$

Př. 3: Rozhodni, která z hmotností m_1 , m_2 patří v rovnici $m_1 c_1 (t_1 - t) = m_2 c_2 (t - t_2)$ látce s vyšší teplotou.

Pokud má výraz $(t_1 - t)$ znamenat kladný tepelný rozdíl, musí patřit teplota t_1 teplejšímu tělesu o hmotnosti m_1 .

Dodatek: Ve skutečnosti je jedno, jestli správně odhadneme, který z předmětů má mít vyšší teplotu, protože v případě, že bychom se netrefili, budou obě závorky záporné, tím pádem budou záporné i obě strany rovnice a rovnost (o kterou jde především) zůstane zachována.

Při použití v praxi není příliš důležité, jak budeme rovnici psát. Stačí:

- teplo přijaté = teplo odevzdáne,
- $Q = mc\Delta t$ nebo $Q = C \Delta t$,
- trocha úvahy.

Př. 4: Kolik studeného čaje o teplotě 20°C musíme nalít do 0,25 l horkého čaje o teplotě 80°C, abychom získali snesitelně teplý nápoj o teplotě 45°C.

$$c = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \quad t_s = 20^\circ\text{C}, \quad t_t = 80^\circ\text{C}, \quad t = 45^\circ\text{C}, \quad m_t = 0,25 \text{ kg}, \quad m_s = ?$$

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c \Delta t_s = m_t c \Delta t_t \quad / : c$$

$$m_s (t - t_s) = m_t (t_t - t)$$

$$m_s = \frac{m_t (t_t - t)}{t - t_s}$$

$$\text{Dosazení: } m_s = \frac{m_t (t_t - t)}{t - t_s} = \frac{0,25(80-45)}{45-20} \text{ kg} = 0,35 \text{ kg}$$

Do horkého čaje musíme přilít 0,35 l studeného.

Pedagogická poznámka: Studenti mají tendenci dosazovat takto $Q_s = Q_t$

$m_s \Delta t_s = m_t \Delta t_t$. Snažím se jim vysvětlit, že by neměli dosazovat za tepla bez měrných tepelných kapacit. V tomto konkrétním případě se sice měrné tepelné kapacity vykrátí, ale obecně jde o špatný zvyk, který by u některých z dalších příkladů znamenal chybu.

Př. 5: Ve vaně je 100 litrů teplé vody o teplotě 27°C . Kolik litrů horké vody o teplotě 65°C musíme do vany připustit, abychom získali „zapářku“ o teplotě 40°C .

$$c = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, t_s = 27^\circ\text{C}, t_t = 65^\circ\text{C}, t = 40^\circ\text{C}, m_s = 100 \text{ kg}, m_t = ?$$

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c \Delta t_s = m_t c \Delta t_t \quad / : c$$

$$m_s (t - t_s) = m_t (t_t - t)$$

$$m_t = \frac{m_s (t - t_s)}{t_t - t}$$

$$\text{Dosazení: } m_t = \frac{m_s (t - t_s)}{t_t - t} = \frac{100(40 - 27)}{65 - 40} \text{ kg} = 52 \text{ kg}$$

Do vany musíme napustit 52 litrů horké vody.

Poznámka: Autor by rád upozornil (na podmět generální tajemnice International Women Movement Against Zapářka), že předchozí příklad v žádném případě nebyl zamýšlen jako propagace tohoto v dnešní době již zcela překonaného způsobu vykonávání tělesné hygieny.

Dodatek: Autor se musí ohradit proti nepodloženým pomluvám, že by byl k předchozí poznámce nucen ze strany IWMAZ.

Př. 6: Najdi co nejvíce důvodů, proč je „zapářka“ v dnešní době již zcela překonaný způsob vykonávání tělesné hygieny.

Zapářka:

- je neekologická (velká spotřeba energie a vody)
- snižuje obranyschopnost organismu
- zvyšuje vlhkost v bytě a způsobuje tak šíření plísní
- zvýšená vlhkost v koupelně způsobuje srážení vodní páry na zrcadle. Zrcadlo tak vyžaduje častější leštění
- odmašťuje pokožku a zvyšuje tak riziko kožních chorob
- vysoká teplota protékající vody zkracuje životnost těsnění ve vodovodní baterii
- velmi vysoká teplota vody způsobuje únavu a zvyšuje pravděpodobnost usnutí ve vaně
- prodlužuje dobu koupání a zabraňuje tak ostatním členům rodiny v přístupu do koupelny

...

Př. 7: Jakou teplotu musí mít 2 kg vody, aby po smíchání s 3 kg ethanolu o teplotě 40°C vytvořila směs o teplotě 30°C.

$$c_s = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_s = 2 \text{ kg}, c_t = 2500 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_t = 3 \text{ kg}, t_t = 40^\circ\text{C}, t = 30^\circ\text{C},$$

$$t_s = ?$$

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c_s \Delta t_s = m_t c_t \Delta t_t$$

$$m_s c_s (t - t_s) = m_t c_t (t_t - t)$$

$$m_s c_s t - m_s c_s t_s = m_t c_t (t_t - t)$$

$$m_s c_s t - m_t c_t (t_t - t) = m_s c_s t_s$$

$$t_s = \frac{m_s c_s t - m_t c_t (t_t - t)}{m_s c_s}$$

$$\text{Dosazení: } t_s = \frac{m_s c_s t - m_t c_t (t_t - t)}{m_s c_s} = \frac{2 \cdot 4200 \cdot 30 - 3 \cdot 2500 (40 - 30)}{2 \cdot 4200} {}^\circ\text{C} = 21^\circ\text{C}$$

Voda musí mít teplotu 21°C.

Př. 8: Závaží o hmotnosti 500g z neznámého prvku o teplotě 100°C vhodíme do 2 litrů vody o teplotě 20°C. Teplota vody a závaží se ustálila na 24°C. Urči měrnou tepelnou kapacitu a druhu prvku.

$$c_s = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_s = 2 \text{ kg}, t_s = 20^\circ\text{C}, m_t = 0,5 \text{ kg}, t_t = 100^\circ\text{C}, t = 24^\circ\text{C}, c_v = ?$$

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c_s (t - t_s) = m_t c_t (t_t - t)$$

$$c_t = \frac{m_s c_s (t - t_s)}{m_t (t_t - t)}$$

$$\text{Dosazení: } c_t = \frac{m_s c_s (t - t_s)}{m_t (t_t - t)} = \frac{2 \cdot 4200 \cdot (24 - 20)}{0,5(100 - 24)} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 880 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Neznámá látka má měrnou tepelnou kapacitu 880 J · kg⁻¹ · K⁻¹. Jde zřejmě o hliník.

Př. 9: Železné závaží o hmotnosti 200 g hodíme do 0,5 litru vody o teplotě 20°C. Teplota vody se ustálila na 22°C. Jaká byla původní teplota závaží? Místo indexů s a t použij v obecném řešení indexy 1 a 2.

$$c_1 = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_1 = 0,5 \text{ kg}, t_1 = 20^\circ\text{C}, c_2 = 450 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_2 = 0,2 \text{ kg}, t = 22^\circ\text{C},$$

$$t_2 = ?$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$m_1 c_1 (t - t_1) = m_2 c_2 (t_2 - t)$$

$$m_1 c_1 (t - t_1) = m_2 c_2 t_2 - m_2 c_2 t$$

$$m_1 c_1 (t - t_1) + m_2 c_2 t = m_2 c_2 t_2$$

$$t_2 = \frac{m_1 c_1 (t - t_1) + m_2 c_2 t}{m_2 c_2}$$

$$\text{Dosazení: } t_2 = \frac{m_1 c_1 (t - t_1) + m_2 c_2 t}{m_2 c_2} = \frac{0,5 \cdot 4200 (22 - 20) + 0,2 \cdot 450 \cdot 22}{0,2 \cdot 450} {}^\circ\text{C} = 69 {}^\circ\text{C}$$

Voda musí mít teplotu $69 {}^\circ\text{C}$.

Př. 10: Kalorimetru o tepelné kapacitě $63 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ obsahuje 250 g oleje o teplotě $12 {}^\circ\text{C}$. Do oleje v kalorimetru vložíme měděné závaží o teplotě $100 {}^\circ\text{C}$ a hmotnosti 500 g. Po ustálení má vše teplotu $33 {}^\circ\text{C}$. Urči měrnou tepelnou kapacitu oleje.

$$m_1 = 0,25 \text{ kg}, \quad t_1 = 12 {}^\circ\text{C}, \quad m_2 = 0,5 \text{ kg}, \quad t_2 = 100 {}^\circ\text{C}, \quad c_2 = 380 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \quad t = 33 {}^\circ\text{C},$$

$$C = 63 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}, \quad c_1 = ?$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$m_1 c_1 (t - t_1) + C (t - t_1) = m_2 c_2 (t_2 - t) \quad (\text{závaží musí kromě oleje ohřát i kalorimetru})$$

$$m_1 c_1 (t - t_1) = m_2 c_2 (t_2 - t) - C (t - t_1)$$

$$c_1 = \frac{m_2 c_2 (t_2 - t) - C (t - t_1)}{m_1 (t - t_1)}$$

Dosazení:

$$c_1 = \frac{m_2 c_2 (t_2 - t) - C (t - t_1)}{m_1 (t - t_1)} = \frac{0,5 \cdot 380 \cdot (100 - 33) - 63 (33 - 12)}{0,25 (33 - 12)} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 2200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Olej v kalorimetru má měrnou tepelnou kapacitu $2200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Př. 11: Petříček si hrál s kalorimetrem. Postupně do něj umístil 0,5 litru vody o teplotě $30 {}^\circ\text{C}$, 1 kg lihu o teplotě $10 {}^\circ\text{C}$ a půlkilové železné závaží o teplotě $100 {}^\circ\text{C}$. Urči teplotu obsahu kalorimetru poté, co přejde od rovnovážného stavu.

$$m_1 = 0,5 \text{ kg}, \quad c_1 = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \quad t_1 = 30 {}^\circ\text{C}, \quad m_2 = 1 \text{ kg}, \quad c_2 = 2500 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \quad t_2 = 10 {}^\circ\text{C},$$

$$m_3 = 0,5 \text{ kg}, \quad c_3 = 450 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \quad t_3 = 100 {}^\circ\text{C}, \quad t = ?$$

Problém: Nevíme, jaká bude výsledné teplota a tedy ani to, zda se voda bude ohřívat nebo bude ochlazovat.

Řešení: Všechny látky ochladíme na nejnižší teplotu ($10 {}^\circ\text{C}$) a zjistíme, kolik tepla by se tím uvolnilo. Poté spočítáme, o kolik stupňů by se všechny látky tímto teplem ohřály.

Uvolněné teplo:

$$Q = m_1 c_1 (t_1 - t_2) + m_3 c_3 (t_3 - t_2) = 0,5 \cdot 4200 (30 - 10) + 0,5 \cdot 450 (100 - 10) \text{ J} = 62250 \text{ J}$$

Teplotní rozdíl: $Q = m_1 c_1 \Delta t + m_2 c_2 \Delta t + m_3 c_3 \Delta t$

$$\Delta t = \frac{Q}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3} = \frac{62250}{0,5 \cdot 4200 + 1 \cdot 2500 + 0,5 \cdot 450} {}^\circ\text{C} = 13 {}^\circ\text{C}$$

Obsah kalorimetru bude mít teplotu $23 {}^\circ\text{C}$.

Shrnutí: Teplo odevzdané se rovná teplu přijatému.