2.3.7 Izotermický děj

Předpoklady: 020305, 020306

Pedagogická poznámka: Tato hodina je první ze čtyř podobných, které probíhají stejným způsobem. Čím lépe žáci porozumí této hodině, tím snazší pro ně budou ostatní.

izo = stejný $\Rightarrow$ **izotermický = při stálé teplotě** $\Rightarrow$ Při ději se může měnit tlak a objem plynu.
Například pomalé stlačování a roztahování stříkačky, teplota plynu se stihne vyrovnávat s teplotou okolí $\Rightarrow$ při zmenšení objemu by se měl zvýšit tlak.

Stavová rovnice:

$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$ izotermický děj $\Rightarrow$ $T_1=T_2$

$p_1V_1=p_2V_2$ **Boylle-Marriotův zákon**

jiná formulace: $pV=konst$

Př. 1: Na základě Boylle-Marriotova zákona rozhodni, jak se při izotermickém ději musí měnit objem, aby tlak klesal. Vysvětli svůj závěr pomocí mikroskopického popisu plynu jako látky skládající se z částic.

Podle Boylle-Marriotova zákona je součin pV konstantní $\Rightarrow$ pokud tlak klesá, musí se objem zvětšovat, aby byl součin stále stejný.

Mikroskopický pohled na izotermický děj:
Molekuly se v průměru pohybují pořád stejně rychle (teplota se nemění). Zmenšování objemu $\Rightarrow$ molekuly jsou v nádobě hustěji $\Rightarrow$ častěji naráží do stěn (stejnou rychlostí) $\Rightarrow$ větší tlak.

Př. 2: Vzduch ve stříkačce o objemu 20 ml a normálním tlaku jsme pomalu stlačili tak, že jeho tlak vzrostl na $350000\,\mathrm{Pa}$. Jaký byl v tomto okamžiku jeho objem?

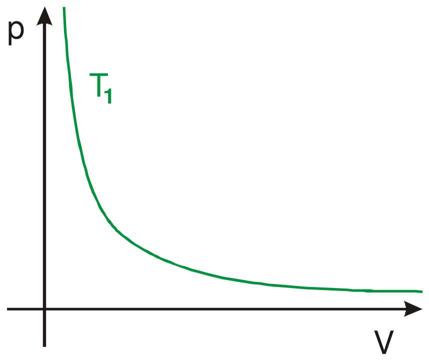
$V_1=20\,\mathrm{ml}=2\cdot10^{-5}\,\mathrm{m}^{-3}$, $p_1=100000\,\mathrm{Pa}$, $p_2=350000\,\mathrm{Pa}$, $V_2=?$

$p_1V_1=p_2V_2$

$$V_2=\frac{p_1V_1}{p_2}=\frac{100000\cdot2\cdot10^{-5}}{350000}\,\mathrm{m}^3=5,7\cdot10^{-6}\,\mathrm{m}^3=5,7\,\mathrm{ml}$$

Ve zkoumaném okamžiku měl plyn objem $5,7\,\mathrm{ml}$.

pV diagram



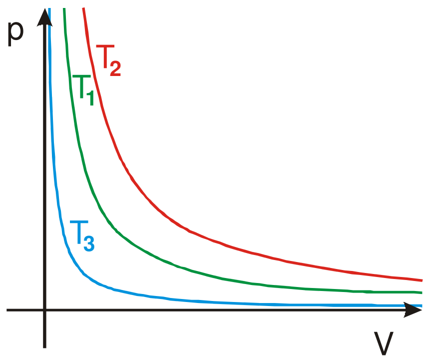
Křivka se nazývá **izoterma**.

Postřeh: Je velmi podobná grafu lineární lomené funkce. Proč?

Platí: $pV = konst \Rightarrow p = \dfrac{konst}{V}$ $\Rightarrow$ graf není jen podobný, je to přímo graf lineární lomené funkce.

Izotermy pro různé teploty se liší.

Př. 3: Na následujícím obrázku jsou nakresleny izotermy pro stejné množství plynu při různých teplotách T_1, T_2 a T_3. Porovnej navzájem tyto teploty.



Zvolíme si libovolný objem. Jednotlivé izotermy při tomto objemu ukazují různé hodnoty tlaku. Protože jde o stejný objem stejného plynu, mohou rozdílné hodnoty tlaku způsobit pouze různě silné nárazy jednotlivých molekul $\Rightarrow$ větší tlak znamená vyšší teplotu $\Rightarrow$ platí $T_3 < T_1 < T_2$.

Pedagogická poznámka: Při všech energetických rozborech je nutné, aby žáci rozlišovali W_p (práce konaná plynem, například plynem ve stříkačce) a W (práci konanou okolím, například rukou tlačící na píst stříkačky).

Energetický pohled = studujeme, jak se při izotermickém ději:

- mění vnitřní energie ΔU,
- koná práce plynu W_p (nebo práce okolí W),
- vyměňuje teplo Q s okolím.

Při všech dějích platí 1. termodynamický zákon v jednom ze svých dvou tvarů:

- $Q = \Delta U + W_p$ (přijaté teplo se změní na přírůstek vnitřní energie a práci vykonanou plynem)

* $\Delta U = W + Q$ (změna vnitřní energie se rovná přijatému teplu a práci vykonané okolím)

Izotermický děj: Teplota plynu se nemění $\Rightarrow$ vždy platí $\Delta U = 0$

Necháme stlačený plyn, aby odtlačil píst stříkačky a zvětšil svůj objem:
plyn odtlačuje píst $\Rightarrow$ plyn zvětšuje svůj objem $\Rightarrow W_p > 0$.
Pokud má plyn hýbat pístem stříkačky (konat práci) a nemá se zmenšit jeho vnitřní energie, musí mu okolní vzduch dodávat teplo $\Rightarrow$ $Q > 0$

Př. 4: Rozeber z energetického hlediska opačný průběh izotermického děje, při kterém plyn stlačíme ve stříkačce tak pomalu, aby se nezahřál.

Ruka stlačuje píst $\Rightarrow$ plyn zmenšuje svůj objem $\Rightarrow W_p < 0$ (kladnou práci koná ruka).
Okolní vzduch musí odebírat plynu ve stříkačce energii, aby se plyn nezahřál, i když ruka na něm koná práci $\Rightarrow$ $Q < 0$.

Př. 5: Vzduch ve stříkačce o objemu 20 ml a normálním tlaku jsme stlačili na 4 ml. Jaký by byl konečný tlak plynu, pokud by se teplota během stlačování neměnila? Jaký bude skutečný tlak? Proč?

$V_1 = 20\,\text{ml} = 2\cdot 10^{-5}\,\text{m}^{-3}$ $\quad V_2 = 4\,\text{ml} = 4\cdot 10^{-6}\,\text{m}^{-3}$ $\quad p_1 = 100000\,\text{Pa}$ $\quad p_2 = ?$

$p_1V_1 = p_2V_2$

$$p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} = \frac{100000\cdot 2\cdot 10^{-5}}{4\cdot 10^{-6}}\,\text{Pa} = 500000\,\text{Pa}$$

Tlak plynu se zvýšil na 500000 Pa. Skutečný tlak by měl být větší, protože při stlačování plynu se jeho teplota zvětšuje a tím pádem vzrůstá jeho tlak.

Dodatek: Z výsledného vzorce ($p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2}$) je vidět, že není nutné převádět objem na základní jednotku. Pokud jsou obě hodnoty uvedeny ve stejných jednotkách, převodní konstanta se vykrátí a výsledek je správný:
$V_1 = 20\,\text{ml} = 20\cdot 10^{-6}\,\text{m}^{-3}, V_2 = 4\,\text{ml} = 4\cdot 10^{-6}\,\text{m}^{-3}$:

$$p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} = \frac{100000\cdot 20\cdot 10^{-6}}{4\cdot 10^{-6}}\,\text{Pa} = \frac{100000\cdot 20}{4}\,\text{Pa} = 500000\,\text{Pa}$$ (jako kdybychom od začátku počítali v ml).

Př. 6: Rozžhavený plyn v pístu motoru o počátečním tlaku 7 MPa zvětší během rozpínání svůj objem dvanáctkrát. Urči jeho tlak na konci rozpínání za předpokladu, že se jeho teplota neměnila. Jaký bude skutečný tlak? Proč? Odhadni shora i zdola práci, kterou plyn vykoná během rozpínání, pokud má píst objem $500\,\text{cm}^3$.

$V_2 = 12V_1$, $p_1 = 7\,\text{MPa} = 7\cdot 10^6\,\text{Pa}$, $p_2 = ?$

$p_1V_1 = p_2V_2$

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{7 \cdot 10^6 \cdot V_1}{12 V_1}\,\mathrm{Pa} = \frac{7 \cdot 10^6}{12}\,\mathrm{Pa} = 580000\,\mathrm{Pa}$$

Tlak plynu se snížil na 580000 Pa. Skutečný tlak bude menší, protože při rozpínání plynu se bude jeho teplota snižovat (okolí nestíhá dodávat teplo a udržovat jeho teplotu).
Odhad práce: umíme vypočítat práci v případě, že se tlak plynu nemění $\Rightarrow$ spočteme práci dvakrát: jednou pro původní tlak, podruhé pro konečný tlak $\Rightarrow$ získáme velmi velký interval, ve kterém by měla ležet skutečná hodnota vykonané práce.

$$V = V_2 = 500\,\mathrm{cm}^3 = 5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^3$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = V_2 - \frac{V_2}{12} = \frac{11}{12} V_2$$

$$W_1 = p_1 \Delta V = 7 \cdot 10^6 \cdot \frac{11}{12} \cdot 5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{J} = 3200\,\mathrm{J}$$

$$W_2 = p_2 \Delta V = 5{,}8 \cdot 10^5 \cdot \frac{11}{12} \cdot 5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{J} = 270\,\mathrm{J}$$

Skutečná vykonaná práce je asi daleko blíže k nižší hodnotě (z obrázku izotermy je vidět, že tlak klesá čím dál pomaleji). Moc jsme se však nedozvěděli, protože naše odhady jsou příliš rozdílné.

Shrnutí: Při izotermickém ději se nemění teplota plynu.