

## 2.4.7 Teplotní roztažnost pevných látek

**Předpoklady:** 2406

**Pokus:** Studená kulička projde kroužkem. Po zahřátí nad kahanem kroužkem neprojde. Když kuličku ochladíme vodou, opět kroužkem projde.

**Vysvětlení:** Kulička se zahřátím zvětšila, teplá kulička je větší než studená  $\Rightarrow$  při změně teploty se mění rozměry těles = **teplotní roztažnost**.

### Proč?

Vyšší teplota  $\Rightarrow$  částice více kmitají kolem rovnovážných poloh  $\Rightarrow$  častěji se dostávají do větší vzájemné blízkosti  $\Rightarrow$  více na sebe působí odpuzivými silami  $\Rightarrow$  potřebují víc místa.

**Pokus:** Proužek z dvou kovů (bimetal = 2 kovy), po zahřátí se ohne. Po ochlazení se narovná.

**Vysvětlení:** Různé látky se roztahují různě. Bimetal se ohne tak, aby kov, který se roztahuje více byl na vnější straně (a měl tak víc místa).

Na čem závisí prodloužení  $\Delta l$ :

- $\Delta t$  (změna teploty): větší teplota  $\Rightarrow$  větší prodloužení.
- $l_0$  (původní délka): větší délka  $\Rightarrow$  větší prodloužení.
- $\alpha$  (**součinitel tepelné délkové roztažnosti**): rozlišuje různé látky, které se s teplotou mění různě. Hodnota se mění s teplotou, proto se v tabulkách udává  $\alpha_{20}$ , hodnota při  $20^\circ\text{C}$ .

$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$  (přibližný vzorec, existují i přesnější ale složitější vyjádření)

**Př. 1:** Urči jednotku součinitele tepelné délkové roztažnosti.

Vyjádříme  $\alpha$  ze vzorce:  $\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t \Rightarrow \alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta t}$ .

Dosadíme jednotky:  $\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta t} = \frac{1\text{m}}{1\text{m} \cdot 1\text{K}} = \frac{1}{1\text{K}} = \text{K}^{-1}$ .

**Př. 2:** Odvod' vztah pro celkovou délku  $l$  tyče roztažené kvůli změně teploty z počáteční délky  $l_0$ .

Celková délka roztažené tyče:  $l = l_0 + \Delta l = l_0 + l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$ .

$$l = l_0 (1 + \alpha \cdot \Delta t)$$

Hodnoty součinitele tepelné délkové roztažnosti pro některé prvky:

prvek	hliník	železo	iridium	měď	vápník
$\alpha [10^{-3} \cdot \text{K}^{-1}]$	0,024	0,012	0,006	0,017	0,025

**Př. 3:** Proč je v tabulce zařazen málokdy zmiňovaný kov iridium?

Ze slitiny iridia a platiny je vyroben mezinárodní prototyp metru, zřejmě kvůli jeho malému součiniteli tepelné roztažnosti.

**Př. 4:** Eiffelova věž má (včetně antény na vrcholu) výšku 324 metrů. Urči výšku této věže při teplotě  $-273^{\circ}\text{C}$  (téměř absolutní 0 K). Předpokládej, že výška udávaná v literatuře byla naměřena při teplotě  $30^{\circ}\text{C}$ . Věž je vyrobena ze železa.

$$l_0 = 324 \text{ m}, t_1 = 30^{\circ}\text{C}, t_2 = -273^{\circ}\text{C}, \alpha = 0,012 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, l = ?$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = -273 - 30 \text{ K} = -303 \text{ K}$$

$$l = l_0 (1 + \alpha \cdot \Delta t) = 324 [1 + 0,012 \cdot 10^{-3} \cdot (-303)] \text{ m} = 322,8 \text{ m}$$

I při ochlazení téměř k absolutní nule by se výška Eiffelovy věže zmenšila pouze na 1,2 metru na 322,8 m.

**Pedagogická poznámka:** Příklad je důležitý. Objevují se studenti, kteří si představují, že se předměty budou zkracovat až k nule (což jim brání přijmout teplotní roztažnost).

**Př. 5:** Urči, o kolik se prodlouží hliníkový drát natažený mezi 2 stožáry vysokého napětí vzdálenými od sebe 60 m, jestliže se teplota se zvýší z  $-20^{\circ}\text{C}$  na  $30^{\circ}\text{C}$ .

$$t_1 = -20^{\circ}\text{C}, t_2 = 30^{\circ}\text{C}, \Delta t = 30 - (-20) \text{ K} = 50 \text{ K}, \alpha = 0,024 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, l_0 = 60 \text{ m}, \Delta l = ?$$

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t = 60 \cdot 0,024 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \text{ m} = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 7,2 \text{ cm}$$

Hliníkový drát se prodlouží o 7,2 cm.

Zdá se to možná málo, ale musíme se na to brát ohled.

**Př. 6:** Urči sílu, kterou by stožáry vysokého napětí musely napínat hliníkový drát z minulého příkladu, pokud by byl natažen při venkovní teplotě  $30^{\circ}\text{C}$  a poté se ochladilo na  $-20^{\circ}\text{C}$ . Průměr drátu je 2 cm. Předpokládej, že při natažení nebyl drát prověšen a jeho přímý vodorovný tvar se při ochlazení nemění.

$$\Delta l = 7,2 \text{ cm} = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}, d = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}, E_{Al} = 67 \cdot 10^3 \text{ MPa}, l_0 = 60 \text{ m}, F = ?$$

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \frac{F}{S}$$

$$F = \frac{ES\Delta l}{l_0} = \frac{E\pi \frac{d^2}{4} \Delta l}{l_0} = \frac{E\pi d^2 \Delta l}{4l_0}$$

$$F = \frac{E\pi d^2 \Delta l}{4l_0} = \frac{67 \cdot 10^9 \cdot \pi \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 7,2 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 60} \text{ N} = 25258 \text{ N}$$

Stožáry by musely jeden natažený drát napínat silou 25000 N (a stejnou silou by působilo vedení na stožáry). Drátů se napíná vždy více  $\Rightarrow$  takové zatížení by stožáry nevydržely  $\Rightarrow$  při napínání vedení se musí tepelná roztažnost zohlednit.

**Dodatek:** Síla od 25000 N od jednoho lana odpovídá zavěšení hmotnosti 2,5 tuny.

**Dodatek:** Předchozí příklad je zjednodušující, lano samozřejmě nemůže být napnuté zcela vodorovně bez průvěsu (napětí v něm by muselo být nekonečné). V našem případě velmi malého průvěsu by při se průvěs mohl při ochlazování zmenšit (a tím by se zmenšila potřeba natažení lana působením síly od sloupů), ale i zmenšení průvěsu vyžaduje zvýšení napětí v laně a proto i když není výsledek přesný zřejmě alespoň řádovou představu a velikosti působících sil dává.

**Př. 7:** Za jaké venkovní teploty je možné napínat vedení na doraz (bez rezervy).

Při velmi nízkých teplotách je drát maximálně zkrácený a bude se pouze prodlužovat. Naopak při vyšších teplotách musíme počítat s ochlazením, zkrácením vedení a nechávat rezervu.

**Když se mění rozměry, mění se i objem:**  $V = V_i (1 + \beta \cdot \Delta t)$ .

$\beta$  = koeficient objemové roztažnosti (není v tabulkách, protože platí:  $\beta \doteq 3\alpha$ )

**Pedagogická poznámka:** Pokud nejsou studenti dostatečně rychlí, nemusí je nechat odvozovat příklad samostatně (stejně dospějí maximálně ke vztahu před zanedbáváním). Stačí promítnout roznásobený výraz a probrat s nimi zanedbávání některých členů.

**Př. 8:** Na příkladu krychle odvod' vzorec pro objemovou roztažnost.

$$V = a^3 \quad (\text{použijeme } a = a_0 (1 + \alpha \cdot \Delta t))$$

$$V = a^3 = [a_0 (1 + \alpha \cdot \Delta t)]^3 = a_0^3 (1 + \alpha \cdot \Delta t)^3 = V_0 [1 + 3\alpha \cdot \Delta t + 3(\alpha \cdot \Delta t)^2 + (\alpha \cdot \Delta t)^3]$$

Výsledek moc nepřipomíná na vzorec  $V = V_i (1 + \beta \cdot \Delta t)$ .

Jak velký je člen  $\alpha \cdot \Delta t$  ?

$\alpha$  - řádově  $10^{-5}$ ,  $\Delta t$  - maximálně  $10^3$  (při tisících stupňů i normálně pevné látky tají)

$\Rightarrow \alpha \cdot \Delta t < 10^{-2}$ ;  $(\alpha \cdot \Delta t)^2 < 10^{-4}$ ;  $(\alpha \cdot \Delta t)^3 < 10^{-6} \Rightarrow$  členy  $(\alpha \cdot \Delta t)^2$  a  $(\alpha \cdot \Delta t)^3$  můžeme ve výrazu zanedbat (úplně se ztratí v chybách  $\alpha$ , které se s teplotou taky mění).

$$V = V_0 (1 + 3\alpha \cdot \Delta t)$$

Při zvyšování teploty se zvětšují rozměry těles  $\Rightarrow$  zvětšuje se nejen jejich objem, ale i velikost dutin (například objem hrnku, do kterému můžeme nalít čaj).

**Př. 9:** Najdi způsob jak dostat zahřátou kuličku přes kroužek bez toho, abychom ji ochladili.

Kuličku můžeme dostat přes kroužek zahřáním kroužku.

Při zahřívání se zvětšují nejen vnější tělesa, ale i dutiny uvnitř  $\Rightarrow$  zahřejeme kroužek, jeho otvor se zvětšil a projde přes něj i zvětšená kulička.

**Př. 10:** Jedním z nejčastěji používaných materiálů je železobeton (železné tyče zalité do betonu). Jaké vlastnosti musí železo a beton mít?

Obě látky musí mít stejnou teplotní roztažnost, aby v materiálu nedocházelo k pnutím.

**Důsledky tep. roztažnosti:**

- Dráty vedení elektrického proudu se nesmí napínat na doraz, musí se nechat průvěs (hlavně v létě).
- Mosty nejsou zabetonovány napevno, ale jsou postaveny na válečkách.
- Kolejnice nejsou z jednoho kusu, ale z částí, které se na sebe nasouvají a je mezi nimi mezera.
- Kotle v elektrárnách se nezazdíávají (po zatopení se roztáhnou).
- Teplovody – roury mají „klky“, které vyrovnávají změny délky.

**Využití bimetalu:**

- Teplotní spínače (žehlička, varná konvice, elektrická trouba), při zahřátí se bimetal ohne a tím vypne obvod.
- Jističe – bimetal zahřátý procházejícím proudem vypíná při dlouhodobém přetížení (krátkodobé vypíná cívka).

**Shrnutí:** Pevné látky při ohřívání zvětšují své rozměry.