2.6.5 Výměny tepla při změnách skupenství

Předpoklady: 2604

Opakování: Teplo se při změnách skupenství spotřebovává na dva druhy dějů:

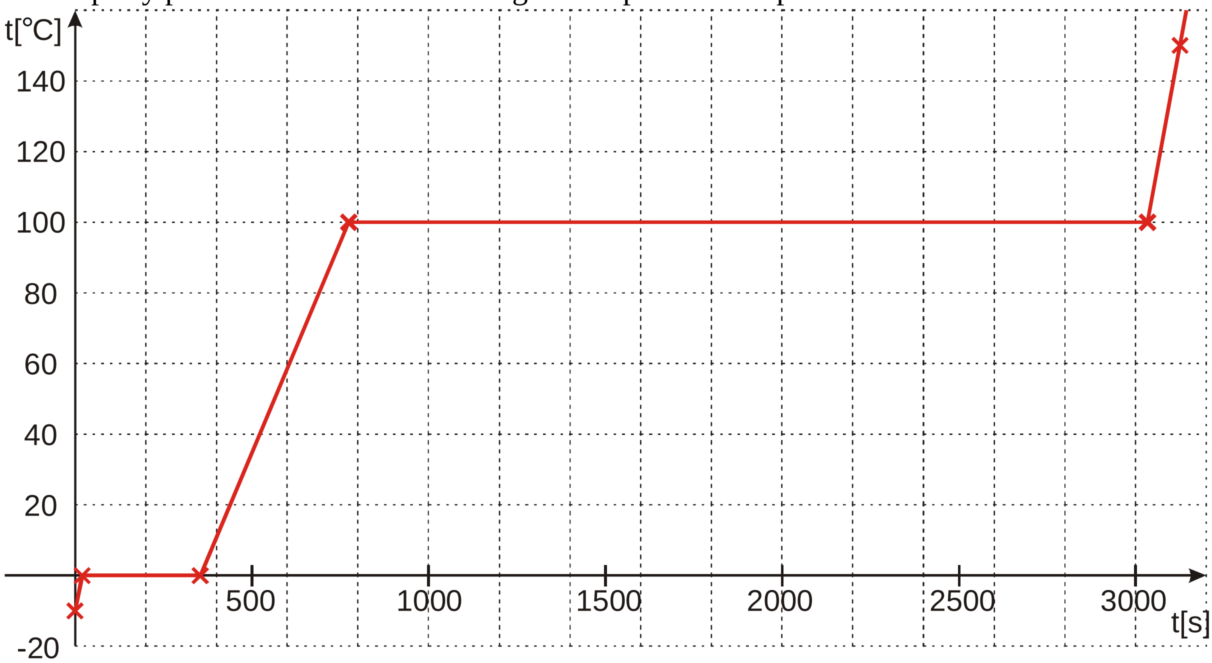
- zvyšování teploty: $Q = mc\Delta t$,
- změna skupenství: $Q = ml_x$.

Tepelné konstanty vody: $c(led) = 2000\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, $l_t = 334000\,\mathrm{J \cdot kg^{-1}}$,
$c(voda) = 4200\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, $l_v = 2260000\,\mathrm{J \cdot kg^{-1}}$, $c(pára) = 1840\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$.

Pedagogická poznámka: Studenti si na začátku hodiny opíší tepelné konstanty vody s tím, že je budou potřebovat v následujícím průběhu hodiny.

Př. 1: V uzavřené nádobě, která udržuje stálý vnitřní tlak, je umístěno 200 g drceného ledu o teplotě $-10\,^\circ\mathrm{C}$. Nádobu začneme rovnoměrně zahřívat (stálým výkonem). Nakresli graf, který zachycuje ideální závislost teploty vody na čase v průběhu zahřívání.

Graf teploty při ideálním zahřívání 200 g ledu o počáteční teplotě $-10\,^\circ\mathrm{C}$.



Pedagogická poznámka: Většina studentů kreslí grafy, které se správnému výsledku podobají. Během kontroly před zveřejněním se u těch lepších snažím, aby jejich grafy byly co nejsprávnější (délky ohřívání, strmosti grafů), u horších studentů jde o to, aby se v jejich grafech alespoň objevily dvě teploty, na kterých se ohřívání dočasně zastaví.

Př. 2: Urči tepelný výkon vařiče. Souřadnice křížků: $[0;-10]$, $[20;0]$, $[354;0]$, $[774;100]$, $[3034;100]$, $[3126;150]$.

Čas značíme řeckým písmenem τ.

Ohřívání ledu

$\tau = 20\,\text{s}$, $\Delta t = 10\,°\text{C}$, $m = 0,2\,\text{kg}$, $c = 2000\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $P = ?$

$$Q = mc\Delta t = P\tau \;\Rightarrow\; P = \frac{mc\Delta t}{\tau} = \frac{0,2\cdot 2000\cdot 10}{20}\,\text{W} = 200\,\text{W}$$

Tání ledu

$\tau = 354 - 20\,\text{s} = 334\,\text{s}$, $m = 0,2\,\text{kg}$, $l_t = 334000\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$, $P = ?$

$$Q = ml_t = P\tau \;\Rightarrow\; P = \frac{ml_t}{\tau} = \frac{0,2\cdot 334000}{334}\,\text{W} = 200\,\text{W}$$

Ohřívání vody

$\tau = 774 - 354\,\text{s} = 420\,\text{s}$, $\Delta t = 100\,°\text{C}$, $m = 0,2\,\text{kg}$, $c = 4200\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $P = ?$

$$Q = mc\Delta t = P\tau \;\Rightarrow\; P = \frac{mc\Delta t}{\tau} = \frac{0,2\cdot 4200\cdot 100}{420}\,\text{W} = 200\,\text{W}$$

Vyvaření vody

$\tau = 3034 - 774\,\text{s} = 2260\,\text{s}$, $m = 0,2\,\text{kg}$, $l_t = 2260000\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$, $P = ?$

$$Q = ml_t = P\tau \;\Rightarrow\; P = \frac{ml_t}{\tau} = \frac{0,2\cdot 2260000}{2260}\,\text{W} = 200\,\text{W}$$

Ohřívání páry

$\tau = 3126 - 3034\,\text{s} = 92\,\text{s}$, $\Delta t = 50\,°\text{C}$, $m = 0,2\,\text{kg}$, $c = 1840\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $P = ?$

$$Q = mc\Delta t = P\tau \;\Rightarrow\; P = \frac{mc\Delta t}{\tau} = \frac{0,2\cdot 1840\cdot 50}{92}\,\text{W} = 200\,\text{W}$$

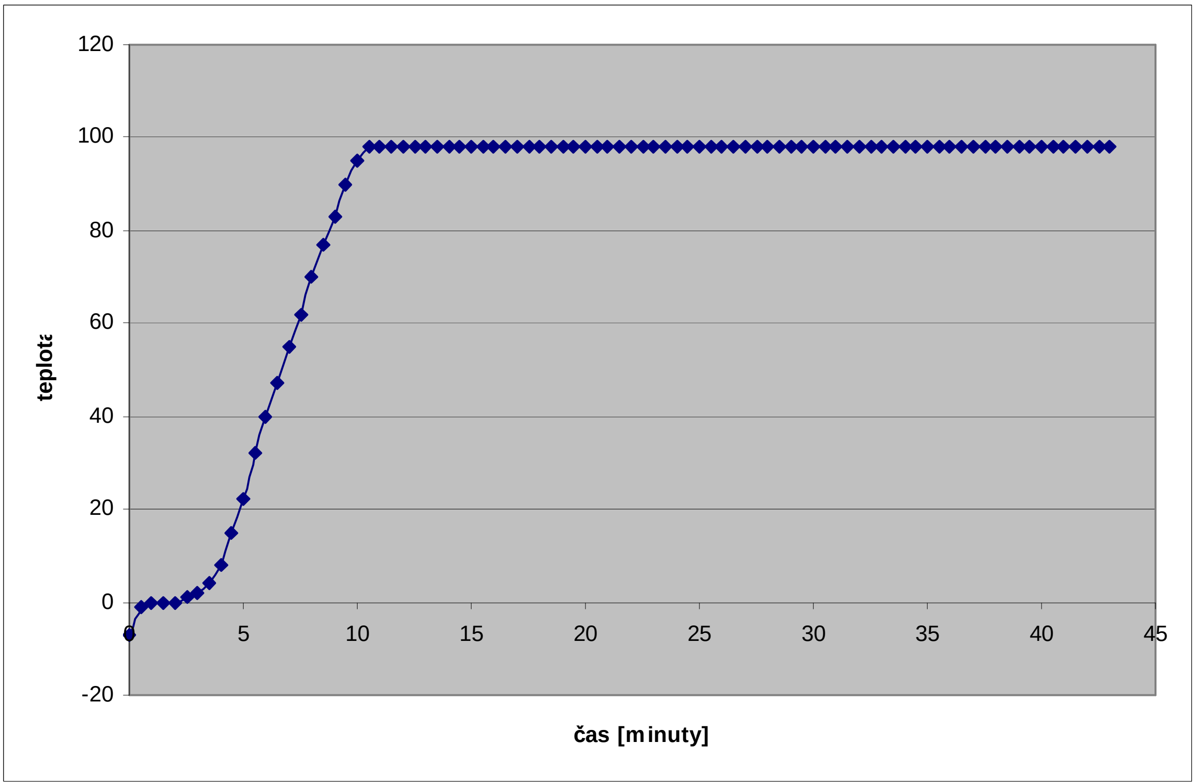
Pedagogická poznámka: Při hodině samozřejmě nepočítají studenti všechny varianty. Rozdělím je do skupin, každá použije na výpočet jednu část grafu.

Př. 3: Odhadni, jak se bude graf reálného experimentu lišit od ideální závislosti.

Rozdíly:

- grafy budou kostrbaté (teplota není všude stejná, chyby měření),
- roztátí ledu neskončí najednou a teplota nezačne „ostře“ stoupat, protože teplo se nebude ideálně šířit do vnitřku ledu, část vody už se začne zahřívat, zatímco část ledu, ještě taje,
- kromě vody v nádobě se musí zahřívat také nádoba $\Rightarrow$ části grafu, ve kterých se mění teplota, se prodlouží (a zmenší se sklon čar),
- během pokusu dochází k výměně tepla s okolím. Záleží na okolní teplotě (předpokládejme na příklad teplotu okolí $20\,°\text{C}$)
  - dokud je teplota vody nižší než teplota okolí, voda z okolí teplo přijímá (a ohřívání, či tání probíhá rychleji)
  - pokud je teplota vody vyšší než teplota okolí, teplo z vody uniká a zahřívání (i var) probíhají pomaleji, kvůli ztrátám (které rostou s rozdílem mezi teplotou vody a teplotou okolí).

Reálný průběh experimentu



Př. 4: Prostuduj tepelné konstanty vody a ethanolu a sestav návod na destilaci. Proč je pro dosažení většího podílu alkoholu nutné destilovat vícekrát?

Voda: $t_v = 100°C$

Líh: $t_v = 78,4°C$

Zahřejeme směs vody a lihu na teplotu $78,4°C$ a nebudeme teplotu zvyšovat. Líh tak bude vařit, voda se bude pouze vypařovat (tomu nezabráníme).
Voda se vypařuje za všech teplot, a proto bude výsledný roztok obsahovat kromě lihu i vodu. Její podíl můžeme snižovat dalšími destilacemi.

Př. 5: Při skutečné destilaci se zahřívání zastavuje ještě jednou na teplotě $65°C$. Vysvětli proč.

$0\,65°C$ je teplota varu metanolu, který je jedovatý. Zahřátím na $65°C$ můžeme od zbytku oddělit metanol.

Př. 6: Průmyslově se vyrábí daleko více lihu, než se spotřebovává v potravinářství. Většina lihu je proto denaturalizována (znehodnocena pro konzumaci) přidáním jedovatých přísad, které mají zabránit tomu, aby lidé tento líh kupovali místo lihu potravinářského, který je zdaněn spotřební daní a proto je daleko dražší. Jaké vlastnosti musí mít denaturační přísady?

Musí mít stejnou teplotu varu jako normální líh, aby je nebylo možné odstranit destilací.

Př. 7: Do kýble se sedmi litry vody o teplotě $15°\mathrm{C}$ přilijeme 0,5kg roztaveného olova o teplotě tání. Urči konečnou teplotu vody (a olova).

$l_t(Pb) = 23000\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$, $c(Pb) = 129\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$, $t_t = 327°\mathrm{C}$, $c(H_2O) = 4200\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$, $t = ?$

Platí: $Q(Pb) = Q(H_2 0)$

Teplo odevzdané olovem: skupenské teplo tuhnutí + teplo uvolněné olovem při ochlazování z $327°\mathrm{C}$ na konečnou teplotu: $Q(Pb) = m_o l_t + m_o c_o \Delta t_o$

Teplo přijaté vodou: teplo potřebné k ohřátí vody: $Q(H_2O) = m_v c_v \Delta t_v$.

$m_o l_t + m_o c_o \Delta t_o = m_v c_v \Delta t_v$

$m_o l_t + m_o c_o (t_t - t) = m_v c_v (t - t_v)$

$m_o l_t + m_o c_o t_t - m_o c_o t = m_v c_v t - m_v c_v t_v$

$m_o l_t + m_o c_o t_t + m_v c_v t_v = m_v c_v t + m_o c_o t$

$m_o l_t + m_o c_o t_t + m_v c_v t_v = t(m_v c_v + m_o c_o)$

$$\frac{m_o l_t + m_o c_o t_t + m_v c_v t_v}{m_v c_v + m_o c_o} = t$$

$$t = \frac{m_o l_t + m_o c_o t_t + m_v c_v t_v}{m_v c_v + m_o c_o} = \frac{0,5\cdot 23000 + 0,5\cdot 129\cdot 327 + 7\cdot 4200\cdot 15}{7\cdot 4200 + 0,5\cdot 129}\,°\mathrm{C} = 16{,}1°\mathrm{C}$$

Voda s olovem budou mít teplotu $16{,}1°\mathrm{C}$.

Př. 8: Do uzavřené nádoby vhodíme $2\,\mathrm{kg}$ ledu o teplotě $-15°\mathrm{C}$, $1\,\mathrm{kg}$ vody $30°\mathrm{C}$ a $0,5\,\mathrm{kg}$ vodní páry o teplotě $120°\mathrm{C}$. Urči výsledný stav v nádobě.

Problém: Nemůžeme sestavit rovnici, protože nevíme, jaký bude konečný stav:

- Změní se všechno na vodu o teplotě *t*?
- Roztaje pouze část ledu a získáme tak směs ledu a vody o teplotě $0°\mathrm{C}$?
- Roztaje pouze část páry a získáme tak směs páry a vody o teplotě $100°\mathrm{C}$?

$\Rightarrow$ Pro každý z uvedených případů musíme sestavovat jinou rovnici.
Jiný přístup: převedeme všechna skupenství na jednu teplotu a jedno skupenství, zjistíme energetickou bilanci a podle ní přizpůsobíme výsledek.
Převedeme všechny části na vodu o teplotě $100°\mathrm{C}$.

$2\,\mathrm{kg}$ **ledu o teplotě** $-15°\mathrm{C}$ **na vodu o teplotě** $100°\mathrm{C}$ $\Rightarrow$ **teplo dodáváme.**

$Q = mc_l \Delta t_1 + ml_t + mc_v \Delta t_2 = 2\cdot 15\cdot 2000 + 2\cdot 334000 + 2\cdot 4200\cdot 100\,\mathrm{J} = 1568000\,\mathrm{J}$

$1\,\mathrm{kg}$ **vody o teplotě** $30°\mathrm{C}$ **na vodu o teplotě** $100°\mathrm{C}$ $\Rightarrow$ **teplo dodáváme.**

$Q = mc_v \Delta t = 1\cdot 4200\cdot 70\,\mathrm{J} = 294000\,\mathrm{J}$

$0,5\,\mathrm{kg}$ **páry o teplotě** $120°\mathrm{C}$ **na vodu o teplotě** $100°\mathrm{C}$ $\Rightarrow$ **teplo přijímáme.**

$Q = mc_p \Delta t + ml_v = 0,5\cdot 20\cdot 1840 + 0,5\cdot 2260000\,\mathrm{J} = 1148400\,\mathrm{J}$

Celková bilance:

- $1148400 - 1568000 - 294000\,\mathrm{J} = -713600\,\mathrm{J}$
- 3,5 kg vody o teplotě 100°C

$\Rightarrow$ voda bude studenější.
Ochlazování vody: $Q = mc\Delta t$

$$\Delta t = \frac{Q}{mc} = \frac{713600}{3,5\cdot 4200}\,°\mathrm{C} = 48,5°\mathrm{C}$$ $\Rightarrow$ voda se ochladí na $51,5°\mathrm{C}$.

Smícháním součástí uvedených v zadání získáme po ustálení 3,5 kg vody o teplotě $51,5\,°\mathrm{C}$.

Na závěr vítěz soutěže o nejnesmyslnější příklad ve sbírkách příkladů z fyziky pro střední školy.

Př. 9: Do uzavřené nádoby, která je zahřívána výkonem 500 W vhodíme $3\,\mathrm{kg}$ ledu o teplotě $-20\,°\mathrm{C}$, $1\,\mathrm{kg}$ vody $20\,°\mathrm{C}$ a $100\,\mathrm{g}$ vodní páry o teplotě $110\,°\mathrm{C}$. Urči výsledný stav v nádobě po dvou minutách.

Stejný problém i stejné řešení jako v minulém příkladu.
Převedeme všechny části na vodu nebo led $0\,°\mathrm{C}$.
$3\,\mathrm{kg}$ **ledu o teplotě** $-20\,°\mathrm{C}$ **na led o teplotě** $0\,°\mathrm{C} \Rightarrow$ **teplo dodáváme.**

$Q = mc_l \Delta t_1 = 3 \cdot 20 \cdot 2000\,\mathrm{J} = 120000\,\mathrm{J}$

$1\,\mathrm{kg}$ **vody o teplotě** $20\,°\mathrm{C}$ **na vodu o teplotě** $0\,°\mathrm{C}$ $\Rightarrow$ **teplo přijímáme.**

$Q = mc_v \Delta t = 1 \cdot 4200 \cdot 20\,\mathrm{J} = 84000\,\mathrm{J}$

$100\,\mathrm{g}$ **páry o teplotě** $110\,°\mathrm{C}$ **na vodu o teplotě** $0\,°\mathrm{C}$ $\Rightarrow$ **teplo přijímáme.**

$Q = mc_p \Delta t_p + ml_v + mc_v \Delta t_v = 0{,}1 \cdot 10 \cdot 1840 + 0{,}1 \cdot 2260000 + 0{,}1 \cdot 4200 \cdot 100\,\mathrm{J} = 269840\,\mathrm{J}$

Teplo dodané za 2 minuty vařičem $\Rightarrow$ **teplo přijímáme.**
$Q = W = Pt = 500 \cdot 2 \cdot 60\,\mathrm{J} = 60000\,\mathrm{J}$
Celková bilance:

- $84000 + 269840 + 60000 - 120000\,\mathrm{J} = 293840\,\mathrm{J}$,
- 3 kg ledu o teplotě $0\,°\mathrm{C}$,
- 1,1 kg vody o teplotě $0\,°\mathrm{C}$.

$\Rightarrow$ Část ledu se roztaje.
Tání ledu: $Q = ml_t$

$m = \frac{Q}{l_t} = \frac{293840}{334000}\,\mathrm{kg} = 0{,}88\,\mathrm{kg}$ $\Rightarrow$ zbude 2,12 kg ledu a 1,98 kg vody.

Smícháním součástí uvedených v zadání získáme po dvou minutách zbude 2,12 kg ledu a 1,98 kg vody.

Shrnutí: Teplo se při změnách skupenství spotřebovává na zvyšování teploty ($Q = mc\Delta t$) nebo na změnu skupenství ($Q = ml_x$).