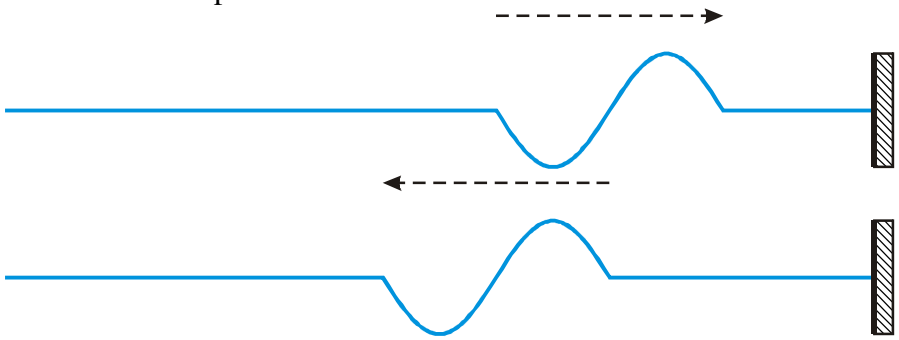
3.2.6 Stojaté vlnění, chvění předmětů

Předpoklady: 2503

Vlnění se nemusí šířit pouze v prostoru nebo v rovině, stačí řada bodů (například lano, struna, sloupec vzduchu).
Máme lano a pošleme vlnu $\Rightarrow$ lano někde končí $\Rightarrow$ co se stane na konci?
Dvě možnosti:

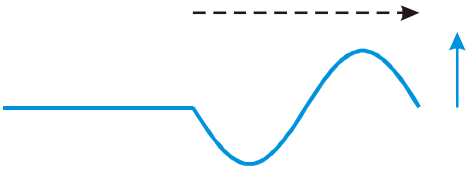
- lano je připevněno, například ke zdi: **pevný konec** (konec se nemůže pohybovat),
- lano je volně pohyblivé: **volný konec** (konec se může pohybovat).

Odraz vlnění na pevném konci:

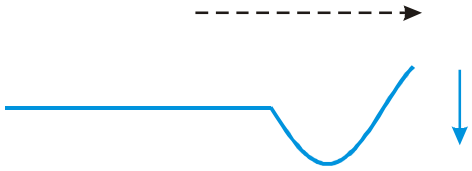


Ke konci dorazí nejdříve vrchol a pak ďolík, po odrazu se vrací nejdříve ďolík a pak teprve vrchol $\Rightarrow$ vlnění se odrazí s opačnou fází.

Př. 1: Sledováním pohybu koncového bodu rozhodni, jakým způsobem se odráží vlnění na volném (pohyblivém) konci.



Vlna dobíhá ke konci lana. Konec lana se pohybuje směrem nahoru.

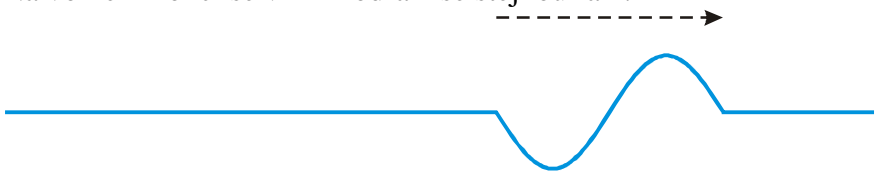


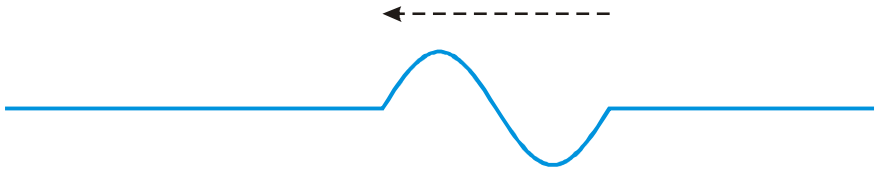
Vrchol vlny už proběhl a konec lana směřuje dolů.

Skoro celá vlna již proběhla koncem lana. Konec již prošel nejnižším bodem a směřuje nahoru.

Celá vlna prošla koncem lana, konec směřoval nahoru a pokračuje v tomto pohybu. Začíná vytvářet začátek odražené vlny – nejdříve její vrchol.

Na volném konci se vlnění odrazí se stejnou fází.

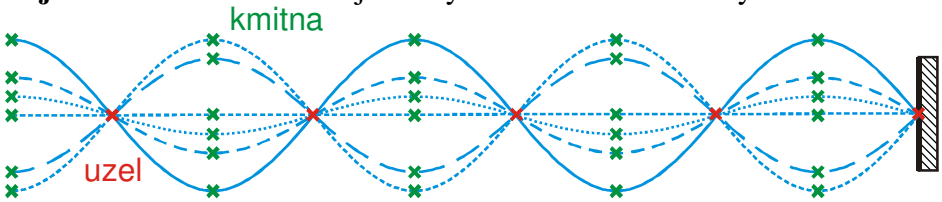




⇒ Pokud se vlnění šíří v konečné řadě bodů, musí se odrazit na konci ⇒ odražené vlnění pak interferuje s původním vlněním ⇒ co vznikne interferencí?

https://www.walter-fendt.de/html5/phcz/standingwavereflection_cz.htm

Situace se zcela změní, vlny se nešíří ani jedním směrem, ale „stojí na místě“ ⇒ vzniklo **stojaté vlnění**. Na obrázku je zachyceno několik okamžitých stavů.



- **kmitny** stojatého vlnění: body kmitající s maximální výchylkou,
- **uzly** stojatého vlnění: body zůstávající v klidu.

Postupné vlnění	**Stojaté vlnění**
Body kmitají: • se stejnou amplitudou, • s různou na čase závislou fází. Fáze vlnění se šíří fázovou rychlostí *v*. Přenáší se energie.	Body kmitají: • s různou amplitudou, • se stejnou fází. Nepřenáší se energie (mění se energie pružnosti na kinetickou energii a naopak).

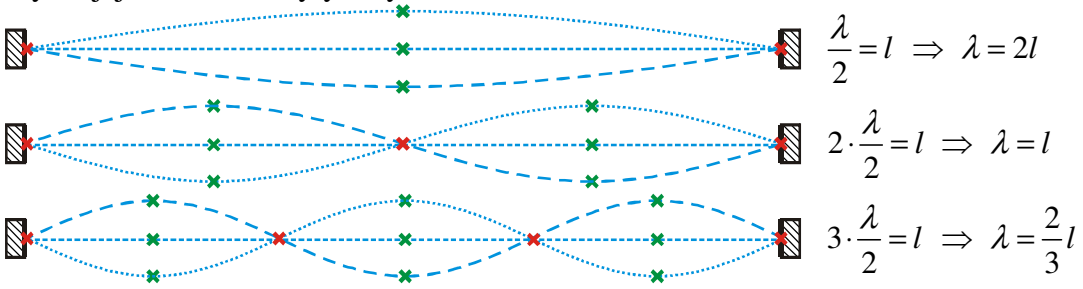
Typickým příkladem stojatého vlnění jsou hudební nástroje:

- příčné stojaté vlnění: kmitání struny: strunné nástroje (kytara, klavír, housle, …),
- podélné stojaté vlnění: vlnění vzduchového sloupce v dutině nástroje: dechové nástroje (flétna, trubka, roh, …).

https://www.walter-fendt.de/html5/phcz/standinglongitudinalwaves_cz.htm

Př. 2: Struna je upevněna na obou koncích a má délku *l*. Urči vlnové délky stojatého vlnění, které mohou na této struně existovat.

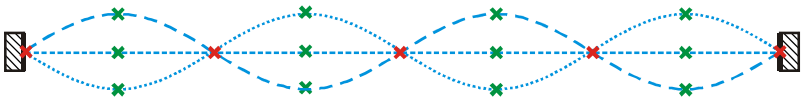
Konce struny jsou upevněny ⇒ nemohou se pohybovat ⇒ struna může kmitat pouze tak, aby na jejích koncích byly uzly. Více možností:



$$\frac{\lambda}{2} = l \Rightarrow \lambda = 2l$$

$$2 \cdot \frac{\lambda}{2} = l \Rightarrow \lambda = l$$

$$3 \cdot \frac{\lambda}{2} = l \Rightarrow \lambda = \frac{2}{3} l$$



$4 \cdot \frac{\lambda}{2} = l \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{1}{2} l$

a tak dále. Všech možností je nekonečně mnoho.

Můžeme je zapsat: $k \frac{\lambda}{2} = l \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{2l}{k}, \; k \in N$.

Z vlnové délky můžeme určit i frekvenci: $\lambda = vT = \frac{v}{f} \;\Rightarrow\; f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{2l}{k}} = k \frac{v}{2l}, \; k \in N$.

- $k = 1 \;\Rightarrow\; f = k \frac{v}{2l} = 1 \frac{v}{2l} = \frac{v}{2l}$: základní frekvence.
- $k > 1 \;\Rightarrow\; f = k \frac{v}{2l}$: vyšší harmonické frekvence.

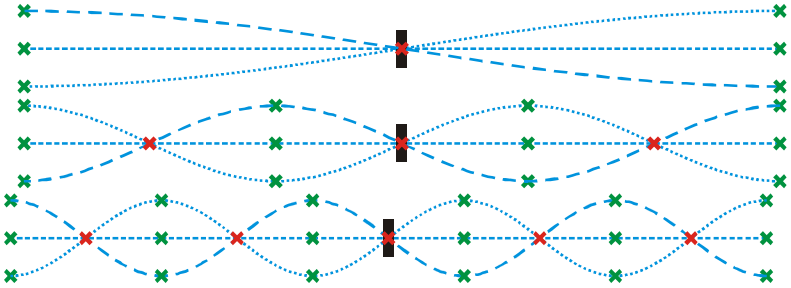
Zajímavý rozdíl:

- kyvadlo, závaží na pružině a další oscilátory: pouze jedna vlastní frekvence,
- chvějící se předmět: nekonečně mnoho frekvencí, které jsou násobky základní frekvence.

Dodatek: Základní frekvence odpovídá tónu, který slyšíme, když na strunu klasicky drnkneme. Pokud podržíme na struně přesně v prostředku prst levé ruky a tak vytvoříme na struně další uzel a tón (flažolet), který slyšíme, je o oktávu vyšší (struna kmitá jako v druhé variantě). Další flažolety je možné získat stejným způsobem ve třetině a čtvrtině struny.

Př. 3: Tyč o délce *l* je upevněna uprostřed. Urči vlnové délky stojatého vlnění, které mohou na této tyči existovat.

Střed tyče je upevněn $\Rightarrow$ nemůže se pohybovat $\Rightarrow$ uprostřed tyče musí být uzel.
Okraje tyče jsou volné $\Rightarrow$ mohou se pohybovat $\Rightarrow$ na krajích tyče musí být kmitny.
Více možností:



$\frac{\lambda}{2} = l \;\Rightarrow\; \lambda = 2l$

$3 \cdot \frac{\lambda}{2} = l \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{2}{3} l$

$5 \cdot \frac{\lambda}{2} = l \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{2}{5} l$

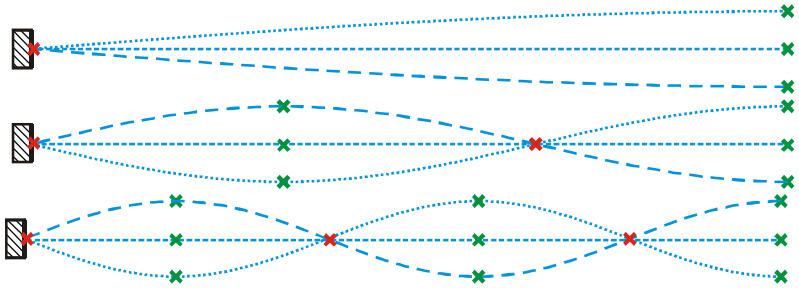
a tak dále.

Všechny možnosti: $(2k-1) \frac{\lambda}{2} = l \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{2l}{(2k-1)}, \; k \in N$.

Př. 4: Tyč o délce *l* je upevněna na jednom ze svých konců. Urči vlnové délky stojatého vlnění, které mohou na této tyči existovat.

Levý okraj tyče je upevněn $\Rightarrow$ nemůže se pohybovat $\Rightarrow$ uzel.
Pravý okraj tyče je volný $\Rightarrow$ může se pohybovat $\Rightarrow$ kmitna.

Možnosti:



$$\frac{\lambda}{4} = l \;\Rightarrow\; \lambda = 4l$$

$$3\cdot\frac{\lambda}{4} = l \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{4}{3}l$$

$$5\cdot\frac{\lambda}{4} = l \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{4}{5}l$$

Všechny možnosti: $(2k-1)\frac{\lambda}{4} = l \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{4l}{(2k-1)}$, $k \in N$.

Dodatek: Chvění pevných tyčí s jedním pevným koncem je předchozím příkladem popsáno jen přibližně, přesněji předchozí příklad popisuje chvění vzduchového sloupce s jedním otevřeným koncem.

Chvějí se i předměty, které nejsou přibližně jednorozměrné. Praktickým příkladem jsou desky různých tvarů.
Jednoduchým znázorněním stojatého vlnění desky jsou Chladniho obrazce, které vzniknou na chvějící se desce, kterou posypeme jemným pískem (http://fyzweb.cz/materialy/videopokusy/POKUSY/CHLADNI/INDEX.HTM).

Př. 5: V kterých místech se nakupí písek, v kmitnách nebo v uzlech?

Písek se soustředí v místech, kde se deska nejméně chvěje, tedy v uzlech.

Shrnutí: Při odrazu vlnění vzniká stojaté vlnění, předmět se chvěje. Možných frekvencí chvění předmětu je nekonečně mnoho a v jednorozměrných případech jsou všechny násobky nejnižší základní frekvence.