

4.1.3 Permitivita prostředí

Předpoklady: 4102

Pomůcky: tabulky pro všechny

Pedagogická poznámka: První dva příklady slouží k opakování. Jejich význam pro novou látku je malý, je možné je přeskočit.

Pedagogická poznámka: Rovnou ukazují soubor s příklady a snažím se, aby si žáci nevšimli názvu hodiny.

Př. 1: Urči vzdálenost dvou bodových nábojů o velikostech $Q_1=150\text{ nC}$ a $Q_2=100\text{ nC}$, jestliže se ve vakuu odpuzují silou $0,12\text{ N}$.

$$Q_1=150\text{ nC}, Q_2=100\text{ nC}, F=0,12\text{ N}, R=?$$

Dosadíme do Coulombova zákona: $F=k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{R^2}$.

$$R^2=k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{F}$$

$$R=\sqrt{k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{F}}=\sqrt{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{150 \cdot 10^{-9} \cdot 100 \cdot 10^{-9}}{0,12}}\text{ m}=0,034\text{ m}$$

Náboje jsou od sebe vzdáleny $0,034\text{ m}$.

Př. 2: Dva bodové náboje od sebe ve vakuu vzdálené 25 cm se odpuzují silou $0,052\text{ N}$. Urči jejich velikosti, pokud je jeden dvakrát větší než druhý.

$$F=0,052\text{ N}, R=25\text{ cm}=0,25\text{ m}, Q_1=?, Q_2=?$$

Jeden náboj je dvakrát větší než druhý: $Q_1=2Q_2$.

Dosadíme do Coulombova zákona: $F=k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{R^2}=k \cdot \frac{2Q_2 Q_2}{R^2}=k \cdot \frac{2Q_2^2}{R^2}$.

$$\frac{F R^2}{2k}=Q_2^2$$

$$Q_2=\sqrt{\frac{F R^2}{2k}}=\sqrt{\frac{0,052 \cdot 0,25^2}{2 \cdot 9 \cdot 10^9}}\text{ C}=4,2 \cdot 10^{-7}\text{ C}=420\text{ nC}$$

$$Q_1=2 Q_2=2 \cdot 420\text{ nC}=840\text{ nC}$$

Náboje budou mít velikosti 420 nC a 840 nC .

Př. 3: Urči hodnotu konstanty k pro ethanol. Použij libovolné informační zdroje kromě stránek www.realisticky.cz.

Problém: Hodnoty konstanty k pro jiná prostředí se vůbec neudávají (nejsou ani v tabulkách ani na internetu).

Postřeh: Coulombův zákon se často udává ve tvaru $F=\frac{1}{4 \pi \epsilon} \frac{Q_1 Q_2}{R^2}$, ve kterém je

konstanta k nahrazena výrazem $k = \frac{1}{4 \pi \cdot \epsilon}$. Konstanta ϵ se nazývá permitivita prostředí a určuje se jako součin $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$, kde $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ je permitivita vakua (jako jednotka permitivity vakua je udávána častěji $\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$) a ϵ_r je relativní permitivita prostředí (pro ethanol $\epsilon_r = 24$).

Dosadíme: $k = \frac{1}{4 \pi \cdot \epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{1}{4 \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 24} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} = 3,75 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

Pedagogická poznámka: Většina žáků předchozí příklad nevyřeší (dokonce ani s pomocí internetu), proto je třeba následující veřejné vysvětlení. Většinou si chvilku povídáme i tom, že na internetu se dá najít skoro všechno, ale s alespoň přibližnou představou o tom, co člověk hledá, je hledání daleko jednodušší.

Coulombův zákon: $F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{R^2}$

Konstanta k závisí na prostředí. Hodnota $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ platí pro vakuum a přibližně také pro vzduch.

Pro ostatní prostředí se nepoužívají jiné hodnoty k , ale jiný způsob vyjádření konstanty:

- pro vakuum: $k = \frac{1}{4 \pi \cdot \epsilon_0}$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ - **permitivita vakua** (jedna z nejdůležitějších fyzikálních konstant),
- jiné látky $k = \frac{1}{4 \pi \cdot \epsilon_0 \epsilon_r}$, ϵ_r - **relativní (poměrná) permitivita** (liší se pro různé látky).

Dodatek: Na první pohled se zdá nesmyslné nahradit jednu materiálovou konstantu podstatně složitějším výrazem. Zlomek $k = \frac{1}{4 \pi \cdot \epsilon_0 \epsilon_r}$ však usnadňuje formulaci zákonů, které sice leží mimo dosah středoškolské fyziky, ale pro studium elektromagnetismu jsou zcela zásadní. Permitivita vakua navíc patří mezi nejzákladnější fyzikální konstanty a na rozdíl od konstanty k se fyzice vyskytuje i na mnoha dalších (pro laika často i nečekaných) místech.

Př. 4: V tabulkách najdi hodnoty relativní permitivity pro některé běžné látky (vzduch, vodu, papír, porcelán, sklo ...). Jakých hodnot relativní permitivity látek nabývají? Jakým způsobem ovlivňuje prostředí velikost elektrické síly?

Hodnoty ϵ_r pro některé látky (pro představu):

vzduch	$\epsilon_r = 1,00060$	petrolej	$\epsilon_r = 2,0$
ethanol	$\epsilon_r = 24$	voda	$\epsilon_r = 81$
papír	$\epsilon_r = 2 - 2,5$	porcelán	$\epsilon_r = 6$
sklo	$\epsilon_r = 5 - 10$		

Všechny relativní permitivity jsou kladná reálná čísla větší než jedna. Hodnoty relativní permitivity dosazujeme do jmenovatele Coulombova zákona \Rightarrow prostředí zmenšuje velikost elektrické síly.

Př. 5: Rozhodni, jak se změní vzájemná síla mezi dvěma náboji, pokud je přemístíme z vakua do prostředí s $\epsilon_r = 2$.

$$k = \frac{1}{4 \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \Rightarrow \text{větší } \epsilon_r \Rightarrow \text{menší } k \Rightarrow \text{menší síla.}$$

Vzájemná síla mezi dvěma náboji se po přemístění z vakua do prostředí s $\epsilon_r = 2$ zmenší na polovinu.

Př. 6: Urči sílu, kterou se v ethanolu přitahují bodové náboje o velikostech $Q_1 = 150 \text{ nC}$ a $Q_2 = 100 \text{ nC}$, jejichž vzdálenost je 3,4 cm.

$$Q_1 = 150 \text{ nC}, \quad Q_2 = 100 \text{ nC}, \quad \epsilon_r = 24, \quad R = 3,4 \text{ cm} = 0,034 \text{ m}, \quad F = ?$$

$$F = \frac{1}{4 \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{R^2} = \frac{1}{4 \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 24} \cdot \frac{150 \cdot 10^{-9} \cdot 100 \cdot 10^{-9}}{0,034^2} \text{ N} = 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

Bodové náboje se v ethanolu přitahují silou $4,9 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ (což je 24 krát menší síla než mezi za stejných podmínek ve vakuu, jak zjistíme porovnáním s příkladem 2).

Př. 7: Dvě malé kuličky nesoucí náboje $Q_1 = +80 \text{ nC}$, $Q_2 = -20 \text{ nC}$ jsou umístěny ve vakuu 10 cm od sebe. Urči:

a) jakou silou se budou přitahovat,

b) jak na sebe budou působit, když je necháme, aby se dotkly, a pak je vrátíme do původní polohy.

a) působení před dotekem

$$Q_1 = +80 \text{ nC} \quad k = 9 \cdot 10^9 \quad Q_2 = -20 \text{ nC} \quad R = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m} \quad F = ?$$

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{R^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{80 \cdot 10^{-9} \cdot (-20 \cdot 10^{-9})}{0,1^2} \text{ N} = 1,44 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

Kuličky se budou přitahovat silou $F = 1,44 \cdot 10^{-3} \text{ N}$.

b) po doteku se mezi kuličkami přenesou náboje, část kladného se vyruší se záporným.

$$80 - 20 = +60 \text{ nC} \Rightarrow \text{na 1 kuličku připadá } 30 \text{ nC}.$$

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{R^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(30 \cdot 10^{-9})^2}{0,1^2} = 8,1 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

Kuličky se budou odpuzovat silou $F = 8,1 \cdot 10^{-4} \text{ N}$.

Př. 8: Kuličky z bodu b) předchozího příkladu byly přemístěny do jiného prostředí a odpuzivá síla se změnila na $F = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ N}$. Urči relativní permitivitu tohoto prostředí. O jakou látku se jedná.

$$Q = +30 \text{ nC}, \quad R = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}, \quad F = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ N}, \quad \epsilon_r = ?$$

$$F = \frac{1}{4 \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q^2}{R^2}$$

$$\epsilon_r = \frac{Q^2}{4 \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R^2 \cdot F}$$

$$\epsilon_r = \frac{(30 \cdot 10^{-9})^2}{4 \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1^2 \cdot 2,3 \cdot 10^{-4}}$$

$$\epsilon_r = 3,52$$

Relativní permitivita tohoto prostředí je $\epsilon_r = 3,52$.

Dodatek: Předchozí příklad je možné řešit ještě elegantněji takto:

síla ve vakuu $F_3 = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{R^2}$, síla v látkovém prostředí: $F_4 = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0 \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{R^2}$.

Obě rovnice vydělíme: $\frac{F_3}{F_4} = \frac{\frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{R^2}}{\frac{1}{4 \pi \epsilon_0 \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{R^2}} = \epsilon_r \Rightarrow \epsilon_r = \frac{F_3}{F_4} = \frac{8,1 \cdot 10^{-4}}{2,3 \cdot 10^{-4}} = 3,52$.

Shrnutí: Konstantu k v Coulombově zákonu vyjadřujeme pomocí permitivity prostředí.