

## 4.2.9 Závislost elektrického proudu na rozměrech

**Předpoklady:** 4208

**Pomůcky:** MFCH tabulky.

Elektrický odpor mají nejen rezistory, ale také spojovací vodiče (dráty). V našich obvodech tento odpor zanedbáváme, ale při větších vzdálenostech se odpor citelně projevuje? Na čem odpor závisí?

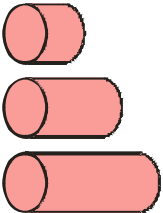
**Př. 1:** Odhadni, na kterých veličinách závisí odpor drátu (nebo jiných součástek podobného tvaru). Navrhni vzorec pro výpočet odporu součástky.

Odpor závisí na:

- délce drátu  $l$  (čím delší drát, tím větší odpor),
- průřezu drátu  $S$  (čím větší průřez, tím menší odpor),
- materiálu (různé materiály, různě propouští elektrický proud).

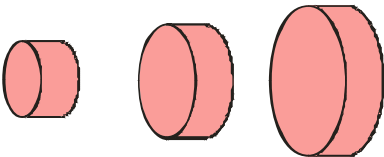
Jak závisí odpor součástky na jejím tvaru?

**Délka ( $l$ )**



Čím delší součástka, tím delší cesta, kterou musí elektrony projít v prostředí, které jim brání.  $\Rightarrow$   
**Čím větší délka, tím větší odpor.**

**Průřez ( $S$ )**



Čím větší průřez, tím více místa, kudy se mohou elektrony protáhnout.  $\Rightarrow$  **Čím větší průřez, tím je menší odpor.**

**Materiál**

Odpor určitě závisí i na materiálu, ze kterého je vyroben  $\Rightarrow$  budeme používat konstantu, která bude udávat typický (**měrný**) odpor materiálu, značí se  $\rho$ .

Odpor součástky:  $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$

Co přesně udává  $\rho$  ?

$\rho = \frac{S \cdot R}{l}$   $\Rightarrow$   $\rho$  udává odpor válce o průřezu  $1 \text{ m}^2$  a délce  $1 \text{ m}$  – **měrný elektrický odpor**

**materiálu**  $\Rightarrow$  jednotka  $\Omega \cdot m$  (pokud dosadíme za  $S$  i  $l$  jedničku získáme:  $\rho = \frac{S \cdot R}{l} = \frac{1 \cdot R}{1} = R$ ).

**Př. 2:** Urči měrný elektrický odpor materiálu, ze kterého je vyroben rezistor  $R=180 \Omega$ , jestliže rezistor má tvar válce o výšce 2 cm a průměru 4 mm.

$$l = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}, \quad r = \frac{d}{2} = 2 \text{ mm}, \quad R = 180 \Omega, \quad \rho = ?$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}, \text{ dosadíme za průřez obsah kruhu } S = \pi \cdot r^2.$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^2}$$

$$\pi \cdot r^2 \cdot R = \rho \cdot l$$

$$\rho = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot R}{l} = \frac{\pi \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 180}{2 \cdot 10^{-2}} \Omega \cdot m = 0,11 \Omega \cdot m$$

Materiál na výrobu rezistorů má měrný elektrický odpor  $0,11 \Omega \cdot m$ .

**Př. 3:** Urči délku měděného drátu namotaného na cívce. Drát má průměr  $5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ , odpor cívky je  $4,5 \Omega$ .

$$r = \frac{d}{2} = 0,25 \text{ mm} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}, \quad \rho = 1,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m, \quad R = 4,5 \Omega, \quad l = ?$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \text{ dosadíme za průřez obsah kruhu } S = \pi \cdot r^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^2} \Rightarrow l = \frac{R \pi \cdot r^2}{\rho} = \frac{4,5 \cdot \pi \cdot (2,5 \cdot 10^{-4})^2}{1,8 \cdot 10^{-8}} \text{ m} = 49 \text{ m}$$

Měděný drát namotaný na cívce má délku 49 m.

**Pedagogická poznámka:** V předchozím příkladu je největší problémem hodnota měrného odporu udávána v tabulkách v  $\mu \Omega \cdot m$ . Většina žáků to přehlédne, a číslo dosazuje bez převedení. Proto je uveden průměr již převedený do metrů, jinak se často stávalo, že žáci nepřevodili ani měrný odpor, ani průměr a obě chyby se během výpočtu pokrátily.

**Pedagogická poznámka:** Rychlejší studenti začnou pracovat na následujícím příkladu. Jakmile se přes příklady 2 a 3 dostane celá třída, přerušíme práci na čtyřce, doděláme zbytek hodiny a ke čtyřce se pak vrátíme..

**Př. 4:** Dálkové vedení elektrického proudu má délku 100 km. Urči průměr vodičů tak, aby jeho celkový odpor nepřesáhl  $1 \Omega$ . Kolik kg kovu by bylo nutné spotřebovat na takové vedení? Urči zda je na vedení výhodnější použít hliník nebo měď. Pro obě zjišťované veličiny odvoď vztahy používající pouze hodnoty zadané v zadání. Urči cenu kovu na vedení v obou případech.

$l = 100 \text{ km} = 100000 \text{ m}, \quad R = 1 \Omega, \quad \rho_{Cu} = 1,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m, \quad \rho_{Al} = 2,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m,$   
 $d = ?, \quad m = ?, \quad h_{Al} = 2700 \text{ kg} \cdot m^{-3}, \quad h_{Cu} = 8930 \text{ kg} \cdot m^{-3},$  1 kg mědi 120 Kč, 1 kg hliníku 35 Kč.

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \text{ dosadíme za průřez obsah kruhu } S = \pi \cdot r^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^2} \text{ vypočteme } r$$

$$r^2 = \frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R}} \Rightarrow d = 2 \cdot r = 2 \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R}}$$

Hmotnost kovu v drátu:  $m = V \cdot h$

Pro objem drátu (válce) platí:  $V = S \cdot l = \pi \cdot r^2 \cdot l = \pi \cdot r^2 \cdot l = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot l = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot l}{4} \Rightarrow$

$$m = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot l \cdot h}{4} .$$

Dosadíme vypočtený průměr:  $m = \frac{\pi \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R}}\right)^2 \cdot l \cdot h}{4} = \frac{\pi \cdot \frac{4 \cdot \rho \cdot l}{\pi \cdot R} \cdot l \cdot h}{4} = \frac{\rho \cdot l^2 \cdot h}{R} .$

Dosazení měď:

- průměr vodiče:  $d = 2 \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^{-8} \cdot 100000}{\pi \cdot 1}} \text{ m} = 0,045 \text{ m} ,$
- hmotnost kovu:  $m = \frac{\rho \cdot l^2 \cdot h}{R} = \frac{1,8 \cdot 10^{-8} \cdot 100000^2 \cdot 8930}{1} \text{ kg} = 1610000 \text{ kg} ,$
- cena kovu, při ceně 120 Kč za 1 kg:  $1610000 \cdot 120 \text{ Kč} = 193\,000\,000 \text{ Kč} .$

Dosazení hliník:

- průměr vodiče:  $d = 2 \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2,7 \cdot 10^{-8} \cdot 100000}{\pi \cdot 10}} \text{ m} = 0,059 \text{ m} ,$
- hmotnost kovu:  $m = \frac{\rho \cdot l^2 \cdot h}{R} = \frac{2,7 \cdot 10^{-8} \cdot 100000^2 \cdot 2700}{1} \text{ kg} = 729000 \text{ kg} ,$
- cena kovu, při ceně 35 Kč za 1 kg:  $729000 \cdot 35 \text{ Kč} = 25\,500\,000 \text{ Kč} .$

**Poznámka:** Předchozí příklad jasně ukazuje, proč se na elektrická vedení používá hliník místo mědi. Použité ceny jsou určitě nižší než skutečné, protože jde o výkupní ceny ve sběrných surovinách ceny z ledna 2010.

**Pedagogická poznámka:** Když je čas ukazujeme si, jak obecný tvar výsledného vzorce umožňuje kontrolu správnosti.

**Dodatek:** Pro dálková vedení se nepoužívá čistý hliník (zřejmě kvůli ceně i mechanickým vlastnostem), odpory vedení jsou také vyšší, přijatelné míry ztrát se dosahuje jiným způsobem (viz. později v této učebnici).

Proč odpor v kovu vzniká?

Krystal kovu se skládá z mřížky tvořené kladnými ionty, mezi kterými se téměř volně pohybují volné (vodivostní) elektrony (elektronový plyn). Rychlost neuspořádaného pohybu elektronů je obrovská  $10^5 - 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} .$

Po připojení ke zdroji vznikne ve vodiči elektrické pole  $\Rightarrow$  působí na elektrony  $\Rightarrow$  začnou se pohybovat ve směru působení elektrického pole  $\Rightarrow$  **uspořádaný (unášivý) pohyb elektronů** (překvapivě pomalý  $10^{-4} - 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} .$ )

Elektron narazí do kladného iontu mřížky  $\Rightarrow$  ztratí rychlost a energii a předá ji iontu mřížky = elektrický odpor.

**Př. 5:** Vysvětli, proč se vodiče, kterými prochází elektrický proud, zahřívají.

Při průchodu elektrického proudu, naráží elektrony do atomů krystalové mřížky a předávají jim svou energii  $\Rightarrow$  zvětšuje se vnitřní energie látky  $\Rightarrow$  látka se zahřívá.

**Př. 6:** Odhadni, jak by se měl měnit odpor součástky, když se bude zvyšovat její teplota.

Odpor vzniká nárazy elektronů do mřížky. Vyšší teplota materiálu  $\Rightarrow$  silnější kmitání mřížky  $\Rightarrow$  větší pravděpodobnost srážky elektronu s mřížkou  $\Rightarrow$  větší odpor.

**Př. 7:** Najdi v tabulce měrných elektrických odporů kovy s nejmenším měrným elektrickým odporem a vysvětli jejich využití.

Podle měrného elektrického odporu:

1. stříbro  $1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
2. měď  $1,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
3. hliník  $2,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$

Nejmenší měrný elektrický odpor má stříbro, ale moc se nepoužívá, zřejmě kvůli ceně a nepříliš velkému rozdílu oproti mědi.

Měď má druhý nejmenší měrný odpor a proto se využívá jako základní materiál pro výrobu drátů a vodičů.

Hliník má třetí nejmenší měrný odpor (o polovinu větší než měď), je však znatelně levnější a proto se používá k výrobě drátů velmi vysokého napětí (je ho potřeba velmi mnoho).

**Př. 8:** Porovnej v tabulce měrných elektrických odporů hodnoty kovů a jejich slitin. Zkus vysvětlit.

Měrné odpory slitin: cegas  $130 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ , chromnikl  $110 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ , kanthal  $140 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ , nikelin  $38 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$

Měrné odpory kovů: nikl  $7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ , zinek  $6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ , kobalt  $6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$

Měrné odpory slitin jsou znatelně větší než měrné odpory kovů, ze kterých se skládají.

Důvodem jsou zřejmě nepravidelnosti ve vnitřní struktuře, které způsobují častější nárazy.

**Shrnutí:** Odpor kovového vodiče závisí na rozměrech očekávaným způsobem.