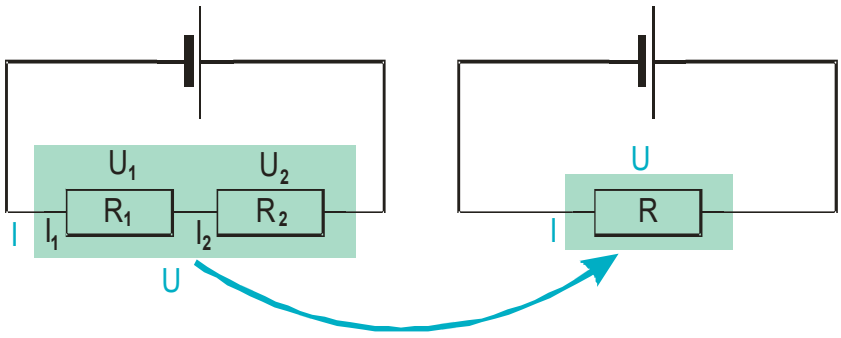
4.2.12 Spojování rezistorů I

Předpoklady: 4111, 4207, 4210

Jde nám o to nahradit dva nebo více rezistorů jedním rezistorem tak, aby nebylo zvenku možné poznat rozdíl. Nová součástka se musí vzhledem ke zbytku obvodu chovat stejně, jako se v součtu chovaly rezistory, které jsme nahradili.

Sériové zapojení



Př. 1: Napiš vztahy, která platí pro proudy I_1, I_2, I a napětí U_1, U_2, U v původním sériovém obvodu a zjednodušeném obvodu, pokud nemá být záměna z venku rozlišitelná.

Platí pro I a U:
$I = I_1 = I_2$ - jeden drát, stále stejný proud, elektrony nemají kam se rozběhnout.
$U = U_1 + U_2$ - součástky za sebou, napětí se rozdělí.

Na všech součástkách platí podle Ohmova zákona: $U = I \cdot R$, dosadíme do předchozího vztahu.

$I \cdot R = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2$ platí $I = I_1 = I_2$ (sériový obvod, proud je všude stejný).

$I \cdot R = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 \quad / : I$

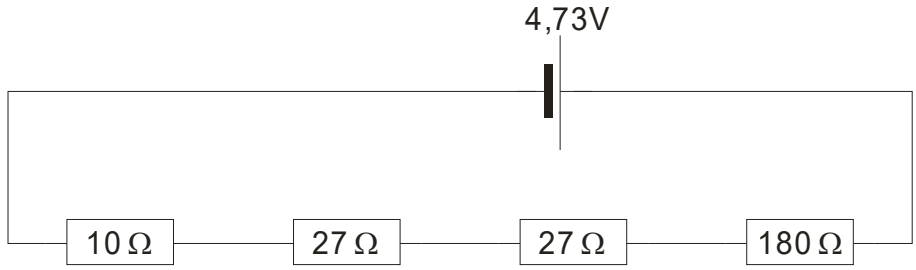
$R = R_1 + R_2$

Dva sériově zapojené rezistory o odporech R_1 a R_2 můžeme nahradit jedním rezistorem o odporu $R = R_1 + R_2$.

Př. 2: Zhodnoť možnou správnost odvozeného vzorce pomocí významu, který má v elektrickém obvodu odpor.

Odpor = překážka pro průchod elektronů.
Elektrony musí projít přes oba odpory ⇒ výsledný odpor je větší (cesta je horší) než pro jeden z odporů (elektron musí projít přes dvě překážky).

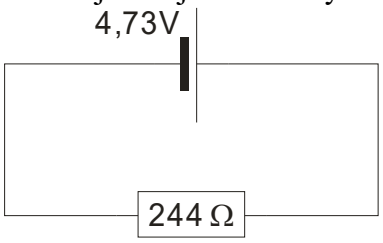
Př. 3: Spočti celkový odpor rezistorů zapojených v sériovém zapojení z hodiny 040206. S pomocí společného odporu urči napětí a proud na všech součástkách.



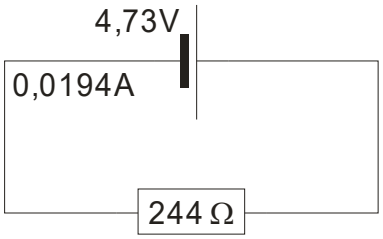
Určíme výsledný odpor: $R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$

$R = 10 + 27 + 27 + 180\,\Omega = 244\,\Omega$

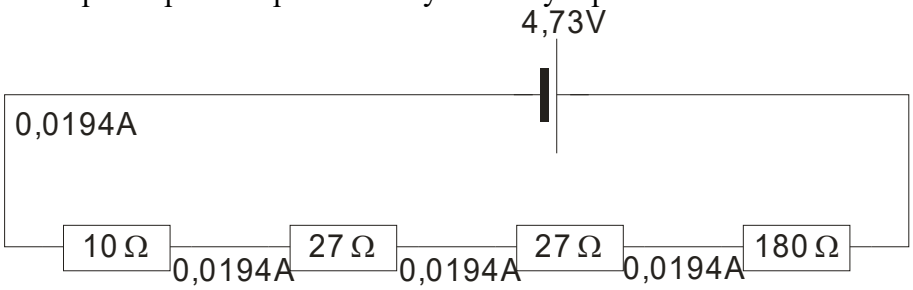
Získali jsme zjednodušený obvod:



Spočteme proud (všude stejný): $I = \frac{U}{R} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{4{,}73}{244}\,\mathrm{A} = 0{,}0194\,\mathrm{A}$.



Tento proud poteče i přes všechny rezistory v původním obvodu.



Spočítáme jednotlivá napětí:

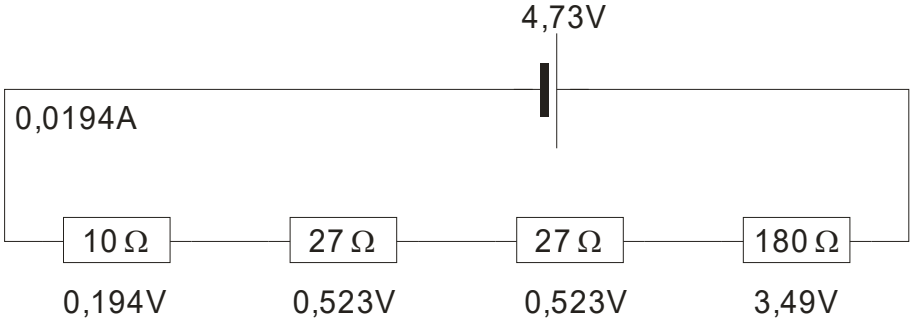
$U = I \cdot R$

$U_1 = 0{,}0194 \cdot 10 = 0{,}194\,\mathrm{V}$

$U_2 = 0{,}0194 \cdot 27 = 0{,}523\,\mathrm{V}$

$U_3 = 0{,}0194 \cdot 27 = 0{,}523\,\mathrm{V}$

$U_4 = 0{,}0194 \cdot 180 = 3{,}49\,\mathrm{V}$

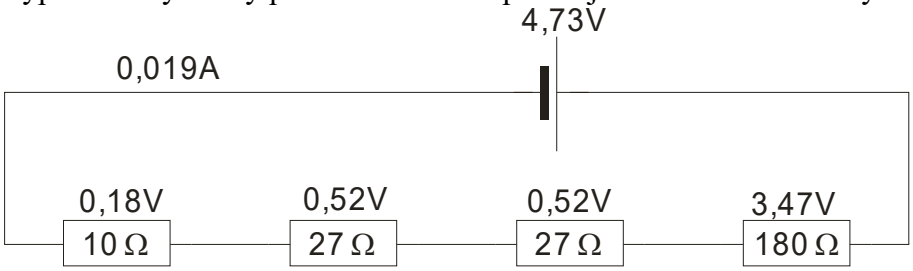


Kontrola správnosti výpočtu: Součet napětí na rezistorech se musí rovnat napětí na baterii.

$U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 0{,}194 + 0{,}523 + 0{,}523 + 3{,}49\,\mathrm{V} = 4{,}73\,\mathrm{V}$

Malá nepřesnost může být způsobena zaokrouhlením při výpočtech.

Vypočtené výsledky poměrně dobře odpovídají hodnotám naměřeným v hodině 040206.



Př. 4: Elektrické svíčky na vánoční stromeček se připojují k síťovému napětí 230 V. Řetěz tvoří 30 sériově zapojených stejných žárovek. Urči napětí na každé žárovce. Co se stane pokud jedna ze žárovek shoří? Je možné řetěz spravit i bez náhradní žárovky? Jaké nevýhody má takové řešení.

Napětí se rovnoměrně rozdělí na 30 žárovek ⇒ $U_z = \frac{U}{n} = \frac{230}{30}\,\mathrm{V} = 7{,}7\,\mathrm{V}$.

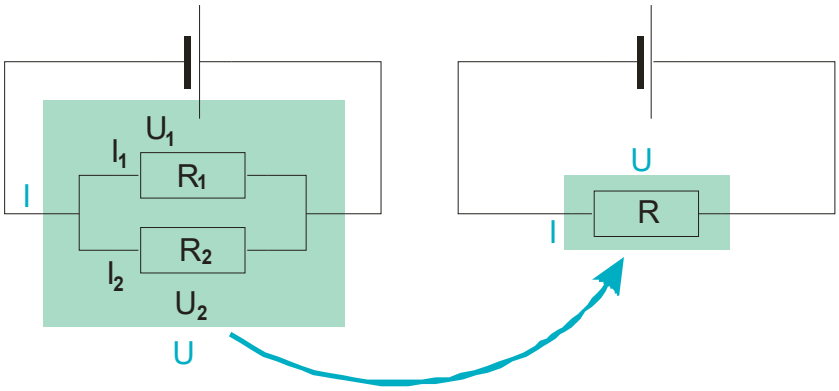
Pokud jedna žárovka shoří, přestanou svítit všechny (obvod se přeruší) ⇒ musíme obvod uzavřít drátkem nebo staniolem v objímce shořelé svíčky.

Problémy:

- bezpečnost – drátek na zkratování nesmí vykukovat z patice, aby neohrožoval okolí,
- napětí se rozdělí na méně žárovek ⇒ bude vyšší ⇒ urychlíme poškození ostatních žárovek.

Poznámka: U nejnovějších svíček se používají speciální žárovky, které při poškození zkratují patici a tím udrží zbytek řetězu v činnosti.

Paralelní zapojení



Př. 5: Napiš vztahy, která platí pro proudy I_1 , I_2 , I a napětí U_1 , U_2 , U v původním paralelním obvodu a ve zjednodušeném obvodu, pokud nemá být záměna z venku rozlišitelná.

$I = I_1 + I_2$ - drát se rozdělí na dva ⇒ proudy se rozdělí.

$U = U_1 = U_2$ - rezistory představují různé cesty mezi dvěma stejnými místy ⇒ stejné napětí.

Na všech součástkách platí podle Ohmova zákona: , $I = \frac{U}{R}$ dosadíme do předchozího vztahu.

$\frac{U}{R}=\frac{U_1}{R_1}+\frac{U_2}{R_2}$ použijeme: $U=U_1=U_2$.

$\frac{U}{R}=\frac{U}{R_1}+\frac{U}{R_2} \quad /:U$

$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$

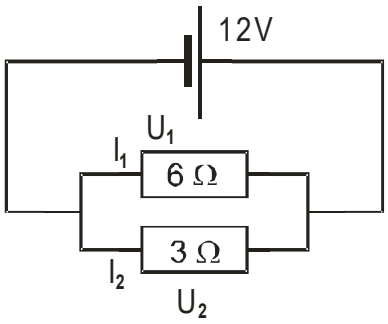
Dva paralelně zapojené rezistory o odporech R_1 a R_2 můžeme nahradit jedním rezistorem o odporu : $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$.

(Vzorec platí i pro libovolný větší počet paralelně zapojených odporů ve tvaru
$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+...+\frac{1}{R_n}$ **)**

$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow R=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}$ ⇒ výsledný odpor je vždy menší než odpor rezistoru s menším odporem.

Logické: Elektrony se mají dvě cesty místo jedné ⇒ je snazší se procpat přes dvě cesty (dohromady tvoří větší „díru“) ⇒ výsledný odpor je menší než každý z odporů.

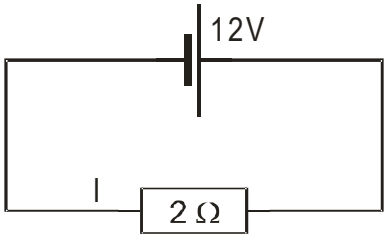
Př. 6: V obvodu jsou paralelně zapojeny dva rezistory o odporech $3\,\Omega$ a $6\,\Omega$. Urči jejich celkový odpor a proud, který prochází obvodem, pokud jsou připojeny ke zdroji o napětí 12 V.



Celkový odpor: $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$.

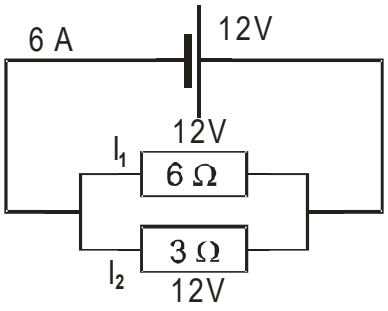
$\frac{1}{R}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{2+1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

$R=2\,\Omega$



Proud : $I=\frac{U}{R}=\frac{12}{2}\,\mathrm{A}=6\,\mathrm{A}$.

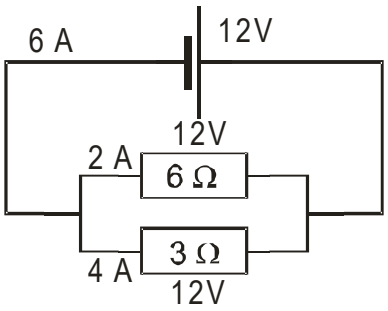
Zpět k původnímu obvodu, je paralelní ⇒ $U=U_1=U_2$.



Dopočítáme proudy přes odpory.

$$I_1=\frac{U}{R_1}=\frac{12}{6}\,\mathrm{A}=2\,\mathrm{A}$$

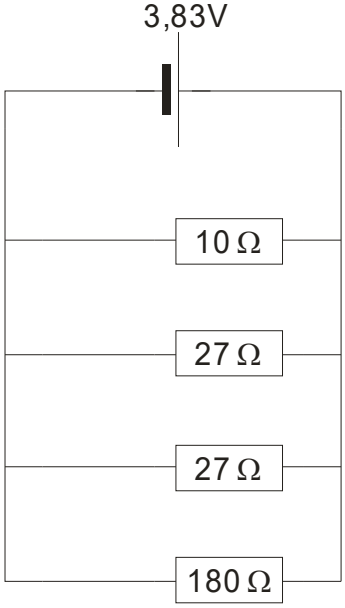
$$I_2=\frac{U}{R_2}=\frac{12}{3}\,\mathrm{A}=4\,\mathrm{A}$$



Kontrola: Musí platit: $I=I_1+I_2$.

$I=I_1+I_2=2+4\,\mathrm{A}=6\,\mathrm{A}$ odpovídá.

Př. 7: Spočti celkový odpor rezistorů zapojených v paralelním zapojení z hodiny 040206. S pomocí společného odporu urči napětí a proud na všech součástkách.



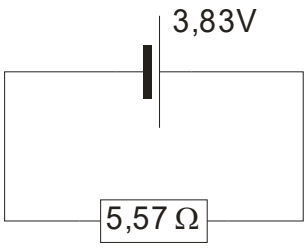
Spočítáme celkový odpor:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}$$

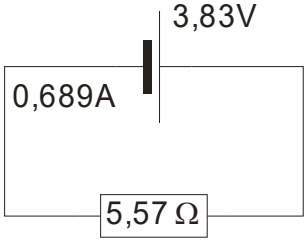
$$\frac{1}{R}=\frac{1}{10}+\frac{1}{27}+\frac{1}{27}+\frac{1}{180}$$

$$R=5{,}57\,\Omega$$

Získali jsme zjednodušený obvod.



Spočteme proud: $I = \frac{U}{R} = \frac{3,83}{5,57}\,\mathrm{A} = 0,689\,\mathrm{A}$.



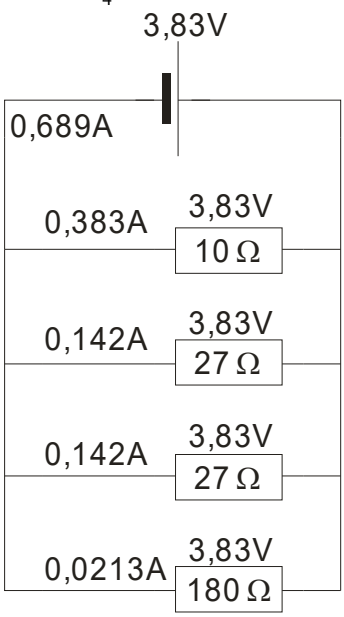
Napětí na všech odporech je stejné $U = 3,83\,\mathrm{V}$ ⇒ spočteme proud na jednotlivých odporech.

$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{3,83}{10}\,\mathrm{A} = 0,383\,\mathrm{A}$

$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{3,83}{27}\,\mathrm{A} = 0,142\,\mathrm{A}$

$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{3,83}{27}\,\mathrm{A} = 0,142\,\mathrm{A}$

$I_4 = \frac{U}{R_4} = \frac{3,83}{180}\,\mathrm{A} = 0,0213\,\mathrm{A}$

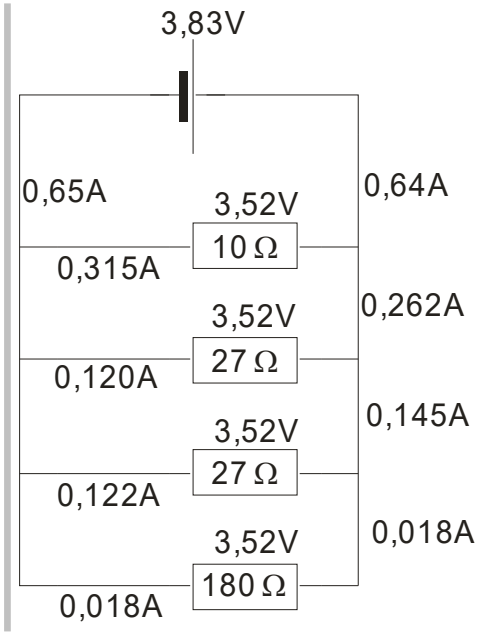


Kontrola správnosti výsledku: Součet proudů přes všechny odpory se rovná proudu přes zdroj.

$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0,383 + 0,142 + 0,142 + 0,0213\,\mathrm{A} = 0,688\,\mathrm{A}$

Malá nepřesnost je způsobena zaokrouhlením při výpočtech.

Vypočtené výsledky poměrně dobře odpovídají hodnotám naměřeným v hodině 040206.



Shrnutí: Odpory sériově zapojených rezistorů se sčítají (celkový odpor je větší), u paralelně zapojených odporů se sčítají převrácené hodnoty (celkový odpor je menší).