

4.6.5 Složený obvod střídavého proudu

Předpoklady: 4601, 4602, 4603, 4604

Pedagogická poznámka: Tato hodina je z hlediska probrání látky vynechatelná. Vyplnění tabulky v příkladu 1 můžete přesunout na příští hodinu a zbytek hodiny je speciálním případem toho, co se příští hodinu probere obecně. Přesto hodinu vidím jako užitečnou, legitimuje totiž z pohledu žáků zbytečně složité sčítání odporů ve střídavých obvodech. Navíc přesnost výsledků je velmi dobrá, většinou je chyba menší než 5%.

Občas se objevují žáci, kteří protestují proti tomu, že bez pořádné teorie jenom tak sčítáme pomocí Pythagorovy věty. Beru to jako typické postižení školou, naprostá většina vědeckých poznatků vzniká tím, že se snažíme vysvětlit pozorované skutečnosti.

Stejně tak moc neřeším připomínky proti tomu, že se učíme sčítat odpor s induktancí nejdříve špatně. Hlavní cílem není naučit se (a hned zapomenout) fyzikální vzorečky, ale alespoň trochu proniknout do fyzikálního uvažování. K němu patří i omyly a hlavně hledání jiné cesty ve chvíli, kdy pokus nevyjde podle předpokladů.

Pomůcky: Pomůcky: dvě žárovky 6V, cívky 600 a 1200 závitů, železné jádro, reostat $100\ \Omega$, žárovka (nebo odpor) v případě, že se nedemonstrovalo chování odporu ve střídavém obvodu.

Př. 1: Doplň tabulku s přehledem součástek.

	Odpor R	Kondenzátor C	Cívka L
„Odpor“ stejnosměrný obvod			0
„Odpor“ střídavý obvod	R		
Fázový posun mezi proudem a napětím u střídavého obvodu			

Přehled součástek:

	Odpor R	Kondenzátor C	Cívka L
„Odpor“ stejnosměrný obvod	R	∞	0
„Odpor“ střídavý obvod	R	$X_C = \frac{1}{\omega C}$	$X_L = \omega L$
Fázový posun mezi proudem a napětím u střídavého obvodu	0	$\frac{\pi}{2}$ nejdřív proud pak napětí	$-\frac{\pi}{2}$ nejdřív napětí pak proud

V tabulce jsou zachyceny ideální případy.

Prozkoumáme reálnou školní cívku 600 závitů.

Připojíme cívku do stejnosměrného obvodu, neprochází přes ní nekonečný proud \Rightarrow cívka má nenulový odpor (jasné, je namotaná z drátu, který má sice malý odpor, ale závitů je hodně \Rightarrow

chová se podobně jako rezistor).

Jaký je její odpor? (všechny hodnoty na dvě platné číslice, nejde o přesné měření).

Naměřené hodnoty: $U = 1,8 \text{ V}$, $I = 0,73 \text{ A}$.

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1,8}{0,73} \Omega = 2,5 \Omega$$

Cívka se ve stejnosměrném obvodu chová jako klasický rezistor o odporu $2,5 \Omega$.

Ve střídavém obvodu by se její „odpor“ měl zvětšit, začne indukovat protinapětí a projeví se její indukance. Spočteme jak.

$$\text{Indukčnost cívky: } L = \mu \frac{N^2 \cdot S}{l}$$

Počet závitů: $N = 600$, $l = 7,5 \text{ cm} = 0,075 \text{ m}$.

$S = \pi r^2 = \pi 0,025^2 \text{ m}^2 = 0,002 \text{ m}^2$ (plocha dutiny cívky, jde přibližně o kruh s průměrem 5 cm)

$\mu = \mu_0$ cívka má vzduchové jádro

Př. 2: Urči indukčnost školní cívky 600 závitů. Jaká bude její indukance v obvodu o frekvenci 50 Hz ?

$$\text{Indukčnost cívky: } L = \mu \frac{N^2 \cdot S}{l} = \mu_0 \frac{600^2 \cdot 0,002}{0,075} \text{ H} = 0,012 \text{ H}$$

$$\text{Induktance cívky: } X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,012 \Omega = 3,8 \Omega$$

⇒ Celkový odpor cívky se střídavém obvodu by měl být $2,5 + 3,8 \Omega = 6,3 \Omega$.

Ověříme pokusem:

Naměřené hodnoty: $U = 3,7 \text{ V}$, $I = 0,87 \text{ A}$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{3,7}{0,87} \Omega = 4,3 \Omega$$

⇒ Naměřená hodnota je překvapivě malá. I když uvážíme, že náš výpočet nebyl zcela přesný, vychází odečtením indukance cívky na $4,3 \Omega - 2,5 \Omega = 1,8 \Omega$ ⇒ ani ne polovina spočtené hodnoty. Tak velkou chybu jsme snad neudělali.

Možné příčiny:

- špatný vzorec nebo špatně určené parametry cívky,
- normální odpor cívky funguje ve střídavém obvodu jinak (ale my jsme si ukazovali, že funguje stejně),
- **není možné jednoduše sčítat odpor a indukanci cívky.**

Poslední možnost není tak nesmyslná, jak se zdá na první pohled. Při našich úvahách jsme zapomněli na čtvrtou řádku tabulky: normální odpor a indukance cívky se liší fázovým posunem mezi proudem a napětím ⇒ obojí snižuje proud v obvodu, ale není to to samé. Působení cívky „svírá s působením odporu úhel 90° “.

Jakým způsobem se „sčítají“ věci, které „svírají úhel 90° “?

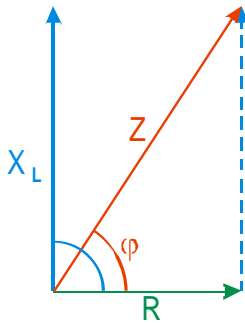
Pomocí Pythagorovy věty ⇒ zkusíme výsledný „odpor“ (značíme ho Z a říkáme mu **impedance**) spočítat pomocí Pythagorovy věty: $Z = \sqrt{2,5^2 + 3,8^2} \Omega = 4,5 \Omega$, když srovnáme s naměřenou hodnotou $4,3 \Omega$, jde až o překvapivou shodu.

Zbývá ještě vyřešit, jaký bude v obvodu posun mezi napětím a proudem. Určitě bude mezi 0° (tak

by to chtěl odpor) a 90° (tak by to chtěla induktance).

Induktance je větší než odpor \Rightarrow fázový posun by měl být blíž k 90° než k $0^\circ \Rightarrow$ bude větší než 45° .

Nakreslíme obrázek:



Když využijeme pravoúhlý trojúhelník kromě určení impedance i k určení fázového posunu, nabízí se vztah $\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{3,8}{2,5} \Rightarrow \varphi = 56^\circ 40'$.

Shrneme: pro sériové zapojení cívka, odpor ve střídavém obvodu:

- impedance (něco jako celkový odpor): $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$,
- fázový posun: $\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R} = \frac{U_L}{U_R}$,
- Ohmův zákon: $I = \frac{U}{Z}$.

Př. 3: Reálná cívka s ohmickým odporem $R=50\ \Omega$ a indukčností $L=0,2\ \text{H}$ je připojena:

- ke stejnosměrnému zdroji napětí $5\ \text{V}$,
- ke střídavému zdroji napětí $5\ \text{V}$, $50\ \text{Hz}$.

Urči v obou případech proud, který bude přes cívku procházet. Jaký bude fázový posun mezi napětím a proudem?

a) stejnosměrný zdroj napětí $5\ \text{V}$

Roli hraje pouze ohmický odpor.

$$I = \frac{U}{R} = \frac{5}{50}\ \text{A} = 0,1\ \text{A}$$

Fázový posun je nulový.

b) střídavý zdroj napětí $5\ \text{V}$, $50\ \text{Hz}$

Roli hraje jak ohmický odpor tak indukčnost \Rightarrow musíme určit impedanci.

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{50^2 + (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,2)^2}\ \Omega = 80,3\ \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{5}{80,3}\ \text{A} = 0,062\ \text{A}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,2}{50} = 1,26 \Rightarrow \varphi = 51^\circ 21'$$

Př. 4: Při pokusu s cívku $600\ \text{z}$ s ocelovým jádrem ve střídavém obvodu byla paralelně zapojena cívka a reostat. V každé větvi byla jedna ze dvou identických žárovek. U stejnosměrného proudu byl reostat nastaven na $55\ \Omega$. Po zapojení do stejnosměrného obvodu jsme museli zvětšit odpor na reostatu na $120\ \Omega$. Urči indukčnost cívky.

Ze zapojení reostatu jsme zjistili:

- ve stejnosměrném obvodu ohmický odpor $R=55\ \Omega$,
- ve střídavém obvodu celkovou impedanci $Z=120\ \Omega$,

⇒ ze vztahu pro impedanci můžeme určit indukčnost.

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$Z^2 = R^2 + (\omega L)^2$$

$$Z^2 - R^2 = \omega^2 L^2$$

$$L^2 = \frac{Z^2 - R^2}{\omega^2}$$

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}$$

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{120^2 - 55^2}}{2 \cdot \pi \cdot 50} \text{ H} = 0,34 \text{ H}$$

Cívka má s ocelovým jádrem indukčnost 0,34 H.

Pedagogická poznámka: Pokus z úvodu hodiny provádíme se studenty, aby sami zjistili, že normální sčítání nefunguje. Fázory zavádíme až v další hodině, cílem této je pouze zjistit, že u střídavého proudu je nutné postupovat opatrněji a brát v úvahu i rozdílné fázové posuny.

Shrnutí: Obyčejný odpor a induktanci cívky nemůžeme sčítat normálně, ale musíme použít Pythagorovu větu.