

## 4.7.5 Maxwellovy rovnice, elektromagnetické vlnění

**Předpoklady:** 4704

**Pedagogická poznámka:** Maxwellovy rovnice samozřejmě nejsou součástí středoškolské fyziky a tato hodina si neklade za cíl, aby je studenti zcela pochopili nebo se s nimi dokonce naučili pracovat. Cílem hodiny je:

- přiblížit zobecnění celoročního úsilí ve formě v jaké ji používají fyzici,
  - ukázat, že i na první pohled zcela neproniknutelné rovnice mají význam, který je možné docela snadno pochopit,
  - pokusit se vysvětlit, kde se bere na první pohled zcela nepochopitelná schopnost elektromagnetického vlnění šířit se vakuem s tím, co jsme o elektromagnetickém poli zjistili během školního roku.
- Odborníky bych prosil o shovívavost.

**Pedagogická poznámka:** Na druhou část hodiny je nutné nechat tak 20 minut.

Dějiny fyziky elektřiny a magnetismu:

1785 – Charles Auguste de Coulomb – Coulombův zákon

1799 – Alessandro Volta – první elektrický článek (Voltův sloup),

1820 – Hans Christian Oersted – v okolí vodiče, kterým protéká elektrický proud, vzniká magnetické pole,

29.8. 1831 – Michael Faraday – elektromagnetická indukce,

1847 – Gustav Robert Kirchhoff – Kirchhoffovy zákony pro elektrické obvody,

1865 James Clark Maxwell – Maxwellovy rovnice (dokončení nauky o elektřině a magnetismu).

Maxwell shrnul veškeré tehdejší znalosti o elektřině a magnetismu do soustavy čtyř rovnic, které popisují chování elektromagnetického pole. Z těchto rovnic jde odvodit všechno, co jsme se celý rok učili, a mnoho věcí, o kterých nemáme ani tušení.

Maxwellovy rovnice se zapisují ve dvou hlavních variantách:

- v integrálním tvaru (popisují chování elektromagnetického pole v nějaké oblasti),
- v diferenciálním tvaru (popisují chování elektromagnetického pole v nějakém bodu).

**Diferenciální tvar Maxwellových rovnic** (s nám známými veličinami se zachází jako s vektory, proto mají šipky):

Elektromagnetické pole- každému bodu v prostoru připisujeme hodnotu elektrického potenciálu („nadmožská výška“), elektrické intenzity („strmost elektrického pole“, zachycuje směr a velikost elektrického působení), magnetické indukce (zachycuje směr a velikost magnetického působení).

$\vec{H}$  - magnetická intenzita (souvisí s magnetickou indukcí),  $j$ - hustota elektrického proudu,  $\epsilon$  - permitivita prostředí,  $\vec{E}$  elektrická intenzita,  $\frac{\partial(\epsilon \vec{E})}{\partial t}$  časová změna elektrické intenzity,  $\vec{B}$

magnetická indukce,  $rot$  operace s vektorovým polem, která nám říká, jak moc se vektory pole točí (rotují) kolem zkoumaného místa,  $\rho$  - hustota elektrického náboje,  $div$  operace s vektorovým polem, která nám říká, jak moc vektory tryskají ze zkoumaného místa.

$$rot \vec{H} = j + \frac{\partial(\epsilon \vec{E})}{\partial t}$$

$$rot \vec{E} = - \frac{\partial(\vec{B})}{\partial t}$$

$$\operatorname{div}(\epsilon \vec{E}) = \rho$$

$$\operatorname{div}(\vec{B}) = 0$$

Co jednotlivé rovnice znamenají?

- $\operatorname{rot} \vec{H} = j + \frac{\partial(\epsilon \vec{E})}{\partial t}$  Vektory magnetické intenzity se točí kolem míst, kde teče elektrický proud nebo kde se v čase mění elektrická intenzita (člen se změnou elektrické intenzity do rovnice přidal Maxwell původně prý i z částečně estetických důvodů)  $\Rightarrow$  rovnici částečně známe jako tvar magnetických indukčních čar v okolí přímého vodiče.
- $\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial(\vec{B})}{\partial t}$  Vektory elektrické intenzity se točí kolem míst, kde se mění magnetická indukce  $\Rightarrow$  rovnici známe jako zákon elektromagnetické indukce, napětí („součet“ vektorů elektrické intenzity po křivce) je přímo úměrné časové změně magnetického indukčního toku.
- $\operatorname{div}(\epsilon \vec{E}) = \rho$  Vektory elektrické intenzity tryskají z míst, kde je elektrický náboj  $\Rightarrow$  rovnici známe jako tvar elektrického pole v okolí bodového náboje (Coulombův zákon).
- $\operatorname{div}(\vec{B}) = 0$  Vektory magnetické indukce nikdy netryskají  $\Rightarrow$  rovnici částečně známe, siločáry magnetického pole jsou vždy uzavřené a nemohou nikdy vyvérat z žádného místa.

Maxwellovy rovnice jsou jedním z příkladů fyzikální krásy: v málu je schováno strašně moc, rovnice jsou symetrické, elegantní.

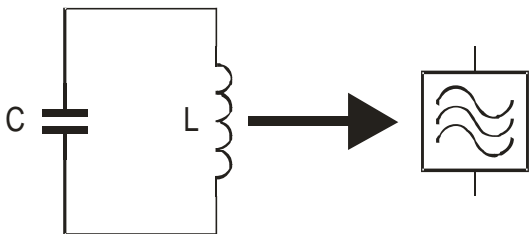
Zajímavý tvar mají první dvě rovnice ve vakuu (bez přítomnosti proudu a látky).

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial(\vec{E})}{\partial t}$$

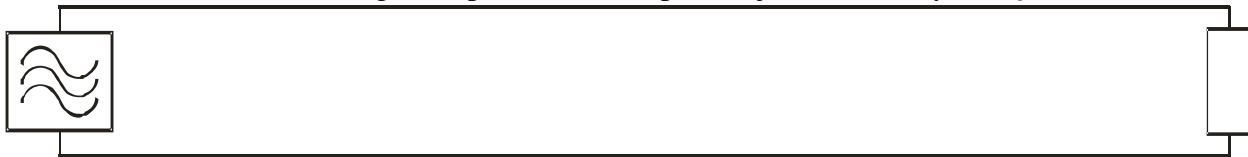
$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial(\vec{B})}{\partial t}$$

Kolem místa, kde se změní  $E$  se začnou točit vektory  $B$  a zároveň, jakmile se změní vektory  $B$ , začnou se kolem nich točit vektory  $E$  a tak pořád dokola  $\Rightarrow$  oba vektory jsou spolu svázané, jakmile se jeden objeví, zrodí se i druhý, vznik druhého zapříčiní vznik prvního a tak pořád dokola  $\Rightarrow$  **změna elektromagnetického pole může existovat a šířit se v prostoru**, kde není ani látka, ani proud ani náboje (říkáme, že prostorem se šíří elektromagnetická vlna).

Vrátíme se k oscilačnímu obvodu z minulé hodiny. Budeme jej brát jako zdroj střídavého elektrického proudu, ve kterém se neustále přeměňuje elektrická energie na magnetickou a obráceně.



Pokusíme se dovést tuto energii ke spotřebiči  $\Rightarrow$  potřebujeme dva dráty (**dvojvodičové vedení**).



Dosud jsme se tím nikdy nezabývali, ale i elektromagnetický vzruch (informace o tom, že jsem zrovna zapnul vypínač nebo zvětšil napětí v oscilačním obvodu) se šíří konečnou (i když obrovskou) rychlostí – rychlostí světla (přibližně  $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

Oscilační obvod: neustále zapínání a vypínání proudu (někdy i dost rychlé). Stihne informace o zapnutí dojít ke spotřebiči?

Jakou vzdálenost vzluch urazí za jednu periodu?

Záleží na frekvenci oscilačního obvodu.

**Př. 1:** Urči vzdálenost, kterou urazí elektromagnetický vzruch za dobu jedné periody, pokud má budící napětí frekvenci: a) 50 Hz (sítě), 98 MHz (rádio FM).

$f = 50 \text{ Hz}$  (frekvence sítě)  $\Rightarrow s = \lambda = c T = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{50} \text{ m} = 6000000 \text{ m} = 6000 \text{ km} \Rightarrow$   
pokud budou dráty kratší než 1000 km, nemusíme se zpožděním vzruchu zabývat.

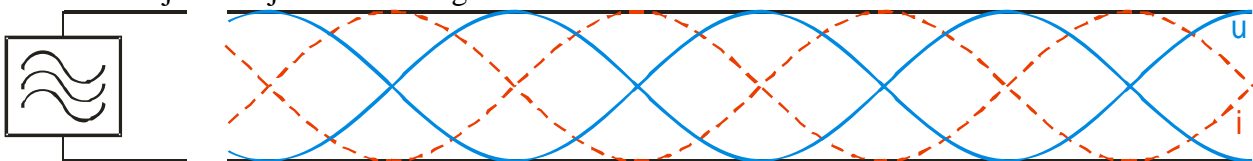
$f = 98 \text{ MHz}$  (frekvence rádia)  $\Rightarrow s = \lambda = c T = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{98 \cdot 10^6} \text{ m} = 3,1 \text{ m} \Rightarrow$  když bude drát dlouhý 3 m, na konci nebudeme ještě vědět, že jsme oscilátor zapnuli, ale zdroj už do vedení vyšle skoro celou periodu (zapne se, dosáhne maximální kladné hodnoty, vypne se, zapne se do záporných hodnot, dosáhne maximální záporné hodnoty a téměř se stihne znovu vypnout).

$\Rightarrow$  V takových případech musíme zohlednit, že okamžitá hodnota napětí nezávisí jen na čase, ale i na vzdálenosti od oscilátoru, tedy podle rovnice  $u = U_m \sin(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}))$  (klasická vlnová rovnice, ve které jsme nahradili výchylku napětím).

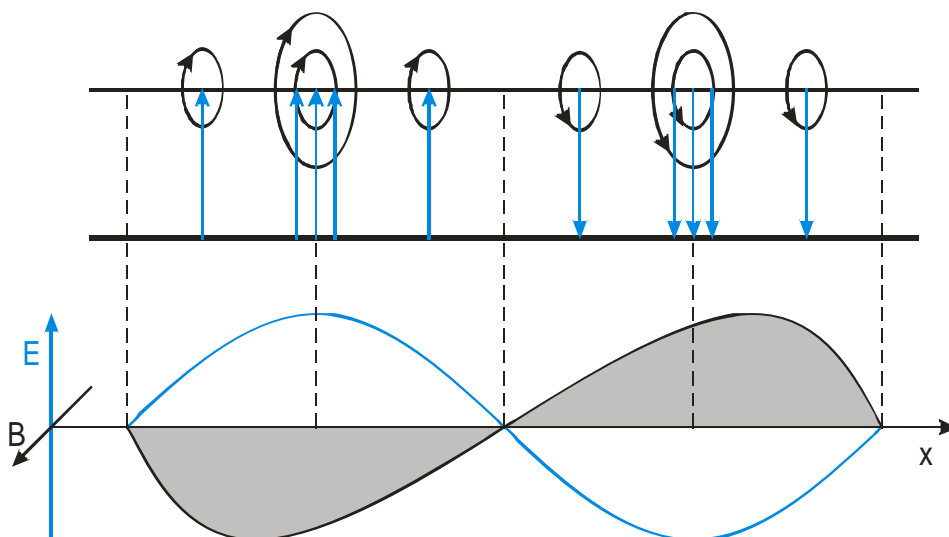
$\Rightarrow$  Napětí a proud se na drátu chovají jako vlny na hadici (proud jako výchylka, napětí jako napětí v gumě):

- Pokud je na dvojvodičové vedení připojen spotřebič, vlny se přes něj šíří od jednoho konce oscilátoru ke druhému a přenáší se energie.
- Pokud dvojvodičové vedení rozpojíme, energie se přenášet nemůže, ale oscilátor nadále rozhoupává napětí i proud ve vedení  $\Rightarrow$  podle zkušeností s hadicí se mu to nejlépe povede, když se vlny na vodičích zastaví, vytvoří „buřtíky“ a dokáží se po něm rozmístit tak, aby se akorát vešly a:
  - na koncích vedení kmitalo napětí (nadbytek elektronů nevyrovnává, když dráty nejsou spojeny),
  - na koncích nekmital proud (nemůže tam procházet z jednoho drátu do druhého),

$\Rightarrow$  získali jsme stojaté elektromagnetické vlnění.

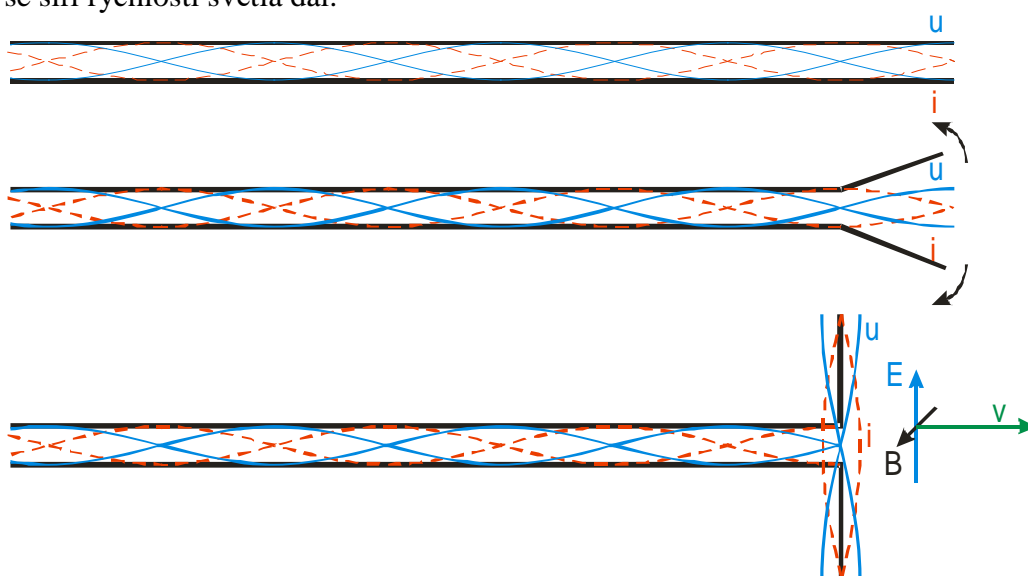


Na dalším obrázku je vidět, jak vypadají vektory obou polí.



Zatím je pole soustředěno hlavně mezi dráty, jak ho dostaneme ven?

Konce drátů ve vzdálenosti  $\frac{\lambda}{4}$  ohneme od sebe, kolmo na původní směr drátů  $\Rightarrow$  získáme tak místo pro celou půlvlnu proudu (**půlvlnný dipól**)  $\Rightarrow$  siločáry obou polí zasahují do prostoru, kde se šíří rychlostí světla dál.



Získali jsme vysílač elektromagnetického vlnění. Tvoří jej dvojice vektorů elektrické intenzity ( $E$ ) a magnetické indukce ( $B$ ). Vektory jsou na sebe navzájem kolmé a oba jsou kolmé i na směr, ve kterém se šíří.

- Jedním z druhů elektromagnetického vlnění je i světlo.
- Elektromagnetické záření se používá pro rádiové vysílání, televizi, telefony,.....
- Země je v současnosti (díky lidské technice) silnější zdroj radiových vln než Slunce.

**Shrnutí:** Vektory elektrické intenzity a magnetické indukce jsou spolu svázané a díky tomu se mohou šířit i ve vzduchoprázdnu jako elektromagnetické vlnění.