

5.3.6 Ohyb na mřížce

Předpoklady: 5305

Optická mřížka = soustava rovnoběžných velmi blízkých štěrbin.

Realizace: Skleněná destička s rovnoběžnými vrypy, přes vryp světlo neprochází, prochází přes nepoškozená místa (štěrbinou je tedy sklo bez vrypu).

Podobně jako u dvojštěrbin z každé štěrbinou vychází paprsky do různých směrů, paprsky navzájem interferují \Rightarrow na stínítku za mřížkou vznikne při použití monochromatického světla interferenční obrazec podobný obrazci za dvojštěrbinou.



Maxima jsou užší a výraznější (skládají se z většího počtu paprsku z většího počtu štěrbin).

Vzorec pro maxima je stejný jako u dvojštěrbin: $b \sin \alpha_k = k \lambda$ b – vzdálenost mezi štěrbinami = vzdálenost sousedních vrypů na destičce = **mřížková konstanta**.

Př. 1: Nakresli obraz, který vznikne na stínítku, když mřížku osvětlujeme místo monochromatického světla bílým světlem.

Bílé světlo se skládá z barev, které mají různé vlnové délky \Rightarrow maxima prvního a vyšších řádů vznikají v různých směrech \Rightarrow po stranách od prvního maxima se objeví duha, nejbliže ke středu bude fialová barva (fialové světlo má nejkratší vlnovou délku a tedy nejmenší úhel).



Pomocí mřížky dokážeme rozložit bílé světlo na barvy daleko jednodušeji než pomocí hranolu \Rightarrow časté použití.



CD a DVD disky tvoří spirála = tenké drážky ve velmi malé vzdálenosti = optická mřížka \Rightarrow při pohledu z vhodného úhlu vidíme, jak rozkládají světlo na barvy.



Př. 2: Urči úhlovou odchytku krajních barev spektra prvního řádu, které vzniká na optické mřížce s 400 vrypů na 1 mm. (Počítej s rozsahem vlnových délek 400 nm – 760 nm).

Nejdříve musíme určit mřížkovou konstantu mřížky:

400 vrypů na 1 mm \Rightarrow 1 vryp ... $\frac{1}{400} = 0,0025 \text{ mm} = 2500 \text{ nm}$ tato vzdálenost připadá na

1 vryp \Rightarrow můžeme ji brát jako vzdálenost mezi dvěma vrypů a tedy přímo mřížkovou konstantu b .

$$b \sin \alpha_k = k \lambda$$

$$\sin \alpha_k = \frac{k \lambda}{b}$$

Úhel prvního maxima pro fialovou barvu: $\sin \alpha_F = \frac{1 \cdot 400}{2500} = 0,16 \Rightarrow \alpha_F = 9^\circ 12'$

Úhel prvního maxima pro červenou barvu: $\sin \alpha_C = \frac{1 \cdot 790}{2500} = 0,316 \Rightarrow \alpha_C = 18^\circ 42'$

Úhlová odchytk: $\Delta \alpha = \alpha_C - \alpha_F = 18^\circ 42' - 9^\circ 12' = 9^\circ 30'$

Krajní barvy spektra prvního řádu vzniklého na optické mřížce s 400 vrypů na 1mm mají úhlovou odchytku $9^\circ 30'$.

Poznámka: Pro srovnání si připomeňme, že šířka spektra (s trochu odlišnými krajními vlnovými délkami 761 nm a 397 nm) vzniklého lomem pod úhlem $1^\circ 23'$ byla pouze $1^\circ 23'$.

Př. 3: Urči úhly, pod kterými vznikají maxima 2. a 3. řádu krajních barev spektra, na optické mřížce s 400 vrypů na 1 mm. Na základně výpočtů dokresli obrázek stínítka za optickou mřížkou nakreslený v příkladu 1. (Počítej s rozsahem vlnových délek 400 nm – 760 nm).

Stejný postup jako v předchozím příkladě:

Mřížková konstanta mřížky: $\frac{1}{400} = 0,0025 \text{ mm} = 2500 \text{ nm}$

$$b \sin \alpha_k = k \lambda$$

$$\sin \alpha_k = \frac{k \lambda}{b}$$

Úhel druhého maxima pro fialovou barvu: $\sin \alpha_{2F} = \frac{2 \cdot 400}{2500} = 0,32 \Rightarrow \alpha_{2F} = 18^\circ 40'$

Úhel druhého maxima pro červenou barvu: $\sin \alpha_{2C} = \frac{2 \cdot 760}{2500} = 0,608 \Rightarrow \alpha_{2C} = 37^\circ 27'$

Úhel třetího maxima pro fialovou barvu: $\sin \alpha_{3F} = \frac{3 \cdot 400}{2500} = 0,48 \Rightarrow \alpha_{3F} = 28^\circ 41'$

Úhel třetího maxima pro červenou barvu: $\sin \alpha_{3C} = \frac{3 \cdot 760}{2500} = 0,912 \Rightarrow \alpha_{3C} = 65^\circ 47'$

\Rightarrow šířky spekter se postupně zvětšují a konec druhého spektra se překrývá s třetím

Obrázek můžeme nakreslit pouze k druhému maximu oranžové barvy, kde se začne spektrum druhého řádu překrývat se spektrem třetího a spektrální barvy se začnou skládat do dalších odstínů.



Př. 4: Vysvětli odrazy svěčky, které vznikají na zadní straně CD a jsou zachyceny na přiložené

fotografii.



Zadní (datová) strana CD je pokryta velmi jemnou spirálou. Tato spirála vytváří optickou mřížku. Na obrázku je na CD vidět pod hořící svíčkou bílý plamínek = maximum nultého řádu společně pro všechny barvy, pro paprsky, které dopadají do našeho oka z bílého plamínku platí zákon odrazu.

Pod bílým plamínkem je duhový zvětšený plamínek = maximum prvního řádu. Uprostřed je bílé, protože plamínek je poměrně velký a uprostřed se schází paprsky s různých míst plamínku, reprezentující různé barvy ohnuté různým způsobem.

Př. 5: Urči kolik maxim vznikne pro fialové světlo na mřížce s 250 vrypů. Kolik maxim na této mřížce vznikne pro světlo červené?

Využijeme postup z příkladu 2.

$$b \sin \alpha_k = k \lambda$$

$$\sin \alpha_k = \frac{k \lambda}{b} \quad \text{levou stranou rovnice je } \sin \alpha_k, \text{ tedy číslo menší nebo rovno jedné} \Rightarrow$$

dosadíme za něj 1 a tak získáme největší možnou hodnotu k

$$1 = \frac{k \lambda}{b} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{b}{\lambda}$$

Nejdříve musíme určit mřížkovou konstantu mřížky:

$$250 \text{ vrypů na } 1 \text{ mm} \Rightarrow 1 \text{ vryp} \dots \frac{1}{250} = 0,004 \text{ mm} = 4000 \text{ nm} = b$$

$$\text{Nejvyšší maximum pro fialové světlo: } k = \frac{b}{\lambda} = \frac{4000}{400} = 10 \quad \text{optická mřížka vytvoří pro}$$

fialové světlo 11 maxim (to poslední maximum 10. řádu pod pravým úhlem).

Nejvyšší maximum pro červené světlo: $k = \frac{b}{\lambda} = \frac{4000}{760} = 5,23$ optická mřížka vytvoří pro červené světlo 6 maxim (poslední maximum je maximum 5. řádu).

Př. 6: Urči hustotu vrypů optické mřížky, bylo-li maximum 1.řádu oranžového světla ($\lambda = 600 \text{ nm}$) pozorováno s úhlovou odchylkou $11^\circ 30'$.

Využijeme postup základní vzorec $b \sin \alpha_k = k \lambda$.

$$b = \frac{k \lambda}{\sin \alpha_k}$$

Určíme dosazením mřížkovou konstantu:

$$b = \frac{k \lambda}{\sin \alpha_k} = \frac{1 \cdot 600}{\sin 11^\circ 30'} \text{ nm} = 3010 \text{ nm} = 0,00301 \text{ mm}$$

počet vrypů na 1 mm získáme jako převrácenou hodnotu mřížkové konstanty:

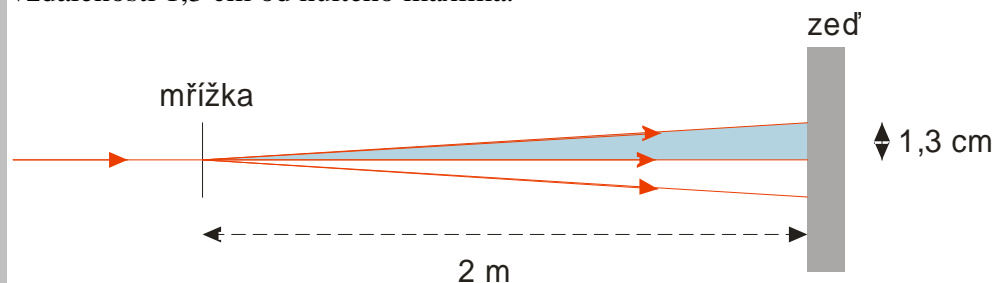
$$\frac{1}{0,00301} = 332 \text{ vrypů na mm}$$

Optická mřížka musí mít hustotu 332 vrypů na 1 mm.

Př. 7: Urči vlnovou délku světla laserového ukazovátka, pomocí jeho ohybu na optické mřížce z demonstrační soupravy.

Pro výpočet vlnové délky potřebujeme znát úhel pro libovolné maximum \Rightarrow posvítíme ukazovátkem na mřížku ve větší vzdálenosti od zdi a odečteme vzdálenost například nultého a prvního maxima

Při ohybu na mřížce s 10 vrypů na 1 mm, se na zdi vzdálené 2 m, vytvořilo 1. maximum ve vzdálenosti 1,3 cm od nultého maxima.



Z obrázku je zřejmé, že platí: $\text{tg } \alpha_k = \frac{0,013}{2} \Rightarrow \alpha_k = 0^\circ 22' 21''$.

10 vrypů na 1 mm \Rightarrow 1 vryp ... $\frac{1}{10} = 0,1 \text{ mm} = 100000 \text{ nm} = b$

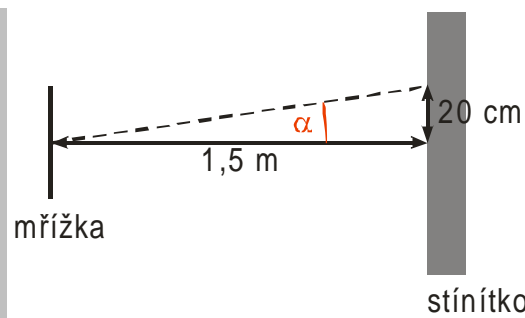
$$b \sin \alpha_k = k \lambda \Rightarrow \frac{b \sin \alpha_k}{k} = \lambda$$

Dosazení: $\lambda = \frac{b \sin \alpha_k}{k} = \frac{100000 \sin (0^\circ 22' 21'')}{1} \text{ nm} = 650 \text{ nm}$

Červené světlo laserového ukazovátka má vlnovou délku 650 nm.

Př. 8: Urči hustotu vrypů optické mřížky, jestliže maximum 1.řádu oranžového světla ($\lambda = 600 \text{ nm}$) je na stínítku ve vzdálenosti 1,5 m od mřížky 20 cm od maxima 0. řádu.

Příklad je velmi podobný šestému s jediným rozdílem – neznáme úhlovou odchylku maxima.



Z obrázku je zřejmé, že platí: $\text{tg } \alpha_k = \frac{0,2}{1,5} \Rightarrow \alpha_k = 7^\circ 36'$

Dále už je řešení stejné jako v příkladě 6.

$$b = \frac{k \lambda}{\sin \alpha_k}$$

Určíme dosazením mřížkovou konstantu:

$$b = \frac{k \lambda}{\sin \alpha_k} = \frac{1 \cdot 600}{\sin 7^\circ 36'} \text{ nm} = 4540 \text{ nm} = 0,00454 \text{ mm}$$

počet vrypů na 1 mm získáme jako převrácenou hodnotu mřížkové konstanty:

$$\frac{1}{0,00454} = 220 \text{ vrypů na mm}$$

Optická mřížka musí mít hustotu 220 vrypů na 1 mm.

Shrnutí: Ohyb světla optickou mřížkou (soustavou rovnoběžných štěrbin) je popsán stejným vzorcem jako u dvojštěrbiny, kromě bílého maxima nultého řádu vytváří duhová maxima vyšších řádů.