

6.2.4 Pokusy vedoucí ke kvantové mechanice III

Předpoklady: 060203

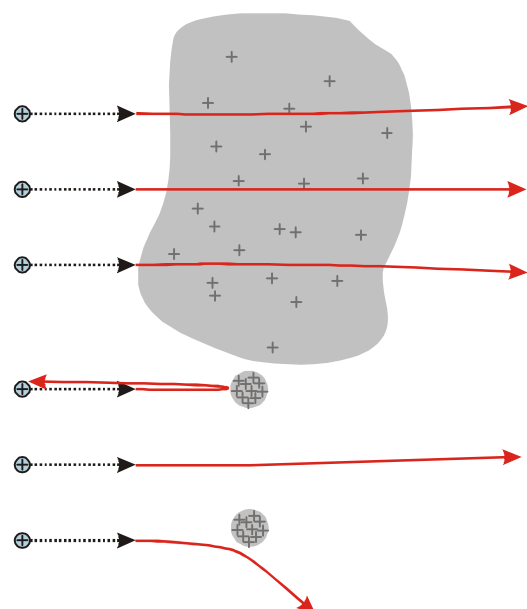
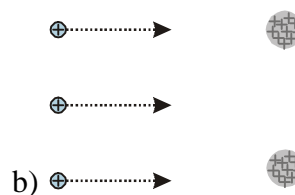
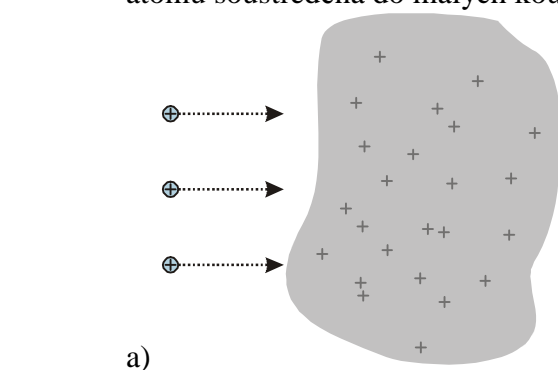
Objev atomového jádra

1911: E. Rutherford

Některé radioaktivní prvky vyzařují částice α , jde o kladné částice s nábojem $2e$ a hmotností čtyř vodíkových jader (nebo 7300 elektronů) \Rightarrow tyto částice můžeme použít k prozkoumání kladného "puďinku", který by měl tvořit většinu hmotnosti a objemu atomu.

Ve svém pokusu vypouštěl částice α proti velmi tenké zlaté fólii a registroval, jak se změnil jejich dráha po průchodu zlatem.

Př. 1: Nakresli předpokládanou další dráhu částic α na obou obrázcích. Vlevo vyplňuje kladná hmota (nakreslena šedě) celý objem atomu, vpravo je veškerá kladná hmota atomu soustředěna do malých kousků.



Na pronikající α částice působí z obou stran přibližně stejné množství kladného náboje \Rightarrow částice z přímého směru vychylují jen málo nebo vůbec ne.

Částice α letící dál od míst nahromadění kladného náboje se vychylují málo, ale částice α , které se ocitnou blízko míst nahromadění kladného náboje se mohou vychýlit o velký úhel, vzácně se mohou odrazit zpátky.

Výsledky pokusu: Částice se vychylovaly daleko více než předpokládal "puďinkový" model, některé se odrazily zpět \Rightarrow jediné vysvětlení: veškerý kladný náboj a téměř veškerá hmotnost atomu jsou soustředěny v malé oblasti - jádře atomu.

Přesnější matematická analýza ukázala, že jádro má rozměry řádově 10^{-15} m (což je přibližně pouhá stotisícina rozměrů celého atomu, kdyby měl atom průměr 100 m, průměr jádra by byl pouze 1 mm).

Př. 2: Zkus najít důvod, který vedl E. Rutherforda k volbě zlata jako terče v jeho pokusu.

Zlato je velmi kujné (tvárné) \Rightarrow je snazší z něj vytvořit velmi tenkou fólii.

Zlato má velkou hustotu \Rightarrow můžeme předpokládat, že jeho atomy budou velmi těžké, průlet částic α je příliš neovlivní a pokus bude probíhat, jako kdyby atomy byly pevné.

Rutherfordova metoda ostřelování terče velmi rychlými částicemi se stala nejpoužívanější experimentální metodou ve fyzice mikrosvěta. Fyzici se snaží stavět co největší urychlovače, které dokáží urychlit částice na co největší rychlosti, aby se dařilo rozvíjet terče s co největší energií.

Planetární model atomu

Hmotnost a kladný náboj je soustředěn v malém jádře (Slunci), kolem kterého obíhají záporné elektrony (planety). Na oběžné dráze udržuje elektrony elektrická síla.

Př. 3: Vysvětli, proč planetární model atomu nemůže být správný.

Elektron obíhá kolem jádra \Rightarrow pohybuje se po kruhové dráze \Rightarrow pohybuje se zrychlením \Rightarrow musí vyzařovat elektromagnetické záření \Rightarrow ztrácí energii a postupně se přibližuje jádru až do něj spadne \Rightarrow atomy jsou nestabilní a zanikají.

Podle zákonů klasické fyziky by se elektron na jádro zhroutil řádově za 10^{-16} s \Rightarrow atomy by neměly existovat.

Spektra plynů

Emisní spektra plynů nejsou spojitá, obsahují pouze charakteristické emisní čáry (atom emituje záření pouze na určitých frekvencích) \Rightarrow záhada, která zůstávala bez řešení.

1885: J. Balmer (profesor dívčího gymnázia): pro frekvence některých spektrálních čar vodíku platí jednoduchý vztah: $f = R_f \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right); n \in \{3; 4; 5; \dots\}$, $R_f = 3,29 \cdot 10^{15}$ Hz -

Rydbergova frekvence. Čáry popsané tímto vzorcem se nazývají Balmerova série.

Pro další postupně objevené spektrální čáry se podařilo Balmerův vzorec zobecnit \Rightarrow

$$f = R_f \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right); n > m; n, m \in \mathbb{N}$$

Dodatek: Názvy sérií: $m = 1$ Lymanova, $m = 2$ Balmerova, $m = 3$ Paschenova, $m = 4$ Brackettova, $m = 5$ Pfundova.

Př. 4: Jak se mění hodnoty frekvence záření v každé ze sérií pro rostoucí hodnoty čísla n ?

Vzorec pro Balmerovu sérii: $f = R_f \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R_f \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow$ při dosazování za n

získáváme postupně hodnoty: $R_f \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right)$, $R_f \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right)$, $R_f \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right) \dots \Rightarrow$ od zlomku $\frac{1}{4}$

odečítáme postupně čím dál menší čísla \Rightarrow frekvence vyzařovaného světla se zvyšuje a

postupně se blíží k hodnotě $R_f \left(\frac{1}{4} - 0 \right) = \frac{R_f}{4}$.

Bohrův model atomu

1913: N. Bohr (dánský fyzik), částečně vysvětluje stabilitu atomů, vysvětluje spektrální čáry vodíku.

Na elektrony i na jádro se stále dívá jako na klasické částice. Tři pravidla:

- Atom je stabilní soustava složená z kladného jádra (soustřeďuje téměř celou hmotnost atomu) a z elektronového obalu, ve kterém elektrony obíhají okolo jádra.
- Atom se můžeme nacházet pouze v určitých (stacionárních) stavech s danou hodnotou energie. V takovém stavu atom nevydává ani nepřijímá energii a nemění se ani rozložení elektronů v obalu.
- Při přechodu ze stavu s energií E_n do stavu s nižší energií E_m se vyzáří foton o frekvenci, která splňuje podmínku $hf_{nm} = E_n - E_m$. Naopak při pohlcení fotonu o frekvenci f_{nm} atom přejde ze stavu s energií E_m do stavu s vyšší energií E_n .

Př. 5: Z jakých druhů se bude skládat celková energie elektronu obíhajícího kolem jádra? Dosad' do 2. Newtonova zákona $F = ma$ pro elektron obíhající po kruhové dráze. Uvažuj atom vodíku.

Na elektron působí kladný náboj jádra \Rightarrow má elektrostatickou potenciální energii E_p .

Elektron obíhá okolo jádra \Rightarrow má kinetickou energii E_k .

\Rightarrow Celková energie $E = E_p + E_k$.

Na elektron působí elektrická síla $\Rightarrow F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$.

Elektron se pohybuje po kruhové dráze $\Rightarrow a = a_d = \frac{v^2}{r}$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r}$$

$$e^2 = 4\pi\epsilon_0 m_e v^2 r$$

Získaná rovnice $e^2 = 4\pi\epsilon_0 m_e v^2 r$ svazuje hodnoty rychlosti a vzdálenosti elektronu od jádra, ale nijak je neomezuje (pro libovolnou hodnotu r dopočítáme odpovídající hodnotu v).

Elektrony nemohou obíhat libovolně \Rightarrow musíme přidat omezující (kvantovací) podmínku

$m_e v r = n \frac{h}{2\pi}$; $n \in N$ (stanovena tak, aby "to vyšlo") **n - kvantové číslo.**

Ze získané soustavy rovnic $e^2 = 4\pi\epsilon_0 m_e v^2 r$, $m_e v r = n \frac{h}{2\pi}$; $n \in N$, můžeme vypočítat důležité

veličiny: $v = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h} \cdot \frac{1}{n}$, $r = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2$, $E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ (elektron je držen u jádra \Rightarrow má menší

než nulovou energii v nekonečnu) \Rightarrow vztah pro energii elektronu $E_n = -\frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$; $n \in N$.

Př. 6: Porovnej vztahy $E_n = -\frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$; $n \in N$, $f = R_f \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$; $n > m$; $n, m \in N$,

$hf_{nm} = E_n - E_m$. Jak souvisí kvantové číslo n hodnotami n, m v obecném Balmerově vzorci? Urči Rydbergovu konstantu pomocí energie elektronu v Bohrově modelu atomu vodíku.

Do vztahu $hf_{nm} = E_n - E_m$ dosadíme vztahy pro energii: $E_n = -\frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$; $n \in N$.

$$hf_{nm} = E_n - E_m = -\frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} - \left(-\frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{m^2} \right) = \frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(-\frac{1}{n^2} + \frac{1}{m^2} \right) = \frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Vyjádříme f_{nm} : $f_{nm} = \frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$, srovnáme s $f = R_f \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$; $n > m$; $n, m \in N \Rightarrow$

$$\text{Zřejmě platí: } R_f = \frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^3} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^4 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{8 \cdot (8,85 \cdot 10^{-12})^2 \cdot (6,63 \cdot 10^{-34})^3} \text{ Hz} = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ Hz}.$$

Pedagogická poznámka: S výpočtem na většině kalkulaček v předchozím i následujícím příkladě nastává problém. Pokud zadáváte v klasickém pořadí, vypočítají kalkulačku jako hodnotu 0. Záporný exponent čitatele je totiž větší než 100, kalkulačka vyhodnotí hodnotu jako nulovou a dělení velmi malými čísly ve jmenovateli na tom už nemůže nic změnit. Stejným problémem je pro kalkulačku třetí mocnina Planckovy konstanty. Pokud nespícháte, nechte studenty potrápít, jde o nádhernou ukázkou limitů, které počítání na strojích má. Situaci je možné řešit různými způsoby, nejnázorněji prohozením pořadí při zadávání, například

$$R_f = \frac{e^3 m}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{e}{h} \text{ nebo } E_n = -\frac{e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{m}{n^2}.$$

Př. 7: Urči ionizační energii (energii, kterou musíme atomu dodat, aby se z něj uvolnil elektron) pro atom vodíku v základním stavu (ve stavu s nejnižší energií). Výsledek uveď v eV.

Stav s nejnižší energií \Rightarrow nejmenší hodnota výrazu $E_n = -\frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$; $n \in N \Rightarrow n = 1$

$$E_n = -\frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{1^2} = -\frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^4 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{8(8,85 \cdot 10^{-12})^2 (6,63 \cdot 10^{-34})^2} \cdot \frac{1}{1^2} \text{ J} = -2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J} = -13,6 \text{ eV}$$

Atomu vodíku musíme dodat energii 13,6 eV, aby měl jeho elektron nulovou energii a mohl opustit atom.

Př. 8: Vypočti ze vzorce $r = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2$ nejmenší (Bohrův) poloměr, na kterém může elektron obíhat jádro.

Nejmenší hodnotu získáme, když dosadíme $n = 1$.

$$r = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2 = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (6,6 \cdot 10^{-34})^2}{\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} (1,6 \cdot 10^{-19})^2} \cdot 1^2 \text{ m} = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Nejbližší dráha, na kterém může elektron obíhat jádro má poloměr $5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

Problémy:

- Proč nemohou elektrony obíhat kolem jádra libovolně, odkud se bere kvantovací podmínka?
- Co nutí atom přecházet z jednoho stavu do druhého?
- Jak vznikají spektra složitějších prvků?
- Jakým způsobem reagují atomy na vnější magnetické pole?
- Jak vznikají vazby v molekulách?
- ...

Shrnutí: Atom je tvořen těžkým velmi malým kladným jádrem a elektrony, které vyplňují zbytek atomu.