

6.2.9 Spin, interpretační problémy kvantové fyziky

Předpoklady: 060208

Princip nerozlišitelnosti částic: Všechny mikročástice stejného typu jsou naprosto stejné, není možné je očíslovat, odlišit, identifikovat od sebe.

⇒ Kvantová čísla nerozlišují elektrony mezi sebou, ale možné stavy elektronů od sebe (podobně jako číslo autobusu městské hromadné dopravy neoznačuje konkrétní autobus, ale trasu, po které může vyjet jakýkoliv autobus).

Schrödingerova rovnice není invariantní vůči Lorentzově transformaci (nevyhovuje speciální teorii relativity) ⇒ **Diracova rovnice** (vyhovuje STR, ale je podstatně složitější ⇒ protože odchylky od výsledků Schrödingerovy rovnice jsou většinou malé, pro většinu výpočtů se stále využívá Schrödingerova rovnice):

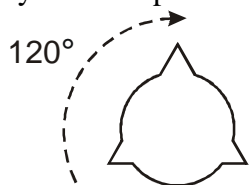
- **Antičástice:** Ke všem částicím existují částice se stejnými vlastnostmi, ale opačným nábojem (pozitron, antiproton, antineutron, antineutrino), některé částice jsou totožné se svou antičásticí (skutečně neutrální částice - foton).
- **Spin (s):** Další charakteristika, kterou je nutné připsat každé částici. Možné hodnoty jsou násobky jedné poloviny.

Dodatek: Antičástice Diracova rovnice předpovídá jako další řešení se zápornou energií.

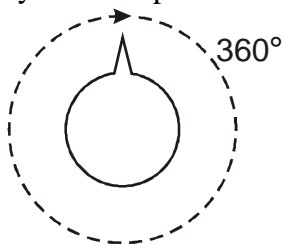
Spin částice bývá vysvětlován jako vlastní moment hybnosti, který vzniká rotací částice kolem své osy. Tato analogie má značné trhliny, protože:

- Rotací nabité částice kolem vlastní osy vzniká i magnetický moment, poměr mezi spinovým magnetickým momentem a spinem je dvojnásobný než u klasických ekvivalentů.
- Spin popisuje, jak se chová vlnová funkce, při „obcházení“ částice kolem dokola:

- $s = 3$: při otočení o $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$ získáváme stejnou hodnotu (částice je symetrická při otočení o 120°),



- $s = 1$: při otočení o $\frac{360^\circ}{1} = 360^\circ$ získáváme stejnou hodnotu (částice je symetrická při otočení o 360°),



- $s = \frac{1}{2}$: při otočení o $\frac{360^\circ}{\frac{1}{2}} = 720^\circ$ získáváme stejnou hodnotu (částice je

symetrická teprve při otočení o 720° , tedy až když ji obejdeme dokola dvakrát).

(zde obrázek chybí, těžko říct, jak jej nakreslit).

Dva druhy vlnových funkcí:

- symetrické: při otočení o 360° získáme stejnou hodnotu,
- antisymetrické: při otočení o 360° získáme opačnou hodnotu, stejnou až při otočení o 720°

⇒ Dva druhy částic:

bosony:

- symetrická vlnová funkce, celočíselný spin,
- částice zprostředkující fyzikální síly (foton, gluon, ...)
- více bosonů se může nacházet ve stejném kvantovém stavu (dokonce čím více bosonů se v takovém stavu nachází, tím větší je pravděpodobnost, že do takového stavu přejde další boson)

fermiony:

- antisymetrická vlnová funkce, poločíselný spin,
- běžné "stavební" částice, elektron, proton, neutron, mion, neutrino, ...
- **Pauliho vylučovací princip: Nemohou existovat dva fermiony ve stejném kvantovém stavu (stavu popsaném stejnými hodnotami kvantových čísel).**

Př. 1: Do nekonečné potenciálové díry umístíme dva elektrony. Napiš jejich vlnové funkce, pokud se soustava nachází ve stavu s minimální energií.

Minimální energie ⇒ stavy s nejnižší hodnotou n , elektrony patří mezi fermiony ⇒

nemohou mít stejnou hodnotu n ⇒ $\psi_1(x) = A \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)$, $\psi_2(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{L}x\right)$.

Který elektron je který, nemůžeme rozeznat.

Př. 2: Do nekonečné potenciálové díry umístíme dvě heliová jádra. Obě mají nulový spin a chovají se tedy jako bosony. Napiš jejich vlnové funkce, pokud se soustava nachází ve stavu s minimální energií.

Minimální energie ⇒ stavy s nejnižší hodnotou n , jádra se chovají jako bosony ⇒ mohou

mít stejnou hodnotu n ⇒ $\psi_1(x) = A \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)$, $\psi_2(x) = A \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)$.

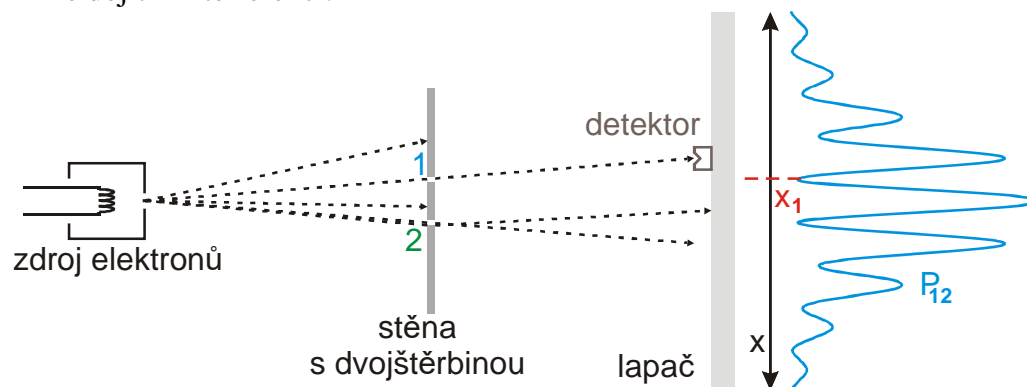
Které jádro je které, nemůžeme rozeznat.

Vrátíme se k elektronům, které procházejí dvojštěrbinou. Jak je můžeme popsat pomocí vlnových funkcí?

- Otevřena pouze první šterbina ⇒ elektron je popsán funkcí $\psi_1(x)$ (pro konkrétní hodnotu x_1 například $\psi_1(x_1) = 1 - i$).

- Otevřena pouze druhá štěrba \Rightarrow elektron je popsán funkcí $\psi_2(x)$ (pro konkrétní hodnotu x_1 například hodnotou $\psi_2(x_1) = -1 + i$).
- Otevřeny obě štěrby, nesledujeme, kudy elektron prochází \Rightarrow elektron je popsán funkcí $\psi_1(x) + \psi_2(x)$ (pro konkrétní hodnotu x_1 hodnotou $\psi_1(x_1) + \psi_2(x_1) = 1 - i + (-1 + i) = 0$).

\Rightarrow Pravděpodobnost, že nalezneme elektron v určitém místě: $|\psi_1(x) + \psi_2(x)|^2$ (pro konkrétní hodnotu x $|\psi_1(x_1) + \psi_2(x_1)|^2 = |1 - i + (-1 + i)|^2 = 0^2 = 0 \Rightarrow$ nacházíme se v interferenčním minimu) \Rightarrow umocňujeme součet hodnot vlnových funkcí \Rightarrow kvůli sčítání komplexních částí může dojít k interferenci.



Otevřeny obě štěrby, sledujeme, kudy elektron prochází \Rightarrow elektron:

- prochází otvorem 1 \Rightarrow je popsán funkcí $\psi_1(x)$ (pro konkrétní hodnotu x_1 například hodnotou $\psi_1(x_1) = 1 - i$) \Rightarrow pravděpodobnost, že dopadne do bodu x_1 je $|\psi_1(x_1)|^2 = |1 - i|^2 = 2$,
- prochází otvorem 2 \Rightarrow je popsán funkcí $\psi_2(x)$ (pro konkrétní hodnotu x_1 například hodnotou $\psi_2(x_1) = -1 + i$) \Rightarrow pravděpodobnost, že dopadne do bodu x_1 je $|\psi_2(x_1)|^2 = |-1 + i|^2 = 2$,

\Rightarrow Pravděpodobnost, že nalezneme elektron v určitém místě je součet určených pravděpodobností: $|\psi_1(x)|^2 + |\psi_2(x)|^2$ (pro konkrétní hodnotu x $|1 - i|^2 + |-1 + i|^2 = 2 + 2 = 4 \Rightarrow$ k interferenci nedochází, nesčítáme hodnoty vlnových funkcí (amplitudy), ale jejich druhé mocniny (nezáporná čísla, pravděpodobnosti)).

Pedagogická poznámka: Vnímavější studenti si určitě všimnou, že poslední určené pravděpodobnosti jsou větší než 1. Takové je třeba upozornit, že v našem případě nejde o opravdové ukázky vlnové funkce a že rovná jedné musí být celková pravděpodobnost, což je obsah plochy pod křivkou grafu funkce $|\psi(x)|^2$.

Kvantová mechanika dosáhla nesporných úspěchů, skvěle souhlasí s experimenty, umožnila mnohé technické vynálezy:

- jaderná energetika,
- polovodiče (a tedy vlastně veškerá moderní elektronika včetně počítačů),

- lasery,
- ...

Přesto v její interpretaci přetrvávají od dvacátých let minulého století zásadní problémy, kvůli kterým uvedenou statistickou interpretaci nikdy nepřijala celá řada zakladatelů: Einstein, Schrödinger, De Broglie

Rozebereme si pohyb elektronu za dvojitěrbínou.

Kvantová mechanika nám umožňuje s velkou přesností určit pravděpodobnosti (tedy typické chování velkého množství elektronů), o konkrétním elektronu však nevíme prakticky nic. Může dopadnout na detektor téměř v libovolném místě stěny.

Další problém: Pohyb elektronu za dvojitěrbínou je popsán vlnovou funkcí, která dává nenulové pravděpodobnosti obrovskému množství poloh (tam všude se elektron může nacházet). Jakmile elektron změříme (dopadne na detektor) téměř všechny možnosti polohy elektronu zmizí a elektron se objeví na jednom místě. Změřením polohy došlo k **redukci (kolapsu) vlnové funkce**.

Jednodušší případ. Jádra radioaktivního prvku se samovolně rozpadají (například tak, že vyšlou částici α), po uplynutí charakteristického časového intervalu (poločasu rozpadu) se rozpadne polovina takových jader \Rightarrow jádra jsou popsána vlnovou funkcí $\psi = \psi_1 + \psi_2$, kde

- ψ_1 - stav jádro je celé, částice nevyletěla,
- ψ_2 - stav jádro je rozpadlé, částice vyletěla.

Provádíme pokus s jediným jádrem. Dokud se na jádro nedíváme, můžeme tvrdit, že je ho stav je popsán funkcí $\psi = \psi_1 + \psi_2$. Jakmile však změříme jeho stav, zjistíme, že se nenachází v složení stavů $\psi = \psi_1 + \psi_2$, ale je buď rozpadlé (ψ_1) nebo nerozpadlé (ψ_2). Funkce $\psi = \psi_1 + \psi_2$ zkolabovala buď na stav ψ_1 nebo ψ_2 .

Zvýraznění problému (**paradox Schrödingerovy kočky**):

Jádro umístíme pod skleněný poklop spolu s kočkou, detektorem částic α , ampulkou jedovatého plynu a zařízením, které ampulku rozbije, když detektor zachytí částici α (a tak jedovatým plynem otráví kočku). Nový obsah obou stavů:

- ψ_1 - je stav jádro je celé, částice nevyletěla, kočka žije,
- ψ_2 - je stav jádro je rozpadlé, částice vyletěla, kočka je mrtvá.

Podle kvantové mechaniky je stav pod poklopem dán složením stavů $\psi = \psi_1 + \psi_2$ (tedy kočka je živá i mrtvá zároveň). To však není pravda, jakmile se podíváme, vidíme, že kočka je buď živá (a jádro nerozpadlé) nebo mrtvá (a jádro rozpadlé). Můžeme však tvrdit, že to tak bylo i předtím, než jsme se na kočku podívali?

Problémy s kolapsem vlnové funkce:

- Proč se chování vlnové funkce pozorováním tak prudce změní a tato změna nevyhovuje Schrödingerově rovnici (podle které se jinak vlnové funkce vyvíjí zcela bez výjimek)?
- Měření chvíli trvá \Rightarrow kdy ke kolapsu dochází?
- Jak si elektron (jádro) vybere stav, do kterého přejde?

Dodnes neexistuje přesvědčivé konkrétní vysvětlení těchto skutečností, které by bylo logicky konzistentní a ve shodě s experimentem. Máme jen vágní a neurčité formulace. Co je v kvantové fyzice vlastně reálné?

Kodaňská interpretace (nejuznávanější, vytvořeno Bohrem a Heisenbergem)

Reálné jsou částice, které mají určitou polohu a hybnost, ale nemá smysl o jejich poloze a hybnosti hovořit, protože je nemůžeme kvůli relacím neurčitosti naměřit (každým pokusem o měření je změníme). Vlnová funkce není reálná a její neurčitost je důsledkem nemožnosti současného měření některých dvojic veličin.

Problémy Kodaňské interpretace

- Neurčitost polohy a hybnosti hraje ve vesmíru obrovskou roli (způsobuje stabilitu atomů i některých druhů chemických vazeb) \Rightarrow těžko se můžeme tvářit, že je způsobena vlivem našich měřících přístrojů.
- Existují postupy, jak změřit dvojici veličin, které společně vystupují v relaci neurčitosti a neovlivnit je měřením – **EPR (Einstein, Podolski, Rosen) paradox**.

Zákony zachování ve fyzice (například zákon zachování hybnosti): Máme střelu, která se rozpadne na dvě části. Pokud byla původní hybnost celé střely nulová a změříme hybnost jedné části, můžeme dopočítat hybnost druhé části (je stejná jako hybnost první části, ale má opačné znaménko, aby výsledná hybnost byla stále nulová).

EPR paradox

Stejný postup můžeme použít i v kvantové fyzice: Pro složky momentu hybnosti platí relace neurčitosti (nelze najednou změřit l_x a l_y). Necháme částici s nulovým momentem hybnosti rozpadnout na dvě částice, které se od sebe začnou vzdalovat. Necháme je vzdálit se tak daleko, aby bylo jasné, že částice na sebe nemohou působit. Nyní u částice 1 změříme l_{1x} , u částice 2 l_{2y} . Protože platí zákon zachování hybnosti musí platit $l_{1x} = -l_{2x}$ a $l_{1y} = -l_{2y}$. \Rightarrow

- U obou částic jsme měřili pouze jednu složku hybnosti (a to jde teoreticky neomezeně přesně, když zaplatíme obrovskou neurčitostí druhé složky momentu hybnosti), ale díky rovnicím ($l_{1x} = -l_{2x}$ a $l_{1y} = -l_{2y}$) známe složky obě.
- Až do okamžiku měření, nebylo jasné, jakou hodnotu l_{1x} (l_{2y}) naměříme (hodnoty vznikají měřením). Jak se druhá částice dozví, jakou hodnotu l_{1x} jsme naměřili u první částice, aby si nastavila opačnou hodnotu?

Hypotéza skrytých parametrů

Vlnová funkce neobsahuje všechny informace o stavu částice, kromě ní existují další „skryté parametry“, které definitivně určují výsledky případného měření (například přesnou polohu) \Rightarrow obě částice v EPR paradoxu mají dané hodnoty l_x i l_y od okamžiku, kdy vznikly rozpadem původní částice (a my o nich pouze nevíme, protože jsme se je ještě nesnažili změřit).

1964 J.S. Bell: Hypotéza skrytých parametrů vede u některých pokusů k měřitelnému rozporu s předpověďmi statistické interpretace (Bellova nerovnost) \Rightarrow provedení pokusů \Rightarrow výsledky odpovídají statistické interpretaci a popírají hypotézu skrytých parametrů \Rightarrow o výsledcích měření není rozhodnuto dokud měření nezačne.

Měřením nezjistíme předem určené hodnoty, měřením (interakcí měřícího zařízení a částice) výsledky měření teprve vznikají.

⇒ Skutečností je zřejmě ta nejhorší varianta: Částice si nerozhodnou o hodnotách l_x i l_y v okamžiku vzniku, ale při měření a nějakým způsobem si předají informaci o tom, jak měření dopadlo.

Dodatek: EPR paradox bývá někdy interpretován jako možnost, jak přenášet informace nadsvětelnou rychlostí. Nejde však v žádném případě o vysílání v běžném smyslu slova. Výsledek měření první částice vzniká náhodně a tím je dán i výsledek měření u druhé částice (přenesená informace) a my nemáme žádnou možnost, jak tento výsledek ovlivnit (odeslat požadované informace). Částice sice mezi sebou cosi vysílají, ale my neovlivníme co.

Jak celá situace vypadá v analogii?

Jablečná analogie

Maminka připravuje svým dětem svačinu. Rozřízne kvantové jablko tak, aby vznikly dvě nestejně poloviny (krájí stejným způsobem, jakým se jablko rozkrájí o vánocích). Kvůli zákonu zachování stopky a bubáka získá dvě poloviny (se stopkou ψ_S , s bubákem ψ_B). Obě poloviny uloží do stejných neprůhledných svačिनovníků. Jeden si vezme Maruška, která jde do školy v Třeboni, druhý svačिनovník si dá do tašky Jozífek, který jede na exkurzi do Prahy. Dokud se ani jeden z nich nepodívá do svého svačिनovníku, stav jablka v obou svačिनovnících je popsán vlnovou funkcí $\psi = \psi_S + \psi_B$.

Díky pokusům s Bellovými nerovnostmi víme, že ve skutečnosti není v jednom svačिनovníku jedna polovina jablka a v druhém druhá (to by už bylo rozhodnuto předem podle hypotézy skrytých parametrů, která je experimentálně vyloučena), ale obě poloviny jsou zatím v obou svačिनovnících najednou.

Je čas přesnídávky. Jozífek otevírá a vyndává ze svačिनovníku polovinu jablka se stopkou. Vlnová funkce $\psi = \psi_S + \psi_B$ v jeho svačिनovníku kolabuje na jediný stav ψ_S . V tom samém okamžiku kolabuje vlnová funkce i ve svačिनovníku jeho sestry a přestože ještě před okamžikem byla pravděpodobnost, že vyndá polovinu jablka s bubákem pouze 50%, nyní si může být jistá, že její polovina bude mít bubáka.

Jak se její polovina jablka na vzdálenost více než 100 km dozvěděla, že má mít bubáka a ne stopku, není jasné.

Největší mozky světové fyziky jsou ve stejné situaci jako špatní studenti střední školy: Ví, jaká čísla dosazovat do jakých rovnic, ale vůbec netuší, proč to právě tímto způsobem vychází.

Něco je špatně:

- Ještě se nepodařilo naměřit dostatek experimentů, které by odhalily pravou příčinu zatím záhadných jevů?
- Nikdo nepřišel na tu základní jednoduchou sjednocující myšlenku jakou je princip relativity v STR (princip ekvivalence v OTR)?
- Matematická logika se nehodí k popisu přírody?
- Prostor a čas fungují ještě úplně jinak, než si myslíme?

Každopádně, zde je ještě možnost se opravdu zapsat do dějin.

Matematický aparát kvantové mechaniky je náročný \Rightarrow v dalších hodinách nebudeme ani tak probírat kvantovou mechaniku jako spíše výsledky kvantové mechaniky.

Shrnutí: Každá částice má novou charakteristiku – spin.