

7.3.5 Teplá voda v domácnosti

Předpoklady:

Př. 1: Nový kotel o výkonu 25 kW může být propojen s akumulací nádrží, kterou zásobuje teplou vodou, původní měděnou trubkou 22/1 (vnější průměr 22 mm/ 1 mm tloušťka stěny) o délce 40 m (20 m tam a 20 m zpět). Výrobce kotle doporučuje použít trubky 28/1. Urči hodnoty, které Ti pomohou rozhodnout, zda je možné nechat původní trubky nebo je výhodnější trubky vyměnit podle doporučení výrobce. 1 m doporučených trubek má cenu 250 Kč. Rychlost proudění vody v soustavě s čerpadlem je udávána v rozmezí 0, 2 m/s až 1 m/s, doporučený teplotní spád kotle je 20°C.

Trubkou o větším průměru, může při stejné rychlosti proudit větší množství vody, které může přenášet z kotle do akumulací nádrže větší množství energie. Pokud kotel bude fungovat s výkonem 25 kW, je nutné, aby voda proudící trubkou přenesla odpovídající množství energie.

Množství přenesené energie za 1 s = množství energie, kterou můžeme dodat vodě, která proteče trubkou za 1 sekundu, a ohřeje se v kotli o 20°C. Teplo přijaté vodou je dáno vztahem $Q = mc\Delta t$.

Množství vody, která proteče průřezem: $V = Sh$ (S je vnitřní průřez trubky, h je vzdálenost, kterou voda v trubce urazí za 1 s)

$V = Sh = \pi r^2 \cdot v \cdot t$ (r je vnitřní průměr trubky, v rychlost proudění vody, t je 1 sekunda).

$$Q = mc\Delta t = V \cdot \rho \cdot c\Delta t = \pi r^2 \cdot vt \cdot \rho \cdot c\Delta t$$

Dosadíme:

trubka 22/1: $Q = \pi r^2 \cdot vt \cdot \rho \cdot c\Delta t = \pi (10 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1000 \cdot 4200 \cdot 20 \text{ J} \doteq 26\,400 \text{ J} \Rightarrow$ trubka je schopna přenést výkon 26,4 kW.

trubka 28/1: $Q = \pi r^2 \cdot vt \cdot \rho \cdot c\Delta t = \pi (13 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1000 \cdot 4200 \cdot 20 \text{ J} \doteq 44\,600 \text{ J} \Rightarrow$ trubka je schopna přenést výkon 44,6 kW.

Při maximální rychlosti proudění vody v soustavě je schopna výkon kotle přenést i původní trubka 22/1.

V tomto případě jde o porovnání nákladů na nové trubky (cca 10 000 Kč + práce instalatéra) s rizikem spálení kotle. Spálení kotle není příliš pravděpodobné, pokud by trubky nestačily odvádět teplo pryč, došlo by v první řadě k většímu ohřátí vody na výstupu z kotle (zvýšil by se tedy teplotní spád a tím množství tepla, které se přenáší vodou), následně by kotel začal omezovat svůj výkon (k tomu dochází v každém případě v okamžiku, kdy z akumulací nádrže začne přicházet dostatečně teplá voda, kterou není nutné dále ohřívat). V reálném použití tak dochází spíše k tomu, že kotel při použití trubky o menším průměru začne omezovat svůj výkon dříve a nehřeje na plný výkon tak dlouhou dobu.

Výrobce kotle na dotaz zachování původních tenčích trubek schválil.

Př. 2: Na přívodu vody do bojleru musí být nainstalována zpětná klapka, která brání návratu vody z bojleru zpět do vodovodu. Jaké nebezpečí při zahřívání vody v bojleru hrozí? Co musí bojler obsahovat?

Voda při zahřívání zvětšuje její objem \Rightarrow pokud se bude voda v bojleru zahřívát, zvětší se její objem \Rightarrow několik možností:

- Pojistný ventil: v nárůstem objemu vody se zvětší její tlak a ventil upustí přebytečnou vodu ven,
- Expanze: bojler obsahuje systém, který při zahřívání vody zvětšuje objem pro vodu (zvětšuje se vnitřní objem bojleru).

Pokud by bojler neobsahoval ani jednu z těchto technologií, voda by ho zřejmě roztrhala.

Př. 3: Vypočti přibližnou hodnotu tlaku, který by se objevil v bojleru v případě, že by bojler neměl žádné zařízení na vyrovnání změny objemu zahříváné vody a voda v něm by se ohřála z 15°C na 60°C . Vlastní změnu objemu bojleru zahřátím zanedbej.

Dosud jsme považovali vodu za nestlačitelnou. Ve skutečnosti musí být částečně stlačitelná (stejně jako můžeme stlačovat pevné látky, kde změny rozměrů v závislosti na vnějším tlaku popisoval Youngův modul pružnosti). Hledáme veličinu, která popisuje změnu objemu při změně vnějšího tlaku, takovou veličinou je stlačitelnost.

<https://cs.wikipedia.org/wiki/Stla%C4%8Ditelnost>

Místo stlačitelnosti použijeme modul objemové pružnosti (analogie modulu pružnosti u pevných látek – tlak, který potřebujeme k tomu, abychom změnili objem).

$$K = -V \cdot \frac{dp}{dV}$$

Diferenciály převedeme na změny veličin (opačný proces než změna $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{ds}{dt}$),

hledáme pouze přibližný výsledek. Objem V představuje původní objem, označíme ho tedy V_0 .

$$K = -V_0 \cdot \frac{\Delta p}{\Delta V}$$

$$-\frac{\Delta V}{V_0} K = \Delta p$$

Znaménko mínus vynecháme. Zajímají nás pouze velikosti ne směry, víme, že při zmenšení objemu ($\Delta V < 0$), tlak v kapalině vzroste ($\Delta p > 0$).

$$\Delta p = \frac{\Delta V}{V_0} K$$

Změna objemu vody způsobená změnou tlaku (bojler musí vodu stlačit, aby se její objem nezvětšil) odpovídá zvětšení objemu, který způsobilo nárůst teploty.

Objemová roztažnost: $V = V_0(1 + \beta\Delta t) = V_0 + V_0\beta\Delta t = V_0 + \Delta V \Rightarrow \Delta V = V_0\beta\Delta t$

$$\Delta p = \frac{\Delta V}{V_0} K = \frac{V_0\beta\Delta t}{V_0} \cdot K = \beta K \cdot \Delta t$$

Kontrola vztahu úvahou: v bojleru vznikne zahřátím velký tlak, pokud:

- se voda s teplotou hodně roztahuje (konstanta β),

- stlačení vody vyžaduje velký tlak (konstanta K)
- vodu hodně zahřejeme (člen Δt).

Rozměrová kontrola: $\Delta p = \beta K \cdot \Delta t$

$$Pa = K^{-1} \cdot Pa \cdot K$$

$$Pa = Pa$$

Hodnoty konstant K a β se mění. Zvolíme $K = 2,1 \cdot 10^9 \text{ Pa}$, $\beta = 4 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ (v tabulce špatně zapsán exponent).

(https://www.fce.vutbr.cz/%2FTZB%2Fsikula.o%2Fcviceni%2FCT51%2FMechtek_tab.pdf)

$$\Delta p = \beta K \cdot \Delta t = 4 \cdot 10^{-4} \cdot 2,1 \cdot 10^9 \cdot (60 - 15) \text{ Pa} = 37\,800\,000 \text{ Pa} \doteq 40 \text{ MPa}$$

V bojleru, který by nekompensoval změnu objemu vody by při zahřátí vody z 15°C na 60°C vzrostl tlak o 40 MPa (400 atmosfér).

Př. 4: Vypočti předchozí příklad s tím, že započítáš změnu objemu kotle způsobenou teplotní roztažností. Předpokládej, že kotel je vyroben z oceli.

Většina řešení je stejná jako v předchozím příkladu. Rozdíl: tlak stěn bojleru musí kompenzovat menší změnu objemu vody, protože s rostoucí teplotou se zvětší i objem bojleru. $\Delta V = \Delta V_{\text{vody}} - \Delta V_{\text{oceli}}$

U oceli se udává teplotní délková roztažnost α . Platí: $l = l_0 (1 + \alpha \Delta t)$

V hodině 020407 je z odvozen vztah pro objemovou roztažnost $V = V_0 (1 + 3\alpha \cdot \Delta t)$

Dosadíme: $\Delta V = \Delta V_{\text{vody}} - \Delta V_{\text{oceli}} = V_0 \beta \Delta t - V_0 3\alpha \Delta t = V_0 (\beta - 3\alpha) \Delta t$.

Dosadíme do vztahu z předchozího příkladu:

$$\Delta p = \frac{\Delta V}{V_0} K = \frac{V_0 (\beta - 3\alpha) \Delta t}{V_0} \cdot K = (\beta - 3\alpha) K \cdot \Delta t$$

Nejčastěji udávaná hodnota koeficientu α pro ocel $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

$$\Delta p = (\beta - 3\alpha) K \cdot \Delta t = (4 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 12 \cdot 10^{-6}) \cdot 2,1 \cdot 10^9 \cdot (60 - 15) \text{ Pa} = 34\,400\,000 \text{ Pa} \doteq 30 \text{ MPa}$$

Hodnota tlaku v bojleru se při započtení změny objemu bojleru trochu ale nepodstatně zmenšila.

Shrnutí: