

4.2.9 Závislost elektrického odporu na rozměrech

Předpoklady: 4208

Pomůcky: MFCH tabulky.

Elektrický odpor mají nejen rezistory, ale také spojovací vodiče (dráty). V našich obvodech tento odpor zanedbáváme, ale při větších vzdálenostech se odpor citelně projevuje? Na čem odpor závisí?

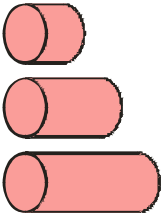
Př. 1: Odhadni, na kterých veličinách závisí odpor drátu (nebo jiných součástek podobného tvaru). Navrhni vzorec pro výpočet odporu součástky.

Odpor závisí na:

- délce drátu l (čím delší drát, tím větší odpor),
- průřezu drátu S (čím větší průřez, tím menší odpor),
- materiálu (různé materiály, různě propouští elektrický proud).

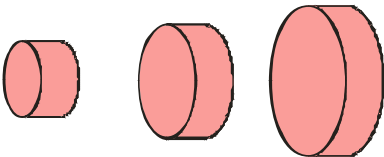
Jak závisí odpor součástky na jejím tvaru?

Délka (l)



Čím delší součástka, tím delší cesta, kterou musí elektrony projít v prostředí, které jim brání. \Rightarrow **Čím větší délka, tím větší odpor.**

Průřez (S)



Čím větší průřez, tím více místa, kudy se mohou elektrony protáhnout. \Rightarrow **Čím větší průřez, tím je menší odpor.**

Materiál

Odpor určitě závisí i na materiálu, ze kterého je vyroben \Rightarrow budeme používat konstantu, která bude udávat typický (**měrný**) odpor materiálu, značí se ρ .

Odpor součástky: $R = \rho \frac{l}{S}$

Co přesně udává ρ ?

$\rho = \frac{S \cdot R}{l}$ \Rightarrow ρ udává odpor válce o průřezu 1 m^2 a délce 1 m – **měrný elektrický odpor**

materiálu \Rightarrow jednotka $\Omega \cdot m$ (pokud dosadíme za S i l jedničku získáme: $\rho = \frac{S \cdot R}{l} = \frac{1 \cdot R}{1} = R$).

Př. 2: Urči měrný elektrický odpor materiálu, ze kterého je vyroben rezistor $R=180 \Omega$, jestliže rezistor má tvar válce o výšce 2 cm a průměru 4 mm.

$$l = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}, \quad r = \frac{d}{2} = 2 \text{ mm}, \quad R = 180 \Omega, \quad \rho = ?$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}, \text{ dosadíme za průřez obsah kruhu } S = \pi \cdot r^2.$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^2}$$

$$\pi \cdot r^2 \cdot R = \rho \cdot l$$

$$\rho = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot R}{l} = \frac{\pi \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 180}{2 \cdot 10^{-2}} \Omega \cdot m = 0,11 \Omega \cdot m$$

Materiál na výrobu rezistorů má měrný elektrický odpor $0,11 \Omega \cdot m$.

Př. 3: Urči délku měděného drátu namotaného na cívce. Drát má průměr $5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$, odpor cívky je $4,5 \Omega$.

$$r = \frac{d}{2} = 0,25 \text{ mm} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}, \quad \rho = 1,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m, \quad R = 4,5 \Omega, \quad l = ?$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \text{ dosadíme za průřez obsah kruhu } S = \pi \cdot r^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^2} \Rightarrow l = \frac{R \pi \cdot r^2}{\rho} = \frac{4,5 \cdot \pi \cdot (2,5 \cdot 10^{-4})^2}{1,8 \cdot 10^{-8}} \text{ m} = 49 \text{ m}$$

Měděný drát namotaný na cívce má délku 49 m.

Pedagogická poznámka: V předchozím příkladu je největší problémem hodnota měrného odporu udávána v tabulkách v $\mu\Omega \cdot m$. Většina žáků to přehlédne, a číslo dosazuje bez převedení. Proto je uveden průměr již převedený do metrů, jinak se často stávalo, že žáci nepřevodili ani měrný odpor, ani průměr a obě chyby se během výpočtu pokrátily.

Pedagogická poznámka: Rychlejší studenti začnou pracovat na následujícím příkladu. Jakmile se přes příklady 2 a 3 dostane celá třída, přerušíme práci na čtyřce, doděláme zbytek hodiny a ke čtyřce se pak vrátíme..

Př. 4: Dálkové vedení elektrického proudu má délku 100 km. Urči průměr vodičů tak, aby jeho celkový odpor nepřesáhl 1Ω . Kolik kg kovu by bylo nutné spotřebovat na takové vedení? Urči zda je na vedení výhodnější použít hliník nebo měď. Pro obě zjišťované veličiny odvoď vztahy používající pouze hodnoty zadané v zadání. Urči cenu kovu na vedení v obou případech.

$l = 100 \text{ km} = 100000 \text{ m}, \quad R = 1 \Omega, \quad \rho_{Cu} = 1,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m, \quad \rho_{Al} = 2,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m,$
 $d = ?, \quad m = ?, \quad h_{Al} = 2700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, \quad h_{Cu} = 8930 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$ 1 kg mědi 120 Kč, 1 kg hliníku 35 Kč.

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \text{ dosadíme za průřez obsah kruhu } S = \pi \cdot r^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^2} \text{ vypočteme } r$$

$$r^2 = \frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R}} \Rightarrow d = 2 \cdot r = 2 \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R}}$$

Hmotnost kovu v drátu: $m = V \cdot \rho$

Pro objem drátu (válce) platí: $V = S \cdot l = \pi \cdot r^2 \cdot l = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot l = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot l}{4} \Rightarrow$

$$m = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot l \cdot \rho}{4}$$

Dosadíme vypočtený průměr: $m = \frac{\pi \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R}}\right)^2 \cdot l \cdot \rho}{4} = \frac{\pi \cdot \frac{4 \cdot \rho \cdot l}{\pi \cdot R} \cdot l \cdot \rho}{4} = \frac{\rho \cdot l^2 \cdot \rho}{R}$

Dosazení měď:

- průměr vodiče: $d = 2 \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^{-8} \cdot 100000}{\pi \cdot 1}} \text{ m} = 0,045 \text{ m}$,
- hmotnost kovu: $m = \frac{\rho \cdot l^2 \cdot \rho}{R} = \frac{1,8 \cdot 10^{-8} \cdot 100000^2 \cdot 8930}{1} \text{ kg} = 1610000 \text{ kg}$,
- cena kovu, při ceně 120 Kč za 1 kg: $1610000 \cdot 120 \text{ Kč} = 193\,000\,000 \text{ Kč}$.

Dosazení hliník:

- průměr vodiče: $d = 2 \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot R}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2,7 \cdot 10^{-8} \cdot 100000}{\pi \cdot 10}} \text{ m} = 0,059 \text{ m}$,
- hmotnost kovu: $m = \frac{\rho \cdot l^2 \cdot \rho}{R} = \frac{2,7 \cdot 10^{-8} \cdot 100000^2 \cdot 2700}{1} \text{ kg} = 729000 \text{ kg}$,
- cena kovu, při ceně 35 Kč za 1 kg: $729000 \cdot 35 \text{ Kč} = 25\,500\,000 \text{ Kč}$.

Poznámka: Předchozí příklad jasně ukazuje, proč se na elektrická vedení používá hliník místo mědi. Použité ceny jsou určitě nižší než skutečné, protože jde o výkupní ceny ve sběrných surovinách ceny z ledna 2010.

Pedagogická poznámka: Když je čas ukazujeme si, jak obecný tvar výsledného vzorce umožňuje kontrolu správnosti.

Dodatek: Pro dálková vedení se nepoužívá čistý hliník (zřejmě kvůli ceně i mechanickým vlastnostem), odpory vedení jsou také vyšší, přijatelné míry ztrát se dosahuje jiným způsobem (viz. později v této učebnici).

Proč odpor v kovu vzniká?

Krystal kovu se skládá z mřížky tvořené kladnými ionty, mezi kterými se téměř volně pohybují volné (vodivostní) elektrony (elektronový plyn). Rychlost neuspořádaného pohybu elektronů je obrovská $10^5 - 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Po připojení ke zdroji vznikne ve vodiči elektrické pole \Rightarrow působí na elektrony \Rightarrow začnou se pohybovat ve směru působení elektrického pole \Rightarrow **uspořádaný (unášivý) pohyb elektronů** (překvapivě pomalý $10^{-4} - 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$).

Elektron narazí do kladného iontu mřížky \Rightarrow ztratí rychlost a energii a předá ji iontu mřížky = elektrický odpor.

Př. 5: Vysvětli, proč se vodiče, kterými prochází elektrický proud, zahřívají.

Při průchodu elektrického proudu, naráží elektrony do atomů krystalové mřížky a předávají jim svou energii \Rightarrow zvětšuje se vnitřní energie látky \Rightarrow látka se zahřívá.

Př. 6: Odhadni, jak by se měl měnit odpor součástky, když se bude zvyšovat její teplota.

Odpor vzniká nárazy elektronů do mřížky. Vyšší teplota materiálu \Rightarrow silnější kmitání mřížky \Rightarrow větší pravděpodobnost srážky elektronu s mřížkou \Rightarrow větší odpor.

Př. 7: Najdi v tabulce měrných elektrických odporů kovy s nejmenším měrným elektrickým odporem a vysvětli jejich využití.

Podle měrného elektrického odporu:

1. stříbro $1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
2. měď $1,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
3. hliník $2,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$

Nejmenší měrný elektrický odpor má stříbro, ale moc se nepoužívá, zřejmě kvůli ceně a nepřilíživému rozdílu oproti mědi.

Měď má druhý nejmenší měrný odpor a proto se využívá jako základní materiál pro výrobu drátů a vodičů.

Hliník má třetí nejmenší měrný odpor (o polovinu větší než měď), je však znatelně levnější a proto se používá k výrobě drátů velmi vysokého napětí (je ho potřeba velmi mnoho).

Př. 8: Porovnej v tabulce měrných elektrických odporů hodnoty kovů a jejich slitin. Zkus vysvětlit.

Měrné odpory slitin: cegas $130 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$, chromnikl $110 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$, kanthal $140 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$, nikelin $38 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$

Měrné odpory kovů: nikl $7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$, zinek $6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$, kobalt $6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$

Měrné odpory slitin jsou znatelně větší než měrné odpory kovů, ze kterých se skládají.

Důvodem jsou zřejmě nepravidelnosti ve vnitřní struktuře, které způsobují častější nárazy.

Shrnutí: Odpor kovového vodiče závisí na rozměrech očekávaným způsobem.