

1.1.2 Počítání znamének

Předpoklady:

Jak zařídit, abychom si pamatovali to, budeme potřebovat?

Nebudeme se snažit zapamatovat si všechno. Učit se nazpaměť příklady před písemkou je úplný nesmysl. Příkladem nejsou na zapamatování, ale na ověření toho, zda chápeme látku, případně procvičování dovedností.

Pamatovat si budeme jen něco, co nevíce věcí se budeme snažit odvodit z toho, co si pamatujeme.

Nejdůležitější poznatky - červené rámečky. Co je v červeném rámečku si musíme pamatovat pořád.

První podmínkou k tomu, aby se člověk naučil matematiku je, že samostatně rozhoduje, jak co udělá a co je správné.

Velmi důležité poznatky: modré rámečky. Co je v modrém rámečku, si musíme pamatovat do konce dílu.

Chyby se negumují, ale škrtají, aby nás upozorňovaly, na co si máme dát pozor.

U první hodiny v každé kapitole je další soubor (například hned v první normální hodině - vědomosti, které potřebujeme. Některé jsou z předchozích kapitol, jiné se probírají až v této kapitole. Jde o soupis znalostí, které jsou potřeba, aby jsme mohli chápat, co se v kapitole probírá \Rightarrow všechny tyto znalosti se mohou objevit v dvou minutových písemkách na začátku hodiny, které jsou hodnoceny pomocí plusů a mínusů.

Otázky pro zkoušení na plus-mínus při probírání kapitoly 0101 Opakování z obecné školy

1. Desítková soustava
2. Orientace, popisování, odečítání z číselné osy
3. Zaokrouhlování přirozených čísel
4. Sčítání přirozených čísel (význam, model, ...)
5. Odečítání přirozených čísel (význam, model, ...)
6. Násobení přirozených čísel (význam, model, ...)
7. Dělení přirozených čísel (význam, model, ...)
8. Postupné řešení číselných výrazů
9. Části celku

Zapamatovávat si musíme hlavně to nejdůležitější \Rightarrow na konci většiny hodin je Shrnutí, ve kterém je v jedné větě zformulováno to nejdůležitější z hodiny.

Shrnutí: Matematiku se můžeme naučit jen děláním matematiky - počítáním, přemýšlením, rozhodováním.

Na začátku hodiny se můžeme na plusy a mínusy ptát na shrnutí předchozí hodiny. Obsah předchozí hodiny může být i obsahem plusmínusové dvojminutovky.

Součástí výuky na školách jsou zatím známky. Mnozí studenti je (chybně) považují za to nejdůležitější. Já jako učitel je považuji za nutné zlo, kterým bohužel musím ztrácet čas, protože ho po mě okolí chce a hlavně protože některým žákům to prostě doopravdy pomáhají (mají potřebu viditelného, zřetelného a jasného krátkodobého cíle, kterému známky odpovídají daleko lépe než rozmazané vidiny budoucího zaměstnání nebo nehmatatelné vzdělanosti někdy v budoucnu.

Procenta a normální známky

Protože standardní známková stupnice 1 - 5 neumožňuje dostatečně rozlišovat žákovské výkony (má málo různých známek) přepočítávají se všechny výsledky (kromě znamének plus-mínus) na procenta - bodová škála od 0 do 100 (tedy 101 různých hodnot).

Z těchto procent se při klasifikaci počítá průměr, který určuje výslednou známku.

Pedagogická poznámka: Následující příklady už promítám z projektoru a postupujeme klasickým způsobem.

Převod z procent na známku určuje tato převodní tabulka:

počet procent p	$p < 28$	$28 \leq p < 50$	$50 \leq p < 70$	$70 \leq p < 85$	$85 \leq p$
známka	5	4	3	2	1

Př. 1: Jaký nejmenší počet procent musíte dostat z písemky, která má odpovídat známce 1?

Nejmenší počet procent odpovídající 1 je 85 %.

Př. 2: Jakým hodnotám procent odpovídá známka 3?

Známka 3 odpovídá procentu, který je větší nebo roven 50 % a menší než 70 % - tzn: 50 %, 51 %, 52 %, ..., 68 %, 69 %.

Pedagogická poznámka: Objevují se nejasnosti okolo čísla 70 % (většina žáků ho píše). V takovém případě je nejlepší, aby si napsali hodnoty procent, za které získají 2 a pak se zeptat, co tedy dostanou za 70 %.

Pedagogická poznámka: Žáci si se zdůvodněním dvou různých výsledků neví moc rady, proto jim po chvíli radím nakreslit číselnou osu a na ní vyznačit rozsahy jednotlivých známek i konkrétní procenta. Z obrázku už je to většině žáků jasné.

Př. 3: Jarda dostal z prvních tří písemek postupně 65 %, 82 % a 68 %. Jakým známkách jednotlivé výsledky odpovídají? Jaká výsledná známka mu v tomto okamžiku vychází? Jaká známka by mu vycházela, kdyby se průměr nepočítal z procent, ale ze známek? Jak je možné, že oběma postupy nevyšla stejná známka?

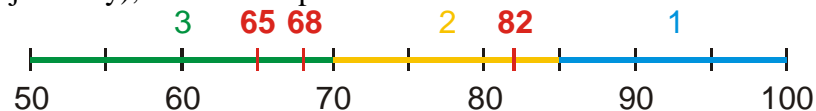
Výsledky:

procenta	65 %	82 %	68 %
známka	3	2	3

Výsledná známka (průměr): $(65 + 82 + 68) : 3 = 215 : 3 = 71,66666 \Rightarrow$ výsledná známka je 2.

Průměr (kdyby se počítal ze známek): $(3 + 2 + 3) : 3 = 8 : 3 = 2,6666\dots \Rightarrow$ výsledná známka by byla 3.

Nakreslíme si číselnou osu, kde budou jak rozhraní pro jednotlivé známky (od trojky do jedničky), tak získaná procenta.



Z obrázku vidíme, že všechny tři hodnocení v procentech jsou o lepší než průměrné hodnocení prodanou známku:

- pokud sčítáme procenta, tyto kousky zůstanou zachovány a zlepší výsledek na dvojku,
- pokud sčítáme známky místo 65, 68, a 82, sčítáme střední hodnoty pro známky (60, 60 a 74), proto vyjde menší výsledek.

Př. 4: Je možné, aby bylo výhodnější počítat celkový výsledek ze známek než z procent? Pokud ano, napiš příklad tří výsledků v procentech, pro které je výhodnější počítat celkový výsledek z odpovídajících známek.

Možné to je, pokud budou procenta na dolní hranici odpovídající známky.

Například: 51 %, 30 %, 52 % \Rightarrow známky 3, 4, 3.

Výsledná známka (průměr): $(51 + 30 + 52) : 3 = 133 : 3 = 44,3333\dots \Rightarrow$ výsledná známka je 4.

Průměr (kdyby se počítal ze známek): $(3 + 4 + 3) : 3 = 10 : 3 = 3,3333\dots \Rightarrow$ výsledná známka by byla 3.

Jak budeme známky získávat?

Normální písemka

Píše se přibližně jednou za týden až čtrnáct dní. Na její vypracování je určena polovina hodiny (22,5 minuty). Má čtyři příklady a BONUS. Příklady jsou většinou řazeny od jednodušších ke složitějším. BONUS většinou vyžaduje schopnost překročit hranice právě probírané látky. Získané body se přepočítávají na procenta (proto nás body vlastně nemusí zajímat). Pokud žák vypočítá správně všechny čtyři příklady (bez BONUSu), je to bráno jako zcela správně spočtená písemka hodnocená na 100 %. Všechny čtyři příklady i BONUS mají stejnou váhu.

Pokud je písemka dopředu nahlášena, není možné používat jiné než povolené pomůcky (rýsovací potřeby, většinou kalkulačka), pokud písemka nahlášena není, může každý používat svůj sešit (proto není vhodné při výměně sešitu starý nosit na hodiny, dokud se nenapíše písemka).

Cílem těchto písemek je udržovat žáky v obraze. Píší se poměrně často, aby se žáci museli alespoň částečně průběžně učit a neztráceli kontakt s probíranou látkou.

Př. 5: Zjisti pro normální písemku:

- Kolika procenty je hodnocený jeden správný příklad?
- Kolik procent je možné získat při vypočtení dvou celých příkladů a poloviny třetího příkladu?
- Kolik procent může žák získat, když spočítá správně úplně všechno?

a) Kolika procenty je hodnocený jeden správný příklad?

4 příklady ... 100 %
1 příklad ... $10 : 4 = 25$ %

b) Kolik procent je možné získat při vypočtení dvou celých příkladů a poloviny třetího příkladu?

Získáme $25 + 25 + 25 : 2 = 62,5$ %.

c) Kolik procent může žák získat, když spočítá správně úplně všechno?

BONUS je hodnocený stejně jako příklad (25 %) \Rightarrow získá $100 + 25 = 125$ %.

Čtvrtletka

Píše se jednou za čtvrt roku, obvykle na logicky ucelenou část látky (často odpovídá kapitole učebnice). Obsahuje více příkladů a píše se celou hodinu. Počty příkladů i jejich bodové hodnocení se liší. Konečný výsledek je uveden v procentech.

Protože čtvrtletka se píše déle a hlavně vyžaduje naučení daleko většího množství látky, počítá se do průměru jako 2,5 (dvě a půl) normální písemky.

Př. 6: Jarda psal tři písemky, ze kterých dostal postupně 44 %, 56 %, 75 %.

- Jaká bude jeho výsledná známka, pokud dostane ze čtvrtletky 38 %?
- Kolik musí ze čtvrtletky dostat, aby jeho výsledná známka byla 70 %?

a) Jaká bude jeho výsledná známka, pokud dostane ze čtvrtletky 38%?

Spočteme průměr, do kterého započteme známku ze čtvrtletky 2,5 krát.

$(44 + 56 + 75 + 2,5 \cdot 38) : 5,5 = 49,09... \doteq 49$ %

Jardova výsledná známka bude 49%, tedy 4.

b) Kolik musí ze čtvrtletky dostat, aby jeho výsledná známka byla 70 %?

Obrátíme předchozí postup.

70 jsme získali ze 5,5 známek \Rightarrow celkový součet procent musí být $5,5 \cdot 70 = 385$.

Odečteme procenta z normálních písemek: $385 - 44 - 56 - 75 = 210$

Čtvrtletku počítáme 2,5 krát: $210 : 2,5 = 84$ %

Jarda musí napsat čtvrtletku minimálně na 84%.

Pedagogická poznámka: Samotný průměr žáci zvládají, ale přidání váhy příliš nezvládají (navíc ošklivá - v naší škole povinná - váha 2,5 jim situaci ještě komplikuje). Proto moc nečekáme a ukáží první výpočet na tabuli, druhý krátce promítnu pouze těm, kteří ho stihli vypočítat.

Pedagogická poznámka: V tomto okamžiku už přestáváme stíhat, proto si další příklady jen ukazujeme, jsou uvedeny spíše jako příklady nebo informace pro rodiče, než pro počítání v hodině.

Opravné písemky

U každé písemky (normální i čtvrtletní) je možné psát opravou písemku (opravná písemka nemusí obsahovat analogické příklady jako písemka původní, její zadání se pouze musí týkat stejné látky). Pokud je opravná písemka lepší než písemka původní, nahradí se v celkovém hodnocení původní známka novou známkou, do které se původní známka počítá jednou a nová známka dvakrát.

Smyslem opravných písemek je dát žákům šanci si opravit špatný výsledek předchozí písemky tím, že se látku přece jen naučí. Vzhledem k tomu, že látka je ve většině případů ještě potřeba, považuji čas strávený nad opravnými písemkami za ospravedlnitelnou investici do toho, že žáci vyvinou vlastní iniciativu. Pokud někdo napíše vícekrát opravnou písemku stejně nebo hůře než původní (a je tedy vidět, že na to kašle pořád stejně), vyžadují předem opravu písemky (viz. níže).

Př. 7: Lenka napsala písemku na 50%.

- Jaká bude její výsledná známka, pokud napíše opravnou písemku na 84 %?
- Na kolik musí napsat opravnou písemku, aby její výsledná známka byla alespoň 80 %?

a) Jaká bude její výsledná známka, pokud napíše opravnou písemku na 84 %?

Spočteme průměr, do kterého započteme původní známku jednou a opravenou známku

dvakrát:
$$\frac{50 + 2 \cdot 84}{3} = 72,66666 \doteq 73\%$$

b) Na kolik musí napsat opravnou písemku, aby její výsledná známka byla alespoň 80%?

Obrátíme předchozí postup.

80 jsme získali ze 3 známek \Rightarrow celkový součet procent musí být $3 \cdot 80 = 240$.

Odečteme procenta z původní písemky: $240 - 50 = 190$

Opravnou písemku počítáme dvakrát: $190 : 2 \doteq 95\%$

Lenka musí napsat opravnou písemku minimálně na 95 %, aby výsledná známka byla 80 %.

Opravy

U každé písemky je možné udělat opravu. Pokud je původní písemka hodnocena na 74 a více musí být v rámci opravy vypočítán i BONUS. Písemky hodnocené na 84 % a více procent se neopravují. Uznaná oprava znamená zvýšení hodnocení o 10%. Opravu dělá žák samostatně doma (nebo ve škole s kamarády - na tom nezáleží), jeho povinností není jen napsat špatně spočtené příklady dobře do sešitu, ale donést napsanou opravu ke kontrole.

Při kontrole musí prokázat, že problematickým místům opravdu rozumí. Pokud se ukáže, že jim nerozumí, může být od opravy vyhozen s tím, že se může vrátit, až si to ujasní.

Cílem oprav je dotáhnout žáky na konzultaci a zkontrolovat, zda se doučili to, co bude ještě potřeba, proto jsem ochoten s žáky, kteří vypadají, že opravě nějaký čas věnovali, diskutovat (a v podstatě doučovat) docela dlouho.

Př. 8: Jarda psal tři písemky, ze kterých dostal postupně 44%, 56 %, 75 % a čtvrtletku na 38%.

- Jaká bude jeho výsledná známka?
- Jaká bude jeho výsledná známka, pokud si opraví všechny písemky (i čtvrtletku)?

- c) Jaká bude jeho výsledná známka, pokud si opraví pouze čtvrtletku?
 d) Jaká bude jeho výsledná známka, pokud si opraví dvě normální písemky?

a) Jaká bude jeho výsledná známka?

Spočteme průměr, do kterého započteme známku ze čtvrtletky třikrát.

$$\frac{44 + 56 + 75 + 2,5 \cdot 38}{5,5} = 49,0909... \doteq 49 \%$$

b) Jaká bude jeho výsledná známka, pokud si opraví všechny písemky (i čtvrtletku)?

Pokud si opraví všechny písemky i čtvrtletku, zlepší si všechny známky v průměru a tím i výslednou známku o 10%.

Kontrola dosazením: $\frac{54 + 66 + 85 + 2,5 \cdot 48}{5,5} = 49,0909... \doteq 59 \%$.

c) Jaká bude jeho výsledná známka, pokud si opraví pouze čtvrtletku?

Do průměru tentokrát dosadíme za čtvrtletku 48 %.

$$\frac{44 + 56 + 75 + 2,5 \cdot 48}{5,5} = 53,6363... \doteq 54 \%$$

d) Jaká bude jeho výsledná známka, pokud si opraví dvě normální písemky?

Zlepšíme známky ze dvou normálních písemek, čtvrtletku necháváme stejnou.

$$\frac{54 + 66 + 75 + 2,5 \cdot 38}{5,5} = 52,7272... \doteq 53 \%$$

Pedagogická poznámka: Opět je dobré sledovat, kdo si všimne, že bod a) už počítal a kdo bude otrocky počítat znovu. Při kontrole se také ptám, zda bylo potřeba počítat bod b).

Kromě písemek je možné získat známky o stejné váze za mimořádné výkony (prázdný papírek Bonzáček, MO, spočtené sbírky, ...).

Ze všech známek se na konci pololetí spočte průměr, který ještě může být změněn znamínky.

Pedagogická poznámka: U přepočtu plusů si jen uvedeme slovní pravidla, tabulku nerozebíráme.

Znamínka

Znamínka (plusy a mínusy) se udělují za trochaminutové testy na začátku hodin a jiné méně mimořádné výkony (za které už se nepřidělují známky navíc). **Například každá nalezená a nahlášená chyba v učebnici na internetu je oceněna plusem.**

Trochaminutové testy na začátcích hodin slouží nejvíce k udržení kontextu v hlavách žáků a jako motivace k zvládnutí základních postupů. Písemky jsou hodnoceny +, - nebo 0 (nic).

POZOR: + se uděluje většinou pouze v případě žádné nebo pouze jedné chyby.

Na konci pololetí se sečtou plusy i mínusy a nechají se navzájem vyrušit (jeden plus se vyruší s jedním mínus).

Pokud je mínusů víc, každý z nich znamená zmenšení hodnoty průměru ze známek o 1%.

Pokud je plusů víc, procenta se naopak přidávají, ale trochu složitějším systémem tak, aby:

- větší počet plusů více pomáhal žákům s horším průměrem z normálních písemek a naopak lepší žáci si nemohli pomocí plusů podstatně zlepšovat známky a museli se zaměřit i na písemky,
- získání každého dalšího plusu znamenalo větší vylepšení průměru.

Přepočtení plusů je uveden v tabulce.

Plusy, které se započítávají	Průměr z písemek				
	$x < 27$	$27 \leq x < 50$	$50 \leq x < 69$	$69 \leq x < 84$	$84 \leq x$
celé	1-10	1-8	1-6	1-4	1-2
za polovinu	11-30	9-24	7-18	5-12	3-6
za třetinu	31-60	25-48	19-36	13-24	7-12
za čtvrtinu	61-100	49-80	37-60	25-40	13-20
za pětinu	101 a víc	81 a víc	61 a víc	41 a víc	21 a víc

Př. 9: Urči výsledný počet procent, pokud:

- Martin má průměr z písemek 23, 14 plusů a 20 mínusů,
- Věra má průměr z písemek 18, 16 plusů a 9 mínusů,
- Ivan má průměr z písemek 43, 14 plusů a 3 mínusy,
- Jindra má průměr z písemek 69, 12 plusů a 2 mínusy,
- Konrád má průměr z písemek 85, 24 plusů a 1 mínus.

a) Martin má průměr z písemek 23, 14 plusů a 20 mínusů

Znamínka: $14 - 20 = -6$.

Procenta (první sloupec): $23 - 6 = 17$.

Martinův výsledný počet procent se rovná 17.

b) Věra má průměr z písemek 18, 16 plusů a 9 mínusů

Znamínka: $16 - 9 = 7$.

Procenta (první sloupec): $18 + 7 \cdot 1 = 25$.

Věřin výsledný počet procent se rovná 25.

c) Ivan má průměr z písemek 43, 14 plusů a 3 mínusy

Znamínka: $14 - 3 = 11$ ($11 = 8 + 3$).

Procenta (druhý sloupec): $43 + 8 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{2} = 52,5 \doteq 53$.

Ivanův výsledný počet procent se rovná 53.

d) Jindra má průměr z písemek 69, 12 plusů a 2 mínusy

Znamínka: $12 - 2 = 10$ ($10 = 4 + 4 + 2$).

Procenta (čtvrtý sloupec): $69 + 4 + 6 \cdot \frac{1}{2} = 76$.

Jindrův výsledný počet procent se rovná 76.

e) Konrád má průměr z písemek 85, 24 plusů a 1 mínus.

Znamínka: $24 - 1 = 23$ ($23 = 2 + 4 + 6 + 8 + 3$).

Procenta (pátý sloupec): $85 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{1}{3} + 8 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{5} = 93,6$.

Konrádův výsledný počet procent se rovná 93,6.

Shrnutí: Hodnocení je postaveno tak, aby vedlo žáky k opravování chyb.