

1.1.4 Číselná osa

Předpoklady: 010102

Přirozená čísla můžeme seřadit podle velikosti: 1; 2; 3;

V matematice (i v životě) si často pomáháme obrázky. K zobrazení přirozených čísel používáme číselnou osu:

- Narýsujeme přímku.
- Zvolíme na ní bod O , který považujeme za obraz čísla 0. Tomuto bodu říkáme počátek.
- Zvolíme si velikost, kterou bude od počátku vzdálen obraz bodu 1, vzdálenost na přímku od bodu 0 nanese a získaný bod označíme 1.
- Stejným způsobem nanese stejnou vzdálenost od bodu 1 a získáme tak obraz bodu 2.
- Opakováním postupu získáme obrazy dalších přirozených čísel.

Pedagogická poznámka: Kreslení osy nedělá žákům nejmenší problémy. Jediné, co je třeba zkontrolovat, zda všichni kreslí osu i s nulou na počátku.

Proč na začátek osy kreslíme obraz čísla 0, které není přirozené?

Na ose se často hledají vzdálenosti jednotlivých čísel, pak je daleko šikovnější osa s počátkem v čísle 0, protože vzdálenost každého čísla na ose od počátku se rovná tomuto číslu (číslo 1 je od počátku vzdáleno 1).

I když budeme často mluvit o číslech na číselné ose, budeme si pořád uvědomovat, že na číselnou osu nekreslíme přímo čísla ale jejich obrazy.

Vzdálenost dvou sousedních přirozených čísel (vzdálenost obrazů čísel 0 a 1) se nazývá **jednotková vzdálenost číselné osy**.

Pedagogická poznámka: S kreslením nuly se na žáky nesmí tlačit příliš, někteří ji pak kreslí i na osu, která začíná číslem 112.

Př. 1: Narýsuj číselnou osu a znázorni na ni pět nejmenších přirozených čísel. Jako jednotkovou vzdálenost použij 2 cm.



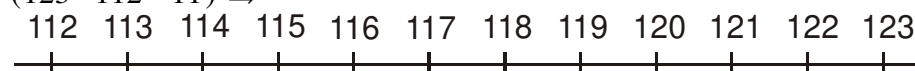
Při hodinách matematiky budeme rozlišovat dva způsoby kreslení obrázků:

- **Narýsované obrázky** rýsujeme pomocí pravítka, kružítko nebo jiných geometrických pomůcek, uvedené velikosti odměřujeme přesně měřítkem, snažíme se, aby obrázek co nejpřesněji odpovídal zadání.
- **Načrtnuté (nakreslené) obrázky**, kreslíme od ruky (bez pravítka a dalších pomůcek), velikosti odhadujeme, snažíme se, aby jejich vzájemný poměr odpovídal zadání, snažíme se zachytit poměr velikostí různých útvarů nebo zvýraznit vzájemné proporce.

Pedagogická poznámka: Snažím se, aby žáci rýsování a načrtávání odlišovali. U všech dalších načrtávaných příkladů je třeba hlídat, aby vzdálenosti čísel na osách byly přibližně stejné.

Př. 2: Načrtni číselnou osu, na které jsou zobrazena všechna přirozená čísla od 112 do 123. Kolik čísel budeš zobrazovat?

Zobrazovat budeme 12 čísel (112 - 121, 122, 123), mezi čísly bude 11 jednotek
($123 - 112 = 11$) \Rightarrow



Př. 3: Narýsuj do sešitu vodorovnou číselnou osu. Na ose zobraz všechna přirozená čísla větší než 52 a menší než 59. Jednotkovou délku v celých centimetrech zvol tak, abys co nejvíce využil celou šířku stránky.

Šířka stránky A4 ... 21 cm

Zobrazovaná čísla 53, 54, ..., 58 ... 6 čísel \Rightarrow 5 jednotek.

Jednotková délka $21 : 5 = 4$ zbytek 1.



Pedagogická poznámka: Příklad není pro žáky vůbec jednoduchý. Někteří využijí jenom polovinu stránky (protože používají stále jednotkovou vzdálenost 2 cm). Kromě těch, kteří si potřebnou jednotkovou vzdálenost spočítají, se objeví i takoví, kteří si ji prostě odzkouší. Jejich řešení nepovažuji za špatné, ale snažím se je přesvědčit, že jejich postup by nebyl vhodný v situaci s větším počtem čísel a delší vzdálenosti nebo v situaci, kde rozměrování není tak rychlé jako v sešitu (například při vyměrování v terénu).

Pedagogická poznámka: Na předchozím příkladu nacvičujeme zápis poznámek.

Př. 4: Jak dlouhá by byla číselná osa s jednotkovou délkou 5 cm, kdyby zobrazovala čísla od 47 do 73? Kolik čísel na ní bude napsáno?

$73 - 47 = 26 \Rightarrow$ na číselné ose bude 26 dílků po 5 cm \Rightarrow bude dlouhá $26 \cdot 5 = 130$ cm a
zobrazeno na ní bude 27 čísel (zobrazovaných čísel je o jedno víc než je dílků).

Př. 5: Stránka A4 měří na výšku 29,7 cm. Vypočti v cm optimální celočíselnou jednotkovou délku číselné osy, která zobrazí všechna přirozená čísla od 78 do 91.

Čísla od 78 do 91 $\Rightarrow 91 - 78 = 13$ dílků.

$29 : 13 = 2, \dots \Rightarrow$ nejvýhodnější jednotkovou délkou jsou 2 cm.

Př. 6: Pomocí náčrtku číselné osy najdi všechna přirozená čísla, jejichž obrazy jsou od obrazu čísla 6 vzdáleny o méně než 4.

Nakreslíme si prázdnou osu, na číslo 6. Na osu zakreslujeme postupně přirozená čísla a sledujeme, zda jejich vzdálenost je menší než 4.



Hledaná čísla jsou popsána červeně a jde o čísla 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9.

Pedagogická poznámka: Část žáků postupuje tak, že nakreslí všechna čísla v okolí šestky a správná zakroužkují nebo špatná vyškrtají.

Pedagogická poznámka: Při kontrole na tabuli řešíme u předchozího a následujících příkladů i proces – například u příkladu 6 nejdříve nakreslíme šestku, pak čísla vzdálená o jedna, pak čísla vzdálená o 2, ...

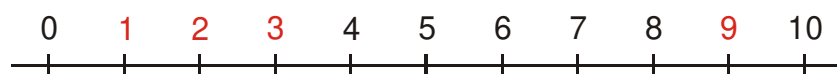
Pedagogická poznámka: U následujících příkladů je dobré sledovat, zda žáci nedělají na osách zbytečně mnoho bodů. Je třeba je vést k tomu, že zbytečná práce jim ubírá drahocenný čas a měli by se snažit jí vyhnout.

Př. 7: Vyznač na číselné ose čísla 12 a 18. Od kterého čísla jsou stejně daleko? Jaká je tato vzdálenost?



Čísla 12 a 18 jsou stejně vzdálena od čísla 15, jejich vzdálenost od čísla 15 je rovna 3.

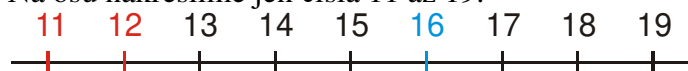
Př. 8: Pomocí náčrtku číselné osy najdi všechna přirozená čísla menší než 10, která jsou od čísla 6 vzdálena více než 2.



Jde o čísla 1, 2, 3 a 9.

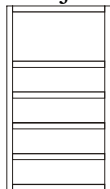
Př. 9: Pomocí náčrtku číselné osy najdi všechna přirozená čísla větší než 10 a menší než 20, která jsou od čísla 16 vzdálena o 4 a více.

Na osu nakreslíme jen čísla 11 až 19.



Jde o čísla 11 a 12.

Př. 10: Arnold si vyráběl polici na náradí z laminových desek (dřevotříska s vnější úpravou). Bohužel si předem nerozmyslel, jak přidělovat police a tak mu všechny police nevyšly stejně vysoké (viz obrázek). Vypočítej, v jakých vzdálenostech od kraje bodů vysokých 92 cm má vyvrtat díry, přes které připevní jednotlivé police, jestliže laminové desky jsou tlusté 2 cm a Arnold má k dispozici dva boky a šest polic, ze kterých chce vyrobit polici na obrázku (s pěti policemi na odkládání a s horním okrajem).



Nejdříve si určíme výšku police: 92 cm musíme rozdělit na 6 polic po 2 cm a 5 stejných mezer \Rightarrow místo na mezery: $92 - 6 \cdot 2 = 80$ cm.

Na jednu mezeru: $80 : 5 = 16$ cm.

Mezi řady děr nad sebou musí být vzdáleny $16 + 2 = 18$ cm (jednu mezeru a jednu desku).

Rozpočítáváme jednotlivé díry:

- první řada: 1 cm od kraje (uprostřed spodní desky),
- druhá řada: $1 + 18 = 19$ cm,
- třetí řada: $19 + 18 = 37$ cm,
- čtvrtá řada: $37 + 18 = 55$ cm,
- pátá řada: $55 + 18 = 73$ cm,
- šestá řada: $73 + 18 = 91$ cm (což je správně, protože je to 1 cm od horního okraje a tedy uprostřed horní desky).

Shrnutí: