

## 1.1.11 Násobení přirozených čísel

**Předpoklady:** 010110

**Př. 1:** Jarda jezdí do práce autem. Každý den tak ujede 4 km. Kolik kilometrů ujede za týden (5 pracovních dní)? Kolik kilometrů ujede za rok (50 pracovních týdnů)? Kolik litrů benzínu projedí při spotřebě 8 litrů na 100 km? Kolik za benzín utratí při ceně 37 Kč/ litr?

Za týden:  $4 \cdot 5 = 20$  km

Za rok:  $50 \cdot 20 = 1000$  km

Spotřeba benzínu:  $8 \cdot 10 = 80$  litrů

Zaplacená cena:  $37 \cdot 80 = 2960$  Kč

Jarda projedí za rok na 1000 km 80 litrů benzínu, za který zaplatí 2960 Kč.

Matematickou operaci použitou v předchozím příkladu nazýváme **násobení**.

$$4 \cdot 5 = 20$$

činitel · činitel = součin

**Pedagogická poznámka:** Na tomto místě pomrkávám po třídě a říkám: "My už něco víme, ale nepovíme".

**Př. 2:** Jaký reálný děj popisuje násobení?

Opakované přidávání stejně velkých hromádek, počty dlaždic na vydláždění podlahy (velikosti ploch).

**Př. 3:** Prohlédni si vlastnosti, které mělo sčítání. Rozhodni, zda je má i násobení.

- Komutativnost: (nezáleží na pořadí): Také u násobení nezáleží na pořadí (například  $4 \cdot 5 = 5 \cdot 4$ )  $\Rightarrow$  Pro všechna přirozená čísla  $a, b$  platí:  $a \cdot b = b \cdot a$  - **násobení je komutativní**.
- Asociativnost: (nezáleží na závorkách): Také u násobení nezáleží na uzávorkování (například  $2 \cdot 3 \cdot 4 = (2 \cdot 3) \cdot 4 = 2 \cdot (3 \cdot 4) = 24$ )  $\Rightarrow$  Pro všechna přirozená čísla  $a, b, c$  platí:  $a \cdot b \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$  - **násobení je asociativní**.
- Násobení nulou: Vždy vyjde nula  $\Rightarrow$  Pro každé přirozené číslo  $a$  platí:  $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ .

**Pedagogická poznámka:** O komutativnosti jsme věděli od okamžiku, kdy se objevilo pojmenování čísel vystupujících v součinu.

**Pedagogická poznámka:** Před zobrazením následujícího příkladu upozorňuji žáky, aby u vlastností násobení vynechali místo na další dva body.

**Př. 4:** Najdi číslo, které se při násobení chová podobně jako nula při sčítání (číslo, které při násobení nemění výsledek)?

Hledanou vlastnost má jednička (při vynásobení jedničkou, číslo nezmění): Pro každé přirozené číslo  $a$  platí:  $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ .

**Př. 5:** Pětičlenná Rodina Novákových šla do restaurace na oběd. Všichni si dali to samé: smažený sýr a hranolky za 85 Kč a kofolu za 25 Kč. Kolik za oběd utratili? Najdi oba základní způsoby řešení. Kterou z vlastností násobení příklad demonstruje?

Oběd pro jednoho člena rodiny:  $85 + 25 = 110$  Kč.

Oběd pro pět členů rodiny:  $5 \cdot 110 = 550$  Kč.

Jedním výrazem:  $(85 + 25) \cdot 5 = 550$  Kč

Celkem za jídlo:  $85 \cdot 5 = 425$  Kč

Celkem za pití:  $25 \cdot 5 = 125$  Kč

Celkem jídlo  $425 + 125 = 550$  Kč

Jedním výrazem:  $85 \cdot 5 + 25 \cdot 5 = 550$  Kč

Platí:  $(85 + 25) \cdot 5 = 85 \cdot 5 + 25 \cdot 5 \Rightarrow$  můžeme roznásobovat závorky (násobení je distributivní).

**Pedagogická poznámka:** Určitě se najdou oba dva způsoby řešení, které je pak možné na tabuli rozebrat.

**Př. 6:** Zapiš pravidlo pro distributivnost pomocí písmen.

Pro všechna přirozená čísla platí  $(a + b) \cdot c = ac + bc$ .

**Pedagogická poznámka:** Někteří žáci budou protestovat proti tomu, že ve výrazu  $(a + b) \cdot c = ac + bc$  nejsou zapsány násobící tečky. Je třeba je ujistit, že nejde o chybu, ale o úspornější typ zápisu, který se v matematice převažuje.

**Př. 7:** Které z následujících pokusů o zapsání distributivního zákona jsou správné?

a)  $(b + c) \cdot a = ab + bc$

b)  $(a + c) \cdot b = ab + bc$

c)  $(b + c) \cdot a = ab \cdot ac$

a)  $(b + c) \cdot a = ab + bc$  - špatně, roznásobujeme číslem  $a \Rightarrow$  v obou sčítancích se musí  $a$  vyskytovat  $\Rightarrow$  správně  $(b + c) \cdot a = ab + ac$ .

b)  $(a + c) \cdot b = ab + bc$  - správně.

c)  $(b + c) \cdot a = ab \cdot ac$  - špatně, z výrazu zmizelo sčítání  $\Rightarrow$  správně  $(b + c) \cdot a = ab + ac$ .

Přehled vlastností operace násobení:

- Nezáleží na pořadí (například  $4 \cdot 5 = 5 \cdot 4$ )  $\Rightarrow$  Pro všechna přirozená čísla  $a, b$  platí:  $a \cdot b = b \cdot a$  - násobení je komutativní.

- Nezáleží na uzávorkování (například  $2 \cdot 3 \cdot 4 = (2 \cdot 3) \cdot 4 = 2 \cdot (3 \cdot 4) = 24$ )  $\Rightarrow$  Pro všechna přirozená čísla  $a, b, c$  platí:  $a \cdot b \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$  - **násobení je asociativní.**
- Při násobení nulou vždy vyjde nula  $\Rightarrow$  Pro každé přirozené číslo  $a$  platí:  
 $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ .
- Při násobení jedničkou se číslo nezmění: Pro každé přirozené číslo  $a$  platí:  
 $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ .
- Můžeme roznásobovat závorky: Pro všechna přirozená čísla platí  $(a + b) \cdot c = ac + bc$  - **násobení je distributivní.**

**Pedagogická poznámka:** Stejně jako u sčítání i následující příklady pro násobení mám připravené v prezentaci s automatickým časováním. Pouštíme ji dvakrát. Dopředu upozorňuji, že výpočty se dají stihnout jen v případě, že se provedou chytre.

**Př. 8:** Spočti z paměti.

a)  $2 \cdot 3 \cdot 5 =$

b)  $7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 =$

c)  $4 \cdot 3 \cdot 25 =$

d)  $2 \cdot 9 + 8 \cdot 9 =$

e)  $998 \cdot 4 =$

a)  $2 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot 3 = 10 \cdot 3 = 30$

b)  $7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = 7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 21 \cdot 10 = 210$

c)  $4 \cdot 3 \cdot 25 = 4 \cdot 25 \cdot 3 = 100 \cdot 3 = 300$

d)  $2 \cdot 9 + 8 \cdot 9 = 9(2 + 8) = 9 \cdot 10 = 90$

e)  $998 \cdot 4 = (1000 - 2) \cdot 4 = 1000 \cdot 4 - 2 \cdot 4 = 4000 - 8 = 3992$

**Př. 9:** Hledej a oprav chyby.

a) 
$$\begin{array}{r} 231 \\ \cdot 103 \\ \hline 693 \\ 231 \\ \hline 3003 \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{r} 472 \\ \cdot 293 \\ \hline 1416 \\ 4048 \\ 944 \\ \hline 136296 \end{array}$$

a) 
$$\begin{array}{r} 231 \\ \cdot 103 \\ \hline 693 \end{array}$$
 Špatně zapsaný výsledek násobení stovkami.

$$\begin{array}{r} 231 \\ \cdot 103 \\ \hline 23793 \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{r} 472 \\ \cdot 293 \\ \hline 1416 \\ 4248 \\ 944 \\ \hline 138296 \end{array}$$
 Špatně připočteno z nižšího řádu na vyznačeném místě.

$$\begin{array}{r} 472 \\ \cdot 293 \\ \hline 1416 \\ 4248 \\ 944 \\ \hline 138296 \end{array}$$

**Př. 10:** Vynásob libovolným způsobem bez kalkulačky.

a)  $25 \cdot 37 =$

b)  $41 \cdot 326$

c)  $417 \cdot 105$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \cdot 25 \\ \hline 185 \\ 74 \\ \hline 925 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 326 \\ \cdot 41 \\ \hline 1304 \\ 13366 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 417 \\ \cdot 105 \\ \hline 2085 \\ 417 \\ \hline 43185 \end{array}$$

**Př. 11:** Doplní do zápisů místo otazníků chybějící číslice.

$$\begin{array}{r} ?61 \\ ?2 \\ a) 15?2 \\ ???5 \\ ???7? \end{array}$$

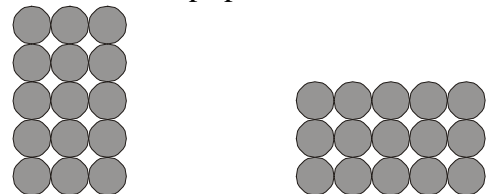
$$\begin{array}{r} ?41 \\ ?? \\ b) 12?? \\ 1??7 \\ \hline 18075 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 761 \\ 52 \\ a) 1522 \\ 3805 \\ \hline 39572 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 241 \\ 75 \\ b) 1205 \\ 1687 \\ \hline 18075 \end{array}$$

**Př. 12:** Zdůvodni pomocí obrázku, proč je násobení komutativní.

Výsledek násobení dvou čísel například  $3 \cdot 5$  si můžeme znázornit pomocí obdélníkového útvaru o stranách 3 a 5. Je zřejmé, že nezáleží na tom, zda svislou stranu tvoří 3 nebo pět teček, v obou případech tvoří útvar 15 koleček.



**Př. 13:** Proč je pro tabákovou firmu výhodnější dětský kuřák než člověk, který začne kouřit až v dospělosti? Spočti částku, kterou za život utratí za cigarety kuřák, který umře v 75 letech, pokud začne kouřit: a) 13 letech b) ve 30 letech.

Předpokládej, že vykouří krabičku cigaret (20 kusů) denně.

Potřebné údaje najdi na internetu.

a) dětský kuřák

Doba kouření:  $75 - 13 = 62$  let.

Cena jedné krabičky běžných cigaret: 70 Kč.

Prokouřená částka:  $70 \cdot 365 \cdot 62 = 1584100$  Kč.

b) dospělý kuřák

Doba kouření:  $75 - 30 = 45$  let.

Cena jedné krabičky běžných cigaret: 70 Kč.

Prokouřená částka:  $70 \cdot 365 \cdot 45 = 1149750$  Kč.

Kromě podstatně vyšší částky, kterou utratí dětský kuřák, hraje roli i skutečnost, že chování dospívající více ovlivňují jejich vrstevníci a proto je pravděpodobnější, že dětský kuřák strhne více kamarádů.

---

**Shrnutí:** Násobení představuje dávání dohromady většího počtu stejně velkých hromádek.