

1.1.13 Dělení přirozených čísel I

Předpoklady: 010112

Př. 1: Petr a jeho čtyři kamarádi se dohodli, že společně koupí pořádný kopačák za 415 Kč. Kolik musí každý z kluků zaplatit, aby všichni přispěli stejným dílem?

kluků ... 5 (Petr + čtyři kamarádi)

na jednoho: $415 : 5 = 83$.

Každý z kluků by měl zaplatit 83 Kč.

V předchozím příkladu jsme využili **operaci dělení** (poslední ze základních početních operací).

$$415 : 5 = 83$$

dělenec : dělitel = podíl

Př. 2: Najdi v reálném světě situace, které popisujeme pomocí dělení.

Dělení používáme při rozdělování věcí do stejně početných skupin.

Př. 3: Se kterou z dosud probíraných operací dělení souvisí?

Dělení souvisí s

- násobením: Dělení je opačnou operací k násobení - násobení představuje spojování stejně početných skupin dohromady, dělení pak jejich opětovné rozdělování (podobný vztah je mezi sčítáním a odčítáním).
- odčítáním: Dělení funguje podobně jako odčítání – rozebírá hromádku, nemá mnoho vlastností (například záleží, které číslo je v operaci první).

Pedagogická poznámka: Diskuse o předchozí otázce byla pro mě až překvapivě zasvěcená. Původně jsem chtěl zviditelnit pouze pojítka s násobením, ale ukázalo se to jako nemožné, protože část třídy viděla spíše souvislost s odčítáním. Tato zkušenost mě vedla k zavedení závěrečného přehledu na konci hodiny.

Pedagogická poznámka: Následující tři otázky se budou kontrolovat společně a je skoro jisté, že na problém dělení nulou narazíte hned u následujícího příkladu. Proto bych doporučoval nechat žákům čas na promyšlení všech tří otázek a pak teprve zahájit diskusi, která povede k vyřešení všech otázek najednou, jejíž konkrétní průběh však není možné dopředu odhadnout ani cíleně usměrnit.

Př. 4: Zkontroluj, které z vlastností nalezených u násobení, můžeme najít i u dělení.

Komutativnost: $6 : 3 = 2$, $3 : 6 = ? \Rightarrow$ dělení není komutativní.

Asociativita: $16 : 4 : 2 = 4 : 2 = 2$, $(16 : 4) : 2 = 4 : 2 = 2$, $16 : (4 : 2) = 16 : 2 = 8 \Rightarrow$ dělení není asociativní.

Dělení jedničkou: $6 : 1 = 6$, $3 : 1 = 3 \Rightarrow$ dělení jedničkou číslo nezmění: Pro každé číslo přirozené číslo a platí: $a : 1 = a$.

Dělení nulou: $6:0$ nemá smysl \Rightarrow **nulou nelze dělit**.

Distributivnost: $(6+2):2 = 8:2 = 4$, $(6+2):2 = 6:2 + 2:2 = 3+1 = 4$, podobně dělení funguje i v jiných případech: dělení je distributivní - pro každá přirozená čísla a, b, c platí $(a+b):c = a:c + b:c$.

Př. 5: Kdy je výsledkem dělení číslo 1? Kdy je výsledkem dělení číslo 0?

Číslo 1 získáme, když dělíme libovolné číslo samo sebou.

Číslo 0 získáme, když dělíme nulu libovolným jiným číslem.

Př. 6: Násobení můžeme používat jako kontrolu výsledků získaných dělením. $6:2 = 3$, protože $3 \cdot 2 = 6$ (Když rozdělíme šest věcí na dvě hromádky, budou na každé hromádce tři věci, protože na dvou hromádkách se třemi věcmi je dohromady šest věcí). Jaké číslo bychom hledali při operaci $6:0$? Proč nemůžeme dělit nulou?

$6:0 \Rightarrow$ hledáme číslo, které se po vynásobení nulou bude rovnat šest \Rightarrow určitě neuspějeme, protože každé číslo se po vynásobení nulou rovná nule.

Jiný pohled: $6:0$ rozdělujeme 6 věcí na nula hromádek, to ale nejde, protože 6 věcí musí být přinejhorším alespoň na jedné hromádce.

Pedagogická poznámka: Dělení nulou je dobrým indikátorem toho, jakým způsobem se žáci matematiku učili a vcelku nelichotivým vysvědčením pro výuku matematiky na prvním stupni. Dvě třetiny primánů si totiž pamatují, že nulu dělit nelze a naopak „dělení nulou“ jim nedělá žádné potíže (vychází buď nula nebo původní číslo). Svůj názor zdůvodňují tím, že tak paní učitelka říkala. Navíc si někteří z nich pletou "nulou nelze dělit" s "nulu nelze dělit".

Pedagogická poznámka: Pokud někdo začne tvrdit, že není možné dělit nulu (tedy, že nemá smysl operace $0:6 =$) postupují takto.

Představte si, že vyhlásím rozhlasem, že třída, která jako první nastoupí před školu do řady, dostane finanční odměnu. Kolik připadne na každého z Vás, když budete první a dostanete dohromady 3000 Kč?

100 Kč.

A jak jste to spočítali?

$3000:30 = 100$.

Kolik byste dostali, kdyby vítězná třída dostala 300?

Jen 10 Kč.

A co kdybych řekl, že jsem si jen dělal srandu a nedal Vám nic.

Tak byste nedostali nic.

Ale alespoň jste právě dokázali vydělit nulu třiceti.

Opakovat "nulou nelze dělit" nestačí, k tomu, abychom věřili, že je tato věta pravdivá.

Musíme mít pádnější důvody, protože:

- možná nám lhali (20 let se ve školách učilo, že v roce 1968 nepřišla okupační vojska, ale bratrská pomoc),
- tím, že jenom věříme, si neprocvičujeme přemýšlení, což je hlavní cíl matematiky,
- pokud něco sami vymyslíme a pochopíme, jak to souvisí s jinými poznatky, daleko lépe si to pamatujeme.

Proto si zopakujeme ještě jednou, "nulou nelze dělit", protože:

- $6:0$ znamená rozdělit 6 věcí na nula hromádek, což nejde, protože 6 věcí musí být přinejhorším alespoň na jedné hromádce,
- $6:0$ znamená najít číslo, které se po vynásobení nulou bude rovnat šest. Žádné takové číslo však nemáme k dispozici, protože každé číslo se po vynásobení nulou rovná nule.

Vlastnosti dělení:

- $a:1 = a$ (dělením 1 se číslo nezmění),
- $a:a = 1$ (podíl sobě rovných čísel je roven jedné),
- $0:a = 0$ (dělením nuly získáme zase nulu),
- $a:0 = \text{nelze}$ (nulou nelze dělit),
- $(a+b):c = a:c + b:c$ (dělením je možné odstraňovat závorky).

Pedagogická poznámka: Ve zbytku hodiny žáci procvičují dělení. Pokud následující dva příklady nestihnou, měli by je dopočítat doma. Před koncem hodiny je nutné zadat příklad 9 na rozmyšlení do příští hodiny.

Pedagogická poznámka: Naprostá většina žáků dělení zvládá bez problémů, proto nepíšu na tabuli celý postup a spíše se snažím najít problematické jednotlivce ve třídě.

Př. 7: Vypočti bez kalkulačky.

a) $465:5 =$ b) $821458:2 =$ c) $11934:13$

$$\begin{array}{r} 465:5 = 93 \\ \text{a) } 015 \\ \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 821458:2 = 410729 \\ \quad 02 \\ \quad 01 \\ \text{b) } \quad 14 \\ \quad \quad 05 \\ \quad \quad \quad 18 \\ \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11934:13 = 918 \\ \quad 119 \\ \text{c) } \quad 023 \\ \quad \quad 104 \\ \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Př. 8: Vypočti bez kalkulačky.

a) $751:7 =$ b) $39442:3 =$ c) $43291:18$

$$\begin{array}{r} 751:7 = 107(\text{zb.2}) \\ \text{a) } 05 \\ \quad 51 \\ \quad \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39442:3 = 13147(\text{zb.1}) \\ \quad 09 \\ \quad 04 \\ \text{b) } \quad 14 \\ \quad \quad 22 \\ \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43291:18 = 2405(\text{zb.1}) \\ \quad 72 \\ \text{c) } \quad 09 \\ \quad \quad 91 \\ \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

Pedagogická poznámka: Následující příklad zadávám na doma, aby si žáci mohli znázornění pořádně rozmyslet. Stejně tak je možné zadat při nedostatku času na doma předchozí příklad.

Př. 9: Zopakovali jsme si čtyři základní početní operace (sčítání, odčítání, násobení, dělení). Tyto operace se dají rozdělit podle dvou různých hledisek do dvojic. Najdi tyto dvojice. Navrhni, jak všechny tyto vztahy zobrazit.

Shrnutí: Na nula hromad nejde rozdat.