

1.1.15 Odhady

Předpoklady: 010114

Pedagogická poznámka: Na začátku hodiny krátce zkontrolujeme výsledky včerejšího posledního příkladu (jídlo a spánek).

Pedagogická poznámka: V druhé části hodiny žáci pracují ve dvojicích, proto je třeba na začátku hodiny případné jednotlivce sesadit k sobě. Dopředu také upozorňuji, že si po hodině zkontrolují sešity.

Př. 1: Spočti z paměti.

a) $8 \cdot 2 \cdot 5 =$

b) $13 + 18 + 17 + 12 =$

c) $17 \cdot 6 + 17 \cdot 4 =$

d) $97 \cdot 9 =$

e) $25 \cdot 6 \cdot 4 =$

f) $591 \cdot 39 =$

a) $8 \cdot 2 \cdot 5 = 8 \cdot 10 = 80$

b) $13 + 18 + 17 + 12 = 13 + 17 + 12 + 18 = 30 + 30 = 60$

c) $17 \cdot 6 + 17 \cdot 4 = 17 \cdot (6 + 4) = 17 \cdot 10 = 170$

d) $97 \cdot 9 = (100 - 3) \cdot 9 = 100 \cdot 9 - 3 \cdot 9 = 900 - 27 = 873$

e) $25 \cdot 6 \cdot 4 = 25 \cdot 4 \cdot 6 = 100 \cdot 6 = 600$

f) $591 \cdot 41 =$ Tento příklad normální člověk z paměti asi nespočítá. Přesto můžeme výsledek alespoň odhadnout $591 \cdot 41 \doteq 600 \cdot 40 = 24\,000$.

Odhad správného výsledku je velmi užitečný, umožňuje:

- získat představu o výsledku i bez pracného počítání (nebo bez kalkulačky),
- rychle nelézt řešení v situaci, kdy nepotřebujeme (nebo nemůžeme) znát přesný výsledek (někdy ani neznáme přesné čísla, se kterými máme počítat),
- odhalit značnou část chyb při počítání (pokud uděláme chybu, může se výsledek podstatně lišit od přibližného odhadu a tím chybu prozradit),

Na začátku každého počítání bychom měli mít přibližnou představu o velikosti výsledku.

Pedagogická poznámka: Další postup je závislý na množství času do konce hodiny. Pokud se času nedostává doporučuji vynechat další

Př. 2: Odhadni výsledky následujících operací. U každého bodu vysvětli, jak jsi postupoval.

a) $1197 + 6\,755 =$

b) $7\,981 - 4\,011 =$

c) $25 \cdot 891 =$

d) $12\,509 : 631 =$

a) $1197 + 6\,755 \doteq 8\,000$

Sčítáme přibližně $1\,200 + 6\,800 = 8\,000$.

Přesně: $1197 + 6\,755 = 7\,952$.

b) $7\,981 - 4\,011 \doteq 4\,000$

Odčítáme přibližně $8\,000 - 4\,000 = 4\,000$.

Přesně: $7\,981 - 4\,011 = 3\,970$.

c) $25 \cdot 891 \doteq 23\,000$

Hledaný výsledek leží přibližně mezi součiny $30 \cdot 900 = 27\,000$ a

$20 \cdot 900 = 18\,000 \Rightarrow 25 \cdot 891 \doteq 23\,000$.

Přesně: $25 \cdot 891 = 22\,275$.

d) $12\,509 : 631 \doteq 20$

Dělíme číslo o něco větší než $12\,000$ číslem o něco větším než $600 \Rightarrow 12\,509 : 631 \doteq 20$.

Přesně: $12\,509 : 631 = 19$ (zb.520), případně $12\,509 : 631 \doteq 19,824$.

Př. 3: Odhadem vyber z následujících nabídek správné hodnoty součtů.

a) $254 + 361 = \{615, 708, 1024\}$

b) $3\,045 + 789 = \{2\,007, 3\,451, 3\,834\}$

c) $11\,297 + 4\,532 = \{15\,829, 16\,877, 18\,323\}$

Svou volbu ověř sečtením.

a) $254 + 361 \doteq 250 + 350 = 600 \Rightarrow 615$ Ověření: $\begin{array}{r} 254 \\ 361 \\ \hline 615 \end{array}$

b) $3\,045 + 789 \doteq 3\,000 + 800 = 3\,800 \Rightarrow 3\,834$ Ověření: $\begin{array}{r} 3\,045 \\ 789 \\ \hline 3\,834 \end{array}$

c) $11\,297 + 4\,532 \doteq 11\,000 + 4\,500 = 15\,500 \Rightarrow 15\,829$ Ověření: $\begin{array}{r} 11\,297 \\ 4\,532 \\ \hline 15\,829 \end{array}$

Pedagogická poznámka: Při kontrole se ptám žáků, zda by dokázali v tomto případě najít správný výsledek mezi nabízenými i bez odhadování. Vždycky někomu dojde, že v našem případě stačí zkontrolovat součet posledních dvou číslic (nabízené možnosti se v poslední cifře liší). Následuje otázka, jak tomuto triku zabránit.

Př. 4: Odhadem vyber z následujících nabídek správné hodnoty součinů.

a) $27 \cdot 42 = \{1\,134, 1\,354, 1\,604\}$

b) $109 \cdot 504 = \{45\,386, 54\,936, 62\,986\}$

c) $985 \cdot 29 \cdot 2 = \{57\,130, 58\,243, 63\,080\}$

a) $27 \cdot 42 \doteq 30 \cdot 40 = 1\,200 \Rightarrow 1\,134$

Číslo 27 jsme zaokrouhli nahoru více než číslo 42 dolů \Rightarrow skutečný výsledek by měl být menší než $1\,200$.

b) $109 \cdot 504 \doteq 100 \cdot 500 = 50\,000 \Rightarrow 54\,936$

Číslo 109 jsme zaokrouhli dolů více než číslo 504 nahoru \Rightarrow skutečný výsledek by měl být větší než 50 000.

c) $985 \cdot 29 \cdot 2 \doteq 1\,000 \cdot 30 \cdot 2 = 60\,000 \Rightarrow 57\,130$

Obě čísla jsme zaokrouhli nahoru \Rightarrow skutečný výsledek by měl být menší než 60 000, výsledné číslo musí končit na nulu (násobíme číslo $985 \cdot 2$) $\Rightarrow 57\,130$.

Př. 5: Odhadem vyber z následujících nabídek správné hodnoty podílů.

a) $204 : 12 = \{15, 17, 21\}$

b) $3\,542 : 23 = \{98, 126, 154\}$

c) $250\,857 : 513 = \{431, 489, 503\}$

a) $204 : 12 \doteq 200 : 10 = 20 \Rightarrow 17$

Číslo 204 jsme zaokrouhli dolů méně než číslo 12 \Rightarrow skutečný výsledek by měl být menší než 20.

b) $3\,542 : 23 \doteq 3\,400 : 20 = 170 \Rightarrow 154$

Větší číslo není v nabídce k dispozici.

c) $250\,857 : 513 \doteq 250\,000 : 500 = 500 \Rightarrow 489$

Číslo 250 857 jsme zaokrouhli dolů méně než číslo 513 \Rightarrow skutečný výsledek by měl být menší než 500.

Př. 6: Odhadni součty.

a) $2741 + 3699 \doteq$

b) $4598 + 61 + 77 + 13 \doteq$

c) $7811 + 258 + 17 + 9 \doteq$

a) $2741 + 3699 \doteq 2700 + 3700 = 6400$

Přesně $2741 + 3699 = 6440$.

b) $4598 + 61 + 77 + 13 \doteq 4600 + 150 = 4750$

Přesně $4598 + 61 + 77 + 13 = 4749$.

c) $7811 + 258 + 17 + 9 \doteq 7800 + 300 = 8100$

Přesně $7811 + 258 = 8069$.

Př. 7: Odhadni součiny.

a) $49 \cdot 189 \doteq$

b) $105 \cdot 752 \doteq$

c) $15 \cdot 758 \doteq$

a) $49 \cdot 189 \doteq 50 \cdot 200 = 10\,000$

Obě čísla jsme zaokrouhlili dolů \Rightarrow výsledek bude také menší než 10 000 $\Rightarrow 49 \cdot 189 \doteq 9\,400$.

Přesně $49 \cdot 189 = 9261$.

b) $105 \cdot 752 \doteq 100 \cdot 760 = 76\,000$

Číslo 105 jsme zaokrouhlili dolů více než číslo 752 nahoru \Rightarrow výsledek bude větší než číslo 76 000 $\Rightarrow 105 \cdot 752 \doteq 78\,000$.

Přesně $105 \cdot 752 = 78960$.

c) $15 \cdot 758 \doteq$ výsledek leží přibližně v polovině mezi čísly $10 \cdot 760 = 7600$ a $20 \cdot 760 \doteq 15000$
 $\Rightarrow 15 \cdot 758 \doteq 11000$.

Přesně $15 \cdot 758 = 11370$.

Př. 8: Odhadni podíly.

a) $819 : 63 \doteq$

b) $15\,417 : 571 \doteq$

c) $351\,744 : 687 \doteq$

a) $819 : 63 \doteq 600 : 60 = 10$

Číslo 819 jsme zaokrouhlili dolů více než číslo 63 \Rightarrow výsledek bude větší než číslo 10 $\Rightarrow 819 : 63 \doteq 13$.

Přesně $819 : 63 = 13$.

b) $15\,417 : 571 \doteq 15\,000 : 500 = 30$

Číslo 15 417 jsme zaokrouhlili dolů méně než číslo 571 \Rightarrow výsledek bude menší než číslo 30
 $\Rightarrow 15\,417 : 571 \doteq 25$.

Přesně $15\,417 : 571 = 27$.

c) $351\,744 : 687 \doteq 350\,000 : 700 = 500$

Číslo 15 417 jsme zaokrouhlili dolů méně než číslo 687 nahoru \Rightarrow výsledek bude větší než číslo 500 $\Rightarrow 351\,744 : 687 \doteq 520$.

Přesně $351\,744 : 687 = 512$.

Pedagogická poznámka: Pokud umíte rychle s násobky 6, můžete bod a) zaokrouhlovat i takto: $819 : 63 \doteq 780 : 60 = 13$ čímž dostanete přesný výsledek.

Př. 9: Vyměň si sešit se svým sousedem. Vezmi kalkulačku a spočti přesné výsledky příkladu 6. U každého z těchto výsledků spočti, o kolik se liší od Tvého odhadu. Sečti tyto odchylky. Pokud máš dost času vypočti i celkovou odchylku pro příklad 7 a 8.

a) Odhad: 6 400, přesný výsledek $2741 + 3699 = 6440 \Rightarrow$ odchylka 40.

b) Odhad: 4 750, přesný výsledek $4598 + 61 + 77 + 13 = 4749 \Rightarrow$ odchylka 1.

c) Odhad: 8 100, přesný výsledek $7811 + 258 = 8069 \Rightarrow$ odchylka 31.

Celková odchylka v příkladu 6 je 72.

Pedagogická poznámka: Pokud zbude čas, hrajeme hru „Velký nákup“. Předčítám jednotlivé položky imaginárního nákupu. Žáci průběžně počítají jeho cenu a snaží se se svým odhadem trefit co nejlíže. Během hry je zakázáno si zapisovat ceny jednotlivých položek (někteří se to snaží dělat s tím, že dopočítají součet přesně po ukončení diktátu). Zadání samozřejmě nepromítám.

Př. 10: Poslouchej (ale nezapisuj si) položky a jejich ceny Tvého nákupu v obchodě. Odhadni co nejpřesněji, kolik u kasy zaplatíš.
Pět rohlíků po 2,9, máslo 54,9, plnotučné mléko 16,9, zlaté oplatky za 17,9, čokoláda za 25,9, 1 kg jablek za 29,9, 20 dkg šunky za 39,9, balíček kávy za 49,9, bochník chleba za 24,9, solené brambůrky za 24,9, tři jogurty po 11,9.

Celková přesná cena nákupu je 335,3 Kč.

Shrnutí: Pokud nemáme k dispozici kalkulačku, můžeme výsledky operací s většími čísly přibližně odhadnout.