

1.1.17 Číselné výrazy II

Předpoklady: 010116

Závorky můžeme vnořovat do sebe. Pro snazší orientaci v takových případech používáme závorek několik druhů:

- kulaté závorky (),
- hranaté závorky [],
- složené závorky { }.

Všechny druhy závorek jsou rovnocenné, nejdříve se většinou používají kulaté, pak hranaté a složené až naposledy (zřejmě kvůli snadnějšímu psaní). Typ závorek můžeme libovolně měnit (většinou ve chvíli, kdy odstraníme vnitřní závorky, změníme vnější hranaté na kulaté).

Pedagogická poznámka: Jedním z problémů současné výuky matematiky je neodpovídající zápis při řešení příkladů. S tím, jak polevila disciplína ve škole, klesl i tlak na úpravu a chaotický zápis zabraňuje zejména u kluků úspěšnému řešení složitějších příkladů.

Správně by se měl systematický zápis nacvičovat od nejjednodušších situací, bohužel v takovém případě zejména chytřejší žáci vidí poctivé zapisování jako zbytečné zdržování. Proto zadám následující příklad a nechám třídu počítat. Část žáků počítá zcela z paměti, někteří si zapisují mezivýpočty nad (nebo pod zadání), časem však všichni dospějí k nějakým výsledkům (je zajímavé, že nezvyklost situace příliš nesnižuje jejich sebejistotu ohledně správnosti vlastního řešení). Snažím se nechat jim dost času (klidně 15 minut), rychlejší se věnují následujícím příkladům.

Pak si kontrolujeme výsledky, u každého bodu všechny vypisují na tabuli. Počet výsledků od bodu a) k bodu d) rychle roste. Poté co všechno zapíšeme, sdělím třídě správné řešení. Většina třídy nespočítá správně víc než jeden bod, nadprůměrní mají dva a ti nejlepší tři (všechno správně spočítali zatím ve třech třídách pouze dva žáci). Pak třídu vyzvu, aby si vyměnili sešit se sousedem, který jim chybu v prvním pokaženém příkladu snadno najde (samozřejmě nenajde nic). Poté se bavíme, kde se stala chyba, když jde jen o jednoduché počítání s poměrně malými čísly. Poměrně rychle se shodneme, že měli ve výpočtech chaos a jejich řešení bylo strašně nepřehledné. Když všichni přistoupí na to, že musíme postupovat systematictěji, spočítám (bez toho, aby si žáci psali do sešitů) na tabuli po krocích bod d). Řešení schovám a třída se pustí do počítání příkladu 5. S malým zpožděním počítám od bodu a) i já na tabuli tak, abych do konce hodiny stihnul bod c).

Během samostatného počítání se samozřejmě vyskytnou další chyby, ale při diskusích v lavicích se snažím ukázat, že postupný zápis (na rozdíl od jejich počátečních samostatných pokusů) umožňuje chyby rozumně vyhledávat i poměrně rychle opravovat (snažím se zabránit tomu, aby žáci chyby mazali, a tlačím je do toho, aby chyby naopak zvýrazňovali a přemýšleli nad nimi). Pokud v budoucnu narazíme na přílišné zjednodušování zápisu, připomínám zkušenost z této hodiny.

Př. 1: Vypočítej.

a) $(4+3) \cdot [46-5 \cdot (6-1)]$

b) $(2+3) \cdot [5-(3+2) \cdot (4-3)+1]$

c) $2 \cdot \{5+3 \cdot [4-2 \cdot (2-1)]-3\}$

d) $\{15+2 \cdot [4-2 \cdot (2-1)+2] \cdot 3\} \cdot [15-3 \cdot (7-5)]$

$$(4+3) \cdot [46-5 \cdot (6-1)] =$$

a) $= 7 \cdot [46-5 \cdot 5] =$

$$= 7 \cdot (46-25) =$$

$$= 7 \cdot 21 = 147$$

$$(2+3) \cdot [5-(3+2) \cdot (4-3)+1] =$$

b) $= 5 \cdot [5-5 \cdot 1+1] =$

$$= 5 \cdot 1 = 5$$

$$2 \cdot \{5+3 \cdot [4-2 \cdot (2-1)]-3\} =$$

$$= 2 \cdot \{5+3 \cdot [4-2 \cdot 1]-3\} =$$

c) $= 2 \cdot \{5+3 \cdot 2-3\} =$

$$= 2 \cdot \{5+6-3\} =$$

$$= 2 \cdot 8 = 16$$

$$\{15+2 \cdot [4-2 \cdot (2-1)+2] \cdot 3\} \cdot [15-3 \cdot (7-5)] =$$

$$= \{15+2 \cdot [4-2 \cdot 1+2] \cdot 3\} \cdot [15-3 \cdot 2] =$$

d) $= \{15+2 \cdot 4 \cdot 3\} \cdot [15-6] =$

$$= \{15+24\} \cdot 9 =$$

$$= 39 \cdot 9 = 351$$

Př. 2: Dopiš do výrazu $2 \cdot 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2$ dvojici závorek tak, aby se hodnota rovnala:

a) 8

b) 4

c) 12

d) 0.

a) $2 \cdot (2 \cdot 2 - 2) \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

b) $(2 \cdot 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 8 - 4 = 4$

c) $(2 \cdot 2 \cdot 2 - 2) \cdot 2 = (8 - 2) \cdot 2 = 6 \cdot 2 = 12$

d) $2 \cdot 2 \cdot (2 - 2) \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2 = 0$

Př. 3: Přidej do výrazu $1+2 \cdot 3+4 \cdot 5+6$ libovolný počet závorek tak, aby výsledek byl co největší.

Snažíme se vytvořit součin, co největšího počtu co největších čísel.

$$(1+2) \cdot (3+4) \cdot (5+6) = 3 \cdot 7 \cdot 11 = 3 \cdot 77 = 231$$

Př. 4: Přidej do výrazu $1+2\cdot 3+4\cdot 5+6$ jednu dvojici závorek tak, aby výsledek byl co největší.

Snažíme se vytvořit součin co největších čísel \Rightarrow tři podezřelé možnosti:

- $1+2\cdot 3+4\cdot(5+6)=1+6+4\cdot 11=7+44=51,$
- $(1+2\cdot 3+4)\cdot 5+6=(1+6+4)\cdot 5+6=11\cdot 5+6=55+6=61,$
- $1+2\cdot(3+4\cdot 5+6)=1+2\cdot(3+20+6)=1+2\cdot 29=1+58=59.$

Hledanou možností je $(1+2\cdot 3+4)\cdot 5+6=61.$

Př. 5: Vypočítej.

a) $[(7-2)\cdot 3-11]\cdot 5-7\cdot 2$

b) $3\cdot 4-5\cdot [12-4\cdot(3-2)-3\cdot(6-4)]=$

c) $36-2\cdot\{1+2\cdot[3\cdot 7-5\cdot(15-12)]\}$

d) $3\cdot\{7-1[(4-2)\cdot(2-1)+2]\cdot 3\}-\{[2+3\cdot(7-5)]\cdot 2+3\}$

$$[(7-2)\cdot 3-11]\cdot 5-7\cdot 2=$$

a) $= [5\cdot 3-11]\cdot 5-14=$

$$= (15-11)\cdot 5-14=$$

$$= 4\cdot 5-14=20-14=6$$

$$3\cdot 4-5\cdot [12-4\cdot(3-2)-3\cdot(6-4)]=$$

b) $= 12-5\cdot(12-4\cdot 1-3\cdot 2)=$

$$= 12-5\cdot(12-4-6)=$$

$$= 12-5\cdot 2=12-10=2$$

$$36-2\cdot\{1+2\cdot[3\cdot 7-5\cdot(15-12)]\}=$$

$$= 36-2\cdot\{1+2\cdot[21-5\cdot 3]\}=$$

c) $= 36-2\cdot\{1+2\cdot(21-15)\}=$

$$= 36-2\cdot(1+2\cdot 6)=$$

$$= 36-2\cdot 13=36-26=10$$

$$3\cdot\{57-3\cdot[(4-2)\cdot(2-1)+2]\cdot 3\}-2\cdot\{[2+3\cdot(7-5)]\cdot 2+3\}=$$

$$= 3\cdot\{57-3\cdot[2\cdot 1+2]\cdot 3\}-2\cdot\{[2+3\cdot 2]\cdot 2+3\}=$$

d) $= 3\cdot(57-3\cdot 4\cdot 3)-2\cdot(8\cdot 2+3)=$

$$= 3\cdot(57-36)-2\cdot(16+3)=$$

$$= 3\cdot 21-2\cdot 19=63-38=25$$

Shrnutí: