

1.2.6 Násobení desetinných čísel deseti, stem, tisícem, ...

Předpoklady: 010205

Př. 1: Postupně odečti.

a) $7,3 - 2,7 - 3,8$

b) $512,5 - 31,27 - 112,973$

a) $7,3 - 2,7 - 3,8 = 4,6 - 3,8 = 0,8$

b) $512,5 - 31,27 - 112,973 = 481,23 - 112,973 = 368,257$

$$\begin{array}{r} 512,50 \\ -31,27 \\ \hline 481,23 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 481,230 \\ -112,973 \\ \hline 368,257 \end{array}$$

Př. 2: Porovnej bez vyčíslení výsledky, které bychom získali v bodech a), b), c). Poté všechny tři výsledky spočítej a svůj odhad ověř.

a) $121,05 - 51,38 - 41,5$

b) $121,05 - (51,38 - 41,5)$

c) $121,05 - (51,38 + 41,5)$

Odhad: V bodech a) a c) získáme stejný výsledek (v obou případech odečítáme od prvního čísla obě zbývající čísla (v bodě a) postupně, v bodě c) je nejdříve sečteme a pak odečteme). Výsledek bodu b) bude větší, protože od prvního čísla odečítáme menší číslo (pouze rozdíl druhého a třetího čísla).

a) $121,05 - 51,38 - 41,5 = 69,67 - 41,5 = 28,17$

b) $121,05 - (51,38 - 41,5) = 121,05 - 9,88 = 111,17$

c) $121,05 - (51,38 + 41,5) = 121,05 - 92,88 = 28,17$

Jak bychom mohli odhadnout výsledky jednodušeji?

Můžeme si představit, výsledky na menších číslech:

- místo: $121,05 - 51,38 - 41,5$, třeba: $12 - 5 - 4$,
- místo: $121,05 - (51,38 - 41,5)$, třeba: $12 - (5 - 4)$,
- místo: $121,05 - (51,38 + 41,5)$, třeba $12 - (5 + 4)$.

Na menších číslech si výsledky představíme daleko snáz.

Pedagogická poznámka: Před následujícím příkladem se ptám, kterými čísly se násobí nejsnáze. Po nule a jedničce většinou alespoň někdo navrhne desítku.

Př. 3: Vynásob.

a) $8 \cdot 10$

b) $75 \cdot 10$

c) $123 \cdot 10$

d) $9874 \cdot 10$

e) $405060 \cdot 10$

Hledej pravidlo, které popisuje jak získat výsledek po vynásobení deseti.

a) $8 \cdot 10 = 80$

b) $75 \cdot 10 = 750$

c) $123 \cdot 10 = 1\,230$

d) $9\,874 \cdot 10 = 98\,740$

e) $405\,060 \cdot 10 = 4\,050\,600$

Při násobení přirozených čísel deseti získáme výsledek tak, že k druhému činiteli připišeme na konec nulu.

Při násobení přirozených čísel deseti získáme výsledek tak, že k druhému činiteli připišeme na konec nulu.

Pedagogická poznámka: Žáci pravidlo pro násobení deseti znají, ale většinou pouze jako návod, jak násobení provést, bez toho, aby jim byly jasné důvody, proč to tak funguje. Bohužel je to příliš netrápí, proto je nutné do následujícího třídu spíše natlačit.

Př. 4: Prostuduj dvě zdůvodnění pravidla o násobení čísel deseti. Sestav podobné zdůvodnění na příkladu čísla 340.

Zdůvodnění 1

Vynásobíme pod sebe $217 \cdot 11$, vedle stejným způsobem $217 \cdot 10$.

$$\begin{array}{r} 217 \\ \cdot 11 \\ \hline 217 \\ 2387 \end{array} \quad \text{Podobně:} \quad \begin{array}{r} 217 \\ \cdot 10 \\ \hline 000 \\ 217 \\ \hline 2170 \end{array}$$

Červeně je vyznačena nula, kterou připišujeme na konec výsledku, modře druhý činitel.

Zdůvodnění 2

Pravidlo pro násobení deseti můžeme zdůvodnit také pomocí zápisu v rozvinutém tvaru: $217 \cdot 10 = (2 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 7 \cdot 1) \cdot 10$ - závorku můžeme roznásobit.

$$217 \cdot 10 = (2 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 7 \cdot 1) \cdot 10 = 2 \cdot 100 \cdot 10 + 1 \cdot 10 \cdot 10 + 7 \cdot 1 \cdot 10 = \\ = 2 \cdot 1000 + 1 \cdot 100 + 7 \cdot 10 = 2170$$

Vynásobením čísla deseti se všechny skupiny, ze kterých číslo sestaveno, zvětší desetkrát a tím se z nich stanou skupiny větší (následující) \Rightarrow všechny cifry se posunou o jednu pozici doleva a na konci čísla se objeví nula.

Zdůvodnění 1

$$\begin{array}{r} 340 \\ \cdot 10 \\ \hline 000 \\ 340 \\ \hline 3400 \end{array}$$

Na konec čísla přibyly jedna nula.

Zdůvodnění 2

$$340 \cdot 10 = (3 \cdot 100 + 4 \cdot 10) \cdot 10 = 3 \cdot 100 \cdot 10 + 4 \cdot 10 \cdot 10 = 3 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 = 3400$$

Vynásobením čísla deseti se všechny skupiny, ze kterých číslo sestaveno, zvětší desetkrát a tím se z nich stanou skupiny větší (následující) \Rightarrow všechny cifry se posunou o jednu pozici doleva a na konci čísla se objeví nula.

Př. 5: Vynásob deseti a sleduj, zda neobješí podobné pravidlo jako při násobení přirozených čísel.

- a) $0,1 \cdot 10$ b) $0,3 \cdot 10$ c) $0,7 \cdot 10$ d) $0,02 \cdot 10$
e) $0,27 \cdot 10$ f) $0,004 \cdot 10$ g) $0,078 \cdot 10$ h) $1,5 \cdot 10$

- a) $0,1 \cdot 10 = 1$ (deset desetín je 1 celek)
b) $0,3 \cdot 10 = 3$ (třicet desetín jsou tři celky)
c) $0,7 \cdot 10 = 7$ (sedmdesát desetín je 7 celků)
d) $0,02 \cdot 10 = 0,2$ (dvacet setín jsou dvě desetiny)
e) $0,27 \cdot 10 = 2,7$ (270 setín jsou dva celky a 7 desetín)
f) $0,004 \cdot 10 = 0,04$ (40 tisícín jsou 4 setiny)
g) $0,078 \cdot 10 = 0,78$ (780 tisícín je 78 setín)
h) $1,5 \cdot 10 = 15$ (150 desetín je 15 celků)

Ve všech případech se po vynásobení deseti posunula desetinná čárka o jedno místo doprava.

Pedagogická poznámka: S prvním bodem mají žáci často problémy (například násobí pod sebe, ale nezapíšou desetinnou čárku). Řešíme to tím, že si řekneme, co desetinné číslo znamená (deset desetín \Rightarrow jeden celek), pokud je lidí s problémy málo, stihneme to v lavicích, v opačném případě to komentují u tabule. S následujícími body jsou problémy spíše výjimečně.

Pedagogická poznámka: Pravidla objevená žáky jsou v podstatě dvou druhů: při násobení deseti se všechny cifry posunou o jednu pozici doleva, při násobení deseti se desetinná čárka posune o jednu pozici doprava. Nejdříve je třeba třídu přesvědčit, že obě pravidla znamenají to samé (stačí určit pár součinů nezávisle na sobě podle obou pravidel), když si žáci mají vybrat mezi zněními, vyberou jednodušší posouvání desetinné čárky.

Malý problém: Pro násobení čísel deseti máme dvě pravidla:

- přirozeným číslům na konec přidáme nulu,
- u desetinných čísel posuneme desetinnou čárku o jedno místo doprava.

Takové situace nemají matematici rádi, správný matematik chce mít co nejméně pravidel, která platí na co největší počet situací.

Zkusíme si napsat třeba číslo 12 jako desetinné číslo a vynásobit ho desítkou:

$12 \cdot 10 = 12,0 \cdot 10 = 120 \Rightarrow$ i v tomto případě se desetinná čárka posunula o jedno místo doprava.

Při násobení desetinných čísel desítkou se desetinná čárka posune o jedno místo doprava.

Naše pravidlo můžeme potvrdit i pomocí převodů jednotek:

$0,3 \text{ m} \cdot 10 = 3 \text{ dm} \cdot 10 = 30 \text{ dm} = 3 \text{ m}.$

Pedagogická poznámka: Následující příklady vyřeší žáci velmi rychle, není nutné se s nimi dlouho čekat.

Př. 6: Zvol několik různých přirozených čísel, vynásob je stem a sestav pravidlo pro násobení přirozených čísel stem. Pravidlo ověř.

$$7 \cdot 100 = 700$$

$$52 \cdot 100 = 5\,200$$

$$162 \cdot 100 = 16\,200$$

Při násobení přirozených čísel stem získáme výsledek tak, že k druhému činiteli připišeme na konec dvě nuly.

Ověřujeme násobením pod sebe:

$$\begin{array}{r} 162 \\ \cdot 100 \\ \hline 000 \\ 162 \\ \hline 16200 \end{array}$$

Dodatek: Pravidlo můžeme ověřit také takto: $162 \cdot 100 = 162 \cdot 10 \cdot 10 \Rightarrow$ dvakrát násobíme deseti \Rightarrow dvakrát připišeme jednu nulu \Rightarrow celkem připišeme dvě nuly.

Př. 7: Zvol několik desetinných čísel, vynásob je stem a sleduj zda neobješí pravidlo pro násobení desetinných čísel stem. Pravidlo ověř pomocí převodů jednotek.

a) $0,01 \cdot 100 = 1$ (sto setin je 1 celek)

b) $0,03 \cdot 100 = 3$ (tři sta setin jsou 3 celky)

c) $0,70 \cdot 100 = 70$ (sedm tisíc setin je 70 celků)

Při násobení desetinných čísel stem se desetinná čárka posune o dvě místa doprava.

$$100 \cdot 0,02 \text{ m} = 100 \cdot 2 \text{ cm} = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$$

Dodatek: Pravidlo můžeme ověřit také takto: $0,23 \cdot 100 = 0,23 \cdot 10 \cdot 10 \Rightarrow$ dvakrát násobíme deseti \Rightarrow dvakrát posuneme desetinnou čárku doprava \Rightarrow celkem posuneme desetinnou čárku doprava o dvě místa.

Při násobení desetinných čísel stem se desetinná čárka posune o dvě místa doprava.

Př. 8: Zformuluj pravidlo pro násobení desetinných čísel tisícem.

Při násobení desetinných čísel tisícem se desetinná čárka posune o tři místa doprava.

Př. 9: Po vynásobení neznámým číslem se desetinná čárka posunula doprava o čtyři místa. Jakým číslem jsme násobili?

Při násobení deseti se čárka posune o jedno místo, při násobení stem o dvě, při násobení tisícem o tři \Rightarrow o čtyři místa se desetinná čárka posune při násobení desetitřicem.

Shrnutí: Násobíme-li desetinné číslo číslem 10, 100, 1000, ... posuneme desetinnou čárku o 1, 2, 3, ... místa doprava.