

1.2.8 Násobení desetinných čísel přirozeným číslem I

Předpoklady: 010207

Pedagogická poznámka: Tato hodina je důležitá. Asi poprvé v této učebnici se někteří žáci dostanou k výsledku, který odporuje jejich dosavadním zkušenostem. Proto je nezbytně nutné, aby k tomuto výsledku dospěli samostatně (maximálně s popostrčením), nejlépe více způsoby. Teprve v takovém případě budou výsledku věřit a začnou přebudovávat svou představu o násobení. Je jasné, že v takovém případě nestihnou všechny body všech slovních úloh (snažím se je vést tak, aby kromě příkladu 3 spočítali příklad 5). Není to žádná tragédie, příklady mohou dokončit samostatně doma. Od okamžiku, kdy přijmou, jak násobení čísla menšími než jedna funguje, jim to nedělá problém.

Př. 1: Vypočti.

- a) $0,07 : 10$ b) $7,3 \cdot 100$ c) $5,4 : 100$ d) $350 : 10\,000$

a) $0,07 : 10 = 0,007$

b) $7,3 \cdot 100 = 730$

c) $5,4 : 100 = 0,054$

d) $350 : 10\,000 = 0,035$

Př. 2: Zapiš jako desetinné číslo:

- a) polovinu b) čtvrtinu c) desetinu d) pětinu

a) polovina: 0,5 (polovina z deseti desetin je pět desetin)

b) čtvrtina: 0,25 (čtvrtina ze sta setin je dvacet pět setin)

c) desetinu: 0,1

d) pětinu: 0,2 (pětina z deseti desetin jsou dvě desetiny)

Pedagogická poznámka: Daleko nejvíce problémů je pětinou (často se objevuje 0,05), nejdříve žáky vyzívám, aby si tento výsledek porovnali s předchozím zápisem jedné desetiny.

Stále ještě nevíme, čím nahradit otazníky v těchto případech: $15 \cdot ? = 1,5$ nebo $300 \cdot ? = 3$. Zkusíme to rozřešit pomocí slovních úloh.

Př. 3: Novákovi mají rozbité auto. Po 4 km jízdy se přehřeje motor, Novákovi musí zastavit a počkat než motor vychladne. Místo plynulé jízdy se tak pohybují auto-řískoky. Jakou vzdálenost ujedou na 15 řískoků?

$15 \cdot 4 = 60 \text{ km}$

Na patnáct řískoků ujedou 60 km.

Pedagogická poznámka: Část žáků nechápe, co jsou auto-řískoky. Pomáhá jim předvést, jak se auto pohybuje, nebo si rozebrat význam slova řískok.

Př. 4: Jako většina poruch i tato porucha automobilu se postupně zhoršuje a auto ujede před přestávkou kratší vzdálenost. Sestav slovní zadání úlohy, které vede na následující

výrazy, a urči výsledky.

a) $15 \cdot 2$

b) $15 \cdot 1$

c) $15 \cdot 0,5$

d) $15 \cdot 0,2$

a) $15 \cdot 2$ - Auto ujede na jeden přískok 2 km. Kolik ujede na 15 přískoků?

$$15 \cdot 2 = 30 \text{ km}$$

b) $15 \cdot 1$ - Auto ujede na jeden přískok 1 km. Kolik ujede na 15 přískoků?

$$15 \cdot 1 = 15 \text{ km}$$

c) $15 \cdot 0,5$ - Auto ujede na jeden přískok 0,5 km. Kolik ujede na 15 přískoků?

$$15 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ km}$$

Jak můžeme dojít k tomu trochu překvapivému výsledku? Více způsoby.

$$10 \cdot 0,5 = 5$$

$$5 \cdot 0,5 = 2,5$$

$$\Rightarrow 15 \cdot 0,5 = 5 + 2,5 = 7,5.$$

V bodě c) mají přískoky poloviční velikost než v bodě b) (0,5 km místo 1 km) \Rightarrow celková ujetá vzdálenost musí být také poloviční než v bodě b) $\Rightarrow 15 \cdot 0,5 = 15 : 2 = 7,5$.

$$15 \cdot 5 = 75 \Rightarrow \text{auto ujede na 15 přískoků 75 desetin km} \Rightarrow 7,5 \text{ km.}$$

Násobíme pod sebou (poslední řád jsou desetiny):

$$\begin{array}{r} 15 \\ \cdot 0,5 \\ \hline 7,5 \end{array}$$

d) $15 \cdot 0,2$ - Auto ujede na jeden přískok 0,2 km. Kolik ujede na 15 přískoků?

$$15 \cdot 0,2 = 3 \text{ km}$$

Možné postupy:

$$10 \cdot 0,2 = 2$$

$$5 \cdot 0,2 = 1$$

$$\Rightarrow 15 \cdot 0,2 = 2 + 1 = 3.$$

V bodě d) mají přískoky pětinovou velikost než v bodě b) (0,2 km místo 1 km) \Rightarrow celková ujetá vzdálenost musí být také pětinová než v bodě b) $\Rightarrow 15 \cdot 0,2 = 15 : 5 = 3$.

$$15 \cdot 2 = 30 \Rightarrow \text{auto ujede na 15 přískoků 30 desetin km} \Rightarrow 3 \text{ km.}$$

Pedagogická poznámka: Klíčový je bod c), kde se ukáže, zda má žák představu o násobení s číslem menším než 1. Objevují se hodně rozmanité výsledky, u jasně špatných nejprve upozorním na porovnání velikosti s předchozími výsledky. Když se shodneme na tom, že výsledek je špatný, nabízím zamyšlení nad tím kolik by bylo $10 \cdot 0,5$ a $5 \cdot 0,5$. Sečtení provede žák většinou sám a výsledek si pak ještě zkontrolujeme dělením výsledku z bodu b) dvěma.

V žádném případě nedoporučuji zavedení násobení pod sebe, bez vnitřního přijetí zprvu nečekaného výsledku je to kontraproduktivní.

Pedagogická poznámka: U bodu c) se objevují všechny výsledky uvedené v řešení příkladu, ještě před kontrolou vybízím žáky, kteří postupují rychleji, aby zkusili dojít k výsledku více různými způsoby (což je zpomalí a zároveň to přispěje k pevnějšímu osvojení). Při kontrole píšou výsledky na tabuli a v bodě c) se zastavíme a ukážeme si všechny způsoby, jak dojít ke správnému výsledku.

Př. 5: Jiříček si hraje s kostkami na domino. Dělá z nich řadu, staví jednu za druhou. Jak je dlouhá řada, jestliže má dvacet kostek a strana, kterými je staví za sebe je dlouhá 7 cm? Jak dlouhá by byla řada, kdyby strany kostek měly délku:

a) 5 cm, b) 2 cm, c) 1 cm, d) 0,5 cm, e) 0,2 cm, f) 0,1 cm?

U každého bodu napiš kromě výsledku i početní operaci, kterou jsi ho spočítal.

20 kostek, délka strany 7 cm \Rightarrow celková délka: $20 \cdot 7 = 140$ cm .

a) 5 cm: délka řady: $20 \cdot 5 = 100$ cm .

b) 2 cm: délka řady: $20 \cdot 2 = 40$ cm .

c) 1 cm: délka řady: $20 \cdot 1 = 20$ cm .

d) 0,5 cm: délka řady: $20 \cdot 0,5 = 10$ cm (polovina délky v bodě c).

e) 0,2 cm: délka řady: $20 \cdot 0,2 = 4$ cm (pětina délky v bodě c).

f) 0,1 cm: délka řady: $20 \cdot 0,1 = 2$ cm (desetina délky v bodě c).

Pedagogická poznámka: Pokud žáci s porozuměním vyřešili předchozí příklad, neobjevují se žádné problémy.

Př. 6: Lada přechovává benzín v kanystrech o objemu 5 litrů. Kolik benzínu ještě má, jestliže má: a) 5 kanystrů, b) 2 kanystry, c) 1 kanystr,

d) polovinu kanystru, e) pětinu kanystru, f) desetinu kanystru?

Řešení všech bodů zapiš kromě výsledku i jako součin dvou čísel.

a) 5 kanystrů: $5 \cdot 5 = 25$ litrů.

b) 2 kanystry: $2 \cdot 5 = 10$ litrů.

c) 1 kanystr: $1 \cdot 5 = 5$ litrů.

d) polovinu kanystru: $0,5 \cdot 5 = 2,5$ litrů (polovina z pěti litrů).

e) pětinu kanystru: $0,2 \cdot 5 = 1$ litrů (pětina z pěti litrů).

f) desetinu kanystru: $0,1 \cdot 5 = 0,5$ litrů (desetina z pěti litrů).

Pedagogická poznámka: Zcela záměrně píšou při kontrole objem kanystru v součinu jako druhý (většina žáků to spontánně dělá sama) a u desetinných čísel čtu jako polovina z pěti, pětina z pěti, ...

Př. 7: Co bylo na řešení předchozích příkladů zajímavé (v rozporu s naší dosavadní zkušeností s násobením)? Kdy v k tomu jevu dochází?

Součin dvou čísel nebyl větší než obě čísla. Když je jeden z činitelů menší než 1, tak výsledek součinu je menší než druhý činitel (násobením číslem menším než 1 zmenšujeme).

Pedagogická poznámka: Velká většina žáků odhalí, že zajímavostí je zmenšování výsledku při násobení, většina z nich však vidí (spíše přehlédnutím než nepochopením) jako příčinu desetinné číslo. Snažím se je obejít ještě před diskusí a pokud to v sešitě uvidím, nabízím součin $5 \cdot 1,1$. Poté tak polovina přejde na číslo menší než jedna, druhá na desetinné číslo s nulou na začátku, což doladíme v diskusi.

Násobení zmenšuje, pokud násobíme číslem, které je menší než 1 (krásně si to představíme na kanystru: pokud máme méně než jeden plný kanystr, máme méně než je objem plného kanystru).

Př. 8: Najdi v sešitě příklad, kdy jsme násobili přirozené číslo a výsledek byl menší.
Nahraď otazníky: a) $15 \cdot ? = 1,5$ b) $300 \cdot ? = 3$.

Se zmenšováním čísla při násobení jsme se setkali při násobení desetinných čísel desítkou:
 $0,1 \cdot 10 = 1$ $0,3 \cdot 10 = 3$ $0,7 \cdot 10 = 7$

Vždy, když jsme násobili desetinným číslem menším než 1 byl výsledek menší než druhý činitel v součinu (je to i logické: Násobení dvojkou zvětšuje na dvojnásobek, násobení jedničkou nechává stejné, násobení číslem menším než 1 může zmenšovat).

$15 \cdot 0,1 = 1,5$ $300 \cdot 0,01 = 3$

Pedagogická poznámka: Jde o celý příklad 5 v hodině 010206. Žáci ho řeší zcela bez problémů a nevzbuzuje žádný rozruch. Když ho v této hodině ukážu, žáci se diví, že jim to nepřišlo divné už tehdy.

Př. 9: Co je divného na příkladu 4?

Kostičky jsou neskutečně malé: šířka kostičky běžného domina je určitě větší než 0,1 cm (1 mm).

Pedagogická poznámka: Následující příklad v hodině jen začneme a dodělává se doma. Kontrolujeme na začátku příští hodiny.

Př. 10: Vypočti.

a) $4 \cdot 0,2$

b) $7 \cdot 0,3$

c) $9 \cdot 0,04$

d) $0,5 \cdot 5$

e) $5 \cdot 0,9$

f) $3 \cdot 1,5$

g) $0,03 \cdot 8$

h) $0,05 \cdot 12$

a) $4 \cdot 0,2 = 0,8$

b) $7 \cdot 0,3 = 2,1$

c) $9 \cdot 0,04 = 0,36$

d) $0,5 \cdot 5 = 2,5$

e) $5 \cdot 0,9 = 4,5$

f) $3 \cdot 1,5 = 4,5$

g) $0,03 \cdot 8 = 0,24$

h) $0,05 \cdot 12 = 0,6$

Shrnutí: Násobení zmenšuje, pokud násobíme číslem menším než 1.