

1.3.11 Dělitelnost šesti

Předpoklady: 010310

Př. 1: Zopakuj si všechny znaky dělitelnosti a roztříd' je do skupin podle podobnosti.

Probrali jsme tři druhy pravidel pro dělitelnost:

- podle poslední číslice: 2, 5, 10,
- podle posledního dvojčíslí: 4,
- podle ciferného součtu: 3, 9.

Pedagogická poznámka: Cílem příkladu není pravidla vypsát, ale setřídít. Proto je nezapisujeme v plném znění.

Pedagogická poznámka: Připomínám žákům, že pokud se učí správně, měli by mít pravidla v hlavě setříděná automaticky už v okamžiku, kdy jsme se o nich učili. Automatická schopnost vědomosti ihned zapojovat do kontextu je po porozumění nejdůležitější

Př. 2: U každého z následujících čísel zjisti, kterými z čísel 2, 3, 4, 5, 9, 10 je dělitelné.

a) 117 b) 235 c) 144 d) 450 e) 1453 f) 2292

a) 117

- Poslední číslice 7 \Rightarrow není dělitelné 2, 4, 5, 10.
- Ciferný součet $1+1+7=9 \Rightarrow$ dělitelné 3 a 9.

b) 235

- Poslední číslice 5 \Rightarrow není dělitelné 2, 4, 10, dělitelné 5.
- Ciferný součet $2+3+5=10 \Rightarrow$ není dělitelné 3 a 9.

c) 144

- Poslední číslice 4 \Rightarrow dělitelné 2, není dělitelné 5, 10.
- Poslední dvojčíslí 44 \Rightarrow dělitelné 4.
- Ciferný součet $1+4+4=9 \Rightarrow$ dělitelné 3 a 9.

d) 450

- Poslední číslice 0 \Rightarrow dělitelné 2, 5, 10.
- Poslední dvojčíslí 50 \Rightarrow není dělitelné 4.
- Ciferný součet $4+5=9 \Rightarrow$ dělitelné 3 a 9.

e) 1453

- Poslední číslice 3 \Rightarrow není dělitelné 2, 4, 5, 10.
- Ciferný součet $1+4+5+3=13 \Rightarrow$ není dělitelné 3 a 9.

f) 2292

- Poslední číslice 2 \Rightarrow dělitelné 2, není dělitelné 5, 10.
- Poslední dvojčíslí 92 \Rightarrow dělitelné 4.
- Ciferný součet $2+2+9+2=15 \Rightarrow$ dělitelné 3, není dělitelné 9.

Př. 3: Najdi všechny možnosti, jak změnou pořadí číslic v čísle 4325 získat číslo dělitelné čtyřmi.

Dělitelnost čtyřmi určíme podle posledního dvojčíslí \Rightarrow sestavujeme dvojčíslí dělitelná čtyřmi na zbytku čísla nezáleží.

Poslední číslice musí být sudá:

- 4 \Rightarrow dvojčíslí:
 - 24 \Rightarrow čísla 3524, 5324
- 2 \Rightarrow dvojčíslí:
 - 32 \Rightarrow čísla 4532, 5432
 - 52 \Rightarrow čísla 3452, 4352

Pedagogická poznámka: Při kontrole výsledků se snažím, aby zaznělo, že nalezená čísla můžeme pospojovat do dvojic se stejným posledním dvojčíslím.

Př. 4: Které nejmenší trojčiferné číslo je dělitelné dvěma, třemi a pěti současně? Hledej postup, který bude znamenat nejméně počítání. Najdi množinu všech dělitelů nalezeného čísla. O kolika obdélníkové číslo jde?

- Dělitelnost dvěma a pěti určujeme podle poslední číslice \Rightarrow číslo musí končit nulou (aby bylo dělitelné pěti i dvěma najednou).
- Dělitelnost třemi poznáme podle ciferného součtu

\Rightarrow budeme postupně procházet trojčiferná čísla končící na 0 od nejmenšího a kontrolovat jejich ciferné součty, dokud nenajdeme číslo s ciferným součtem dělitelným třemi.

- 100: ciferný součet $1+0+0=1 \Rightarrow$ není dělitelné 3,
- 110: ciferný součet $1+1+0=2 \Rightarrow$ není dělitelné 3,
- 120: ciferný součet $1+2+0=3 \Rightarrow$ je dělitelné 3.

Množina všech dělitelů čísla 120:

$$120:1=120 \Rightarrow 1, 120$$

$$120:2=60 \Rightarrow 2, 60$$

$$120:3=40 \Rightarrow 3, 40$$

$$120:4=30 \Rightarrow 4, 30$$

$$120:5=24 \Rightarrow 5, 24$$

$$120:6=20 \Rightarrow 6, 20$$

$$120:7=17(\text{zb.}1)$$

50

1

$$120:8=15$$

$$40 \Rightarrow 8, 15$$

0

120 není dělitelné devíti (ciferný součet 3)

$$120:10=12 \Rightarrow 10, 12$$

$$120:11=10(\text{zb.}10)$$

10


$120:12=10 \Rightarrow$ tuto dvojici už máme \Rightarrow můžeme skončit.


$$D_{120} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120\}$$

Číslo 120 je osmiobdélníkové.

Pedagogická poznámka: Vyškrťovací tabulka je převzata z učebnice prof. Hejného pro pátý ročník (Fraus 2011). Tabulky tisknu z excelovského souboru, který je udělaný tak, že je možné rychle měnit počáteční číslo tabulky.

Př. 5: V tabulce přeškrtni:

takto  všechny násobky dvou kromě dvojky

a takto  všechny násobky tří kromě trojky.

Kolik čísel v tabule je přeškrtnuto prvním, kolik druhým způsobem? Kolik čísel je přeškrtnuto dvakrát? Co mají dvakrát přeškrtnutá čísla společného?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45
46	47	48	49	50
51	52	53	54	55
56	57	58	59	60
61	62	63	64	65
66	67	68	69	70
71	72	73	74	75
76	77	78	79	80
81	82	83	84	85
86	87	88	89	90
91	92	93	94	95
96	97	98	99	100

Prvním způsobem (červeně) je přeškrtnuto každé druhé číslo. Největší přeškrtnuté číslo je 100, $100 : 2 = 50 \Rightarrow$ přeškrtnuto je 49 čísel (první dvojka je nepřeškrtnutá).

Druhým způsobem (modře) je přeškrtnuto každé třetí číslo. Největší přeškrtnuté číslo je 99, $99 : 3 = 33 \Rightarrow$ přeškrtnuto je 32 čísel (první trojka je nepřeškrtnutá).

- Oběma způsoby je přeškrtnuto každé druhé modře přeškrtnuté číslo, modře přeškrtnutých čísel je 32 \Rightarrow oběma způsoby je přeškrtnuto $32 : 2 = 16$ čísel.

- Oběma způsoby je přeškrtnuto každé třetí červeně přeškrtnuté číslo, červeně přeškrtnutých čísel je 49 \Rightarrow oběma způsoby je přeškrtnuto $48 : 3 = 16$ čísel (první červeně přeškrtnuté číslo 4 nepočítáme, protože tabulka končí dvěma čísly, která jsou přeškrtnuta pouze červeně).
- Oběma způsoby (modře i červeně) je přeškrtnuto každé šesté číslo. Největší dvakrát přeškrtnuté číslo je 96, $96 : 6 = 16 \Rightarrow$ oběma způsoby je přeškrtnuto 16 čísel.

Dvakrát přeškrtnutá čísla jsou 6, 12, 18, 24, 30, ... \Rightarrow jde o násobky šesti (proto je dvakrát přeškrtnuto každé šesté číslo).

Pedagogická poznámka: Vyškrtávání není nutné provádět barevně, jak je naznačeno v učebnici, ale barvy pomáhají při orientaci v tabulce. Stejně tak žáky upozorňuji, že pečlivější škrtnání znamená přehlednější obrázek. Někteří žáci počty čísel odpočítají v tabulce. V takovém případě se snažím, aby si početně své výsledky alespoň ověřili.

Př. 6: Zformuluj pravidlo pro dělitelnost šesti.

Čísla dělitelná šesti jsou násobky dvou a zároveň tří \Rightarrow musí být dělitelná dvěma a třemi zároveň dvěma.

Př. 7: Kolik čísel v tabulce přeškrtněš, když přeškrtněš takto

10

 všechny násobky pěti kromě pětky? Čísla v tabulce přeškrtni a ověř svůj odhad.

Přeškrtneme každé páté číslo. Největší přeškrtnuté číslo bude 100, $100 : 5 = 20 \Rightarrow$ přeškrtneme 19 čísel (první pětka bude nepřeškrtnutá).

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45
46	47	48	49	50
51	52	53	54	55
56	57	58	59	60
61	62	63	64	65
66	67	68	69	70
71	72	73	74	75
76	77	78	79	80
81	82	83	84	85
86	87	88	89	90
91	92	93	94	95
96	97	98	99	100

Př. 8: Jak by musela vyškrtávací tabulka vypadat, aby:

- byly pod sebou všechny násobky šesti v jednom sloupci,
- se násobky pěti seřadily do diagonály jako násobky 2 a 3 v našem případě,
- byla pod sebou všechna sudá čísla v jednom nebo více sloupcích,
- byla pod sebou v jednom nebo více sloupcích všechna lichá čísla,
- se násobky šesti seřadily do jedné nebo více diagonál.

a) byly pod sebou všechny násobky šesti v jednom sloupci

Tabulka bude muset mít právě šest čísel v jednom řádku.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24

b) se násobky pěti seřadily do diagonály jako násobky 2 a 3 v našem případě

V jedné řádce musí být čtyři čísla (pak bude diagonála směřovat zleva doprava) nebo šest čísel (pak bude diagonála směřovat zprava doleva).

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24

Stejného výsledku dosáhneme, pokud bude v řádce devět čísel (dvě diagonály v jedné řádce zleva doprava) nebo jedenáct čísel (dvě diagonály v jedné řádce zprava doleva).

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44

c) byla pod sebou všechna sudá čísla v jednom nebo více sloupcích
Sudá čísla se pod sebou seřadí, pokud je v jednom řádku sudý počet čísel.

d) byla pod sebou v jednom nebo více sloupcích všechna lichá čísla
Stejně jako v předchozím bodě, pokud se pod sebou řadí sudá čísla, řadí se (v sousedních sloupcích) pod sebou i lichá čísla \Rightarrow tabulka musí mít v jednom řádku sudý počet čísel.

e) se násobky šesti seřadily do jedné nebo více diagonál
Podobná situace jako v bodě b). Násobky šesti se řadí pod sebe, pokud je počet čísel v řádce násobek šesti. Diagonály čísla tvoří, pokud je počet čísel v řádku o jedna větší nebo menší než násobek šesti.

Pedagogická poznámka: Následující příklady slouží k zabavení lepší části třídy, společně je ani nekontrolujeme.

Př. 9: U kterých dalších čísel poznáme dělitelnost z posledního dvojčíslí jako u čtyřky?

$$114 : 4 = 28(\text{zb.}2)$$

Dělitelnost čtyřmi: $\begin{array}{r} 34 \\ 2 \end{array}$

$$114 = 1 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 4 \cdot 1$$

Zbytek po dělení vznikne, když se snažíme rozdělit desítku (desítka není dělitelná čtyřmi), dělitelné čtyřmi jsou pouze větší skupiny (100, 1000, ...).

Dělitelnost podle posledního dvojčíslí určíme u čísel, která nedělí desítku, ale dělí větší skupiny (100, 1000, ...) \Rightarrow jde o čísla 25, 100, 50, 20.

Př. 10: Najdi znak dělitelnosti osmi. Která další čísla budou mít podobný znak dělitelnosti?

2 - dělitelnost podle poslední číslice.

4 - dělitelnost podle posledního dvojčíslí.

8 - zřejmě dělitelnost podle posledního trojčíslí.

$$1000 : 8 = 125$$

020

40

0

⇒ 1000 a větší skupiny než 1000 používané k zápisu čísel v desítkové

soustavě jsou dělitelné osmi ⇒ zbytek při dělení osmi můžeme získat pouze na posledních třech cifrách ⇒ číslo je dělitelné osmi, právě když je jeho poslední trojčíslí dělitelné osmi. Stejně pravidlo budou mít další čísla, která nedělí 100, ale dělí 1000 ⇒ 125, 500, 250,

Shrnutí: