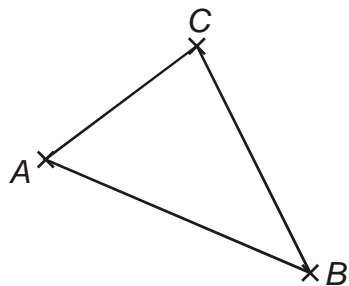


1.3.7 Trojúhelník

Předpoklady: 010306

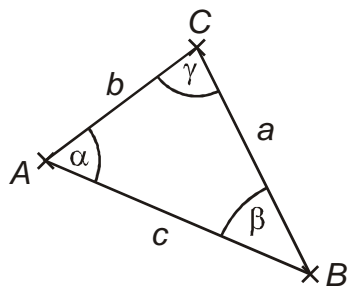
Př. 1: Narýsuj tři body A, B, C , které neleží na přímce. Narýsuj všechny úsečky určené těmito třemi body. Jaký útvar vznikne?



Získali jsme trojúhelník.

Jak přišel trojúhelník ke svému jménu?

Má tři vrcholy (A, B, C), tři strany (a, b, c) a také tři úhly (α, β, γ).



Každá strana trojúhelníka může být označována dvěma způsoby: přímo nebo pomocí vrcholů. Často také zaměňujeme označení strany a její délky, píšeme tedy $a = |BC|$, $c = |AB|$, ...).

Písmena řecké abecedy se používají k označení úhlů, aby bylo ihned zřejmé, že označujeme úhly a ne vrcholy.

V matematice nejčastěji používaná řecká písmena:

α - alfa

β - beta

γ - gama

δ - delta

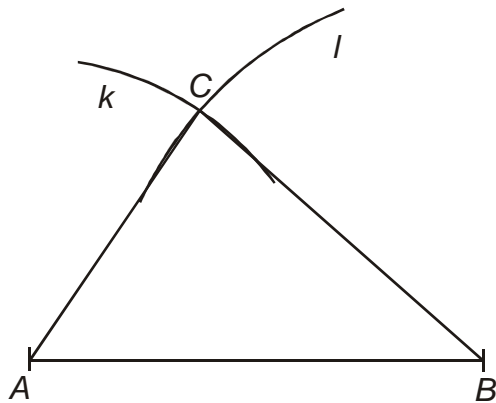
ε - epsilon

φ - fí

ω - omega

Obvod trojúhelníka je součet délek jeho stran: $o = a + b + c$.

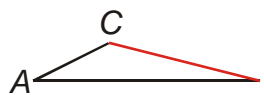
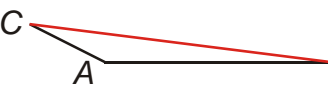
Př. 2: Narýsuj trojúhelník ABC , kde platí $|AB| = 6 \text{ cm}$, $|BC| = 5 \text{ cm}$, $|AC| = 4 \text{ cm}$. Zapiš postup konstrukce. Jaký je jeho obvod?



1. AB , $|AB| = 6 \text{ cm}$
2. $k(A; 4 \text{ cm})$
3. $l(B; 5 \text{ cm})$
4. C - společný bod kružnic k, l
5. trojúhelník ABC

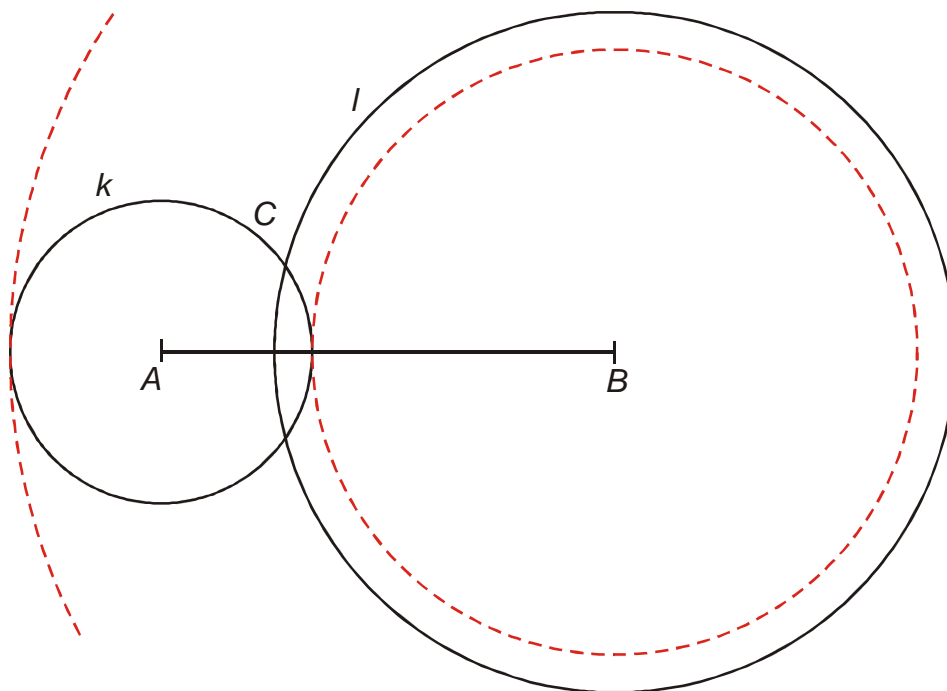
Obvod: $o = a + b + c = 6 + 5 + 4 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$.

Př. 3: Pro trojúhelník ABC platí: $|AB| = c = 6 \text{ cm}$, $|AC| = b = 2 \text{ cm}$. Může strana mít BC libovolnou velikost nebo je její možná délka nějakým způsobem omezena? Nejdříve si situaci představ, pak svůj názor ověř rýsováním (pokus se trojúhelník narýsovat).

- Strana BC může být kratší než strana AB : . Pokud se strany AC a BC mají potkat, musí být dohromady delší než strana $AB \Rightarrow$ strana BC musí být delší než 4 cm .
- Strana BC může být delší než strana AB : . Pokud se strany AC a BC mají potkat, musí být strany AB a AC dohromady delší než strana $BC \Rightarrow$ strana BC musí být kratší než 8 cm .

\Rightarrow strana BC musí být delší než 4 cm a kratší než 8 cm .

Odhad můžeme ověřit i konstrukcí, která je stejná jako v předchozím příkladu.



Červeně jsou nakresleny obě hraniční již špatné možnosti.

Pedagogická poznámka: Většina žáků začne rovnou rýsovat. Není to na závadu, ke správnému vyřešení příklad si stejně musí zejména představovat. Minimálně u některých žáků bude součástí diskuse i vyjasňování to, že 4,1 cm a víc není to samé jako víc než 4 cm.

Pedagogická poznámka: Část žáků vytasí rovnou trojúhelníkovou nerovnost. V tomto okamžiku ji neřešíme, jde o to, aby žáci rozmysleli možné hodnoty samostatně, bez použití nějakého pravidla.

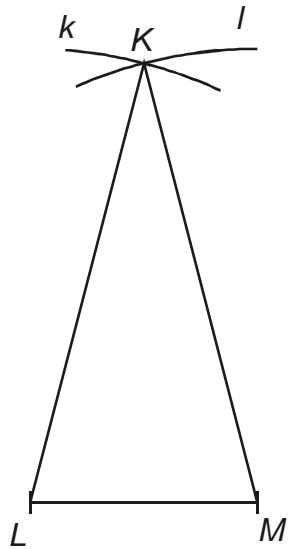
Naše zjištění si můžeme snadno ozkoušet pomocí modelu v programu pro dynamickou geometrii GEOGEBRA.

Pedagogická poznámka: Model si ve třídě ukazujeme a žákům se velmi líbí. Ne však jako pomůcky pro řešení, ale jako potvrzení hotových závěrů. Tato poznámka platí obecně, používání modelů v podobných situacích, kdy si žáci mají sami něco představit, vede k tomu, že si nepředstavují nic a čekají, až jim řešení ukáže počítač. Je třeba si uvědomit, že nemůžete dosáhnout žádného pokroku bez samostatné námahy a pokud námahu přenecháte počítači, nezískáte kromě výsledku nic.

Př. 4: Narýsuj rovnoramenný trojúhelník KLM , tak aby jeho obvod byl 15 cm a rameno byla dvakrát delší než základna LM .

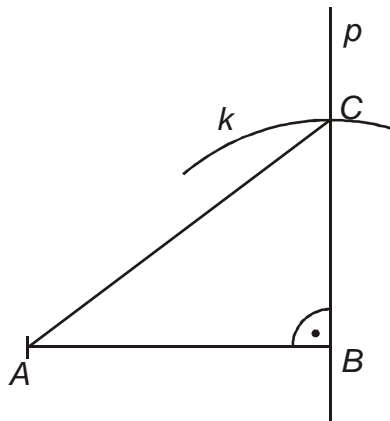
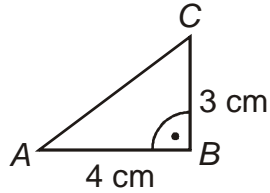
Než začneme rýsovat, musíme určit délky stran. Rovnoramenný trojúhelník má dvě ramena, každé je dvakrát delší než základna \Rightarrow rozdělíme obvod na pět dílů: $15 : 5 = 3 \Rightarrow$ platí:

$$|LM| = 3, |KM| = |KL| = 6 \text{ cm}.$$



1. LM , $|LM| = 3 \text{ cm}$
2. $k(L; 6 \text{ cm})$
3. $l(M; 6 \text{ cm})$
4. K - společný bod kružnic k, l
5. trojúhelník KLM

Př. 5: Prohlédni si trojúhelník na obrázku a odhadni velikost strany AC . Narýsuj trojúhelník, změř velikost strany AC a porovnej ji se svým odhadem. Zapiš postup konstrukce.

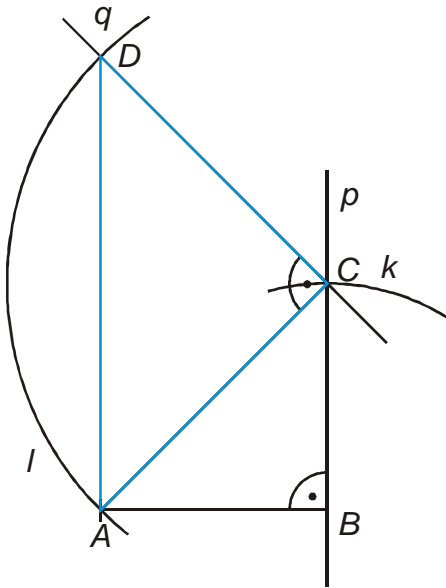


1. AB , $|AB| = 4 \text{ cm}$
2. p , přímka kolmá na AB , procházející bodem B
3. $k(B; 3 \text{ cm})$
4. C - společný body kružnice k a přímky p
5. trojúhelník ABC

Délka strany AC je 5 cm.

Pedagogická poznámka: Správnou délku strany AC si říkáme a používáme ji ke kontrole správnosti rýsování.

Př. 6: Narýsuj rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník s délkou ramene 3 cm. Základnu zkonstruovaného trojúhelníku využij jako rameno pro konstrukci dalšího rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku. Změř délku základny druhého zkonstruovaného trojúhelníku.



1. AB , $|AB| = 3$ cm
2. p , přímka kolmá na AB , procházející bodem B
3. $k(B; 3$ cm)
4. C - společný body kružnice k a přímky p
5. trojúhelník ABC
6. q , přímka kolmá na AC , procházející bodem C
7. $k(C; |AC|)$
8. D - společný body kružnice l a přímky q
9. trojúhelník ACD

Délka základny trojúhelníku ACD (strany AC) je 6 cm.

Pedagogická poznámka: Jména vrcholů nejsou v příkladu uvedena záměrně, žáci si je mají zvolit podle libosti.

Př. 7: Pokus se najít jiný pravoúhlý trojúhelník s celočíselnými stranami (využij model připravený v programu Geogebra).

Pedagogická poznámka: Poslední příklad je pouze úkolem pro zamyšlení pro nejlepší žáky. Je možné zafixovat obraz z projektoru na zadání příkladů pro třídu a ty nejrychlejší pustit k učitelskému počítači, kde si mohou hrát s modelem. Jde určitě o přípravu na Pythagorovu větu, ale v tomto okamžiku to nerozvíjíme dále.

Shrnutí: