

1.3.3 Dělitelnost a obdélníky

Předpoklady:

Př. 1: Sestav postup pro hledání množiny všech dělitelů přirozeného čísla.

Číslo postupně dělíme čísly 1, 2, 3, ...

Když dělení vyjde beze zbytku, zapíšeme si dělitel i podíl.

Jakmile najdeme číslo, které jsme našli dříve, s dělením končíme.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad řeší dvě věci: zda si žáci z minulé hodiny vůbec pamatují, jak množinu všech dělitelů najít, a zda, dokáží svou znalost přetavit do srozumitelného postupu. Při řešení problémů je nutné zjistit, zda jde o první nebo druhý problém, každý z nich vyžaduje jiné řešení. Nejčastějším opomenutím je nenapsání zápisu obou nalezených dělitelů (jako opomenutí to označuji, protože žáci v drtivé většina oba dělitele zapíší, ale neuvědomí si to při formulaci postupu.

Př. 2: Urči D_{14} , D_{18} a D_{20} .

$$14:1=14 \Rightarrow 1,14$$

$$14:2=7 \Rightarrow 2,7$$

$$14:3 = \text{se zbytkem}$$

$$14:4 = \text{se zbytkem}$$

$$14:5 = \text{se zbytkem}$$

$$14:6 = \text{se zbytkem}$$

$$14:7=2 \Rightarrow \text{našli jsme číslo podruhé} \Rightarrow \text{dál nehledáme.}$$

$$D_{14} = \{1, 2, 7, 14\}$$

$$18:1=18 \Rightarrow 1,18$$

$$18:2=9 \Rightarrow 2,9$$

$$18:3=6 \Rightarrow 3,6$$

$$18:4 = \text{se zbytkem}$$

$$18:5 = \text{se zbytkem}$$

$$18:6=3 \Rightarrow \text{našli jsme číslo podruhé} \Rightarrow \text{dál nehledáme.}$$

$$D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

$$20:1=20 \Rightarrow 1,20$$

$$20:2=10 \Rightarrow 2,10$$

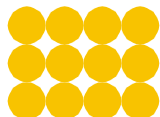
$$20:3 = \text{se zbytkem}$$

$$20:4=5 \Rightarrow 4,5$$



$$20:5=4 \Rightarrow \text{našli jsme číslo dvakrát} \Rightarrow \text{dál nehledáme.}$$

$$D_{20} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$$

Př. 3: Šimon má 12 mincí, zároveň nemá co dělat, tak se snaží uspořádat mince do vyplněného obdélníku. Po chvílce je srovná do obdélníku o stranách 3 a 4 mince. Hned se vytahuje na mladšího brácha, jestli to také dokáže. Po chvílce ho bratříček zavolá, že na tom nic není a ukáže mu svůj obdélník. Šimon je velice překvapený, že prcek jeho úkol splnil a nepostavil jeho obdélník 3×4 . Jak je to možné? Jaký obdélník bratříček postavil?



Bratříček mohl uspořádat mince do dalších dvou obdélníků:

- obdélník 2×6 mincí, 
- obdélník 1×12 mincí. 

Který z nich to byl, nemůžeme ze zadání určit.


Dvanáct mincí můžeme tedy do celého obdélníku uspořádat třemi způsoby:

- obdélník 1×12 ,
- obdélník 2×6 ,
- obdélník 3×4 .

Tato skutečnost se někdy vyjadřuje tím, že číslo 12 označíme jako trojobdélníkové.



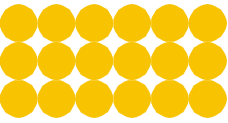
Př. 4: Kolika způsoby jde do obdélníku uspořádat 10, 18, 24 mincí? Kolika obdélníková jsou tato čísla?

10 mincí můžeme uspořádat do:

- obdélníku 1×10 , 
- obdélníku 2×5 , 



⇒ 10 je dvouobdélníkové číslo.

18 mincí můžeme uspořádat do:

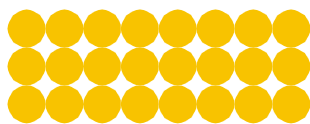
- obdélníku 1×18 , 
- obdélníku 2×9 , 
- obdélníku 3×6 , 

⇒ 18 je trojobdélníkové číslo.

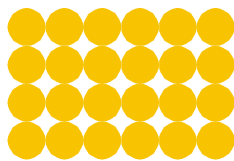
24 mincí můžeme uspořádat do:

- obdélníku 1×24 , 
- obdélníku 2×12 , 

- obdélníku 3 x 8,



- obdélníku 4 x 6,



⇒ 24 je čtyřobdélníkové číslo.

Př. 5: Která čísla jsou jednoobdélníková?

Libovolný počet mincí můžeme uspořádat do obdélníku 1 x číslo ⇒ jednoobdélníková čísla jsou čísla, která mají pouze samozřejmé dělitele.

Př. 6: Existují také čtvercová čísla (čísla, která odpovídají počtu knoflíků, které můžeme uspořádat do čtverce)? Pokud ano, najdi je.

Čtvercová čísla existují:

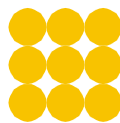
- číslo 1 do čtverce 1 x 1



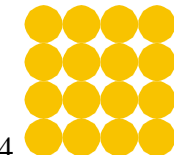
- číslo 4 do čtverce 2 x 2



- číslo 9 do čtverce 3 x 3



- číslo 16 do čtverce 4 x 4



- ...

jde o všechna čísla, která získáme tím, že číslo vynásobíme se samým.

Př. 7: Proč souvisí uspořádávání do obdélníků (čtverců) s dělením?

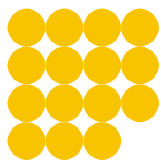
Když se snažíme uspořádat číslo do obdélníku o straně 3, snažíme se vytvořit tři skupiny o stejném počtu prvků - to význam dělení.

Př. 8: Kolik mincí nám zbude, když se pokusíme uspořádat 15 mincí do obdélníku o straně 2? Kolik jich zbude, když zkusíme vytvořit obdélník o straně 4?

$15 : 2 = 7(\text{zb.}1) \Rightarrow$ vytvoříme obdélník 2 x 7 a jedna mince nám zbude.



$15 : 4 = 3(\text{zb.}3) \Rightarrow$ vytvoříme obdélník 4 x 3 a tři mince nám zbudou.



Př. 9: Najdi nejvíceobdélníkové číslo menší než 50.

Menší než 50 jsou dvě pětiobdélníková čísla 36 a 48.

Pedagogická poznámka: Předchozí úloha většinou zbývá na doma. Za vyřešení dávám plus, žáci mohou postupovat různými způsoby, kromě toho, že postupně určují počty dělitelů jednotlivých čísel, mohou zkusit číslo sestavit násobením co nejmenších čísel (předzvěst prvočíselného rozkladu).

Př. 10: Najdi nejmenší šestiobdélníkové číslo.

Nejmenším šestiobdélníkovým číslem je číslo 60.

Shrnutí: