

1.3.6 Dělitelnost deseti a pěti

Předpoklady: 010305

Př. 1: Vypiš alespoň dvě dvojciferná, trojciferná a čtyřciferná čísla dělitelná deseti. Co mají čísla dělitelná deseti společného? Zdůvodni.

- Dvojciferná čísla dělitelná 10: 50, 90, ...
- Trojciferná čísla dělitelná 10: 450, 790, ...
- Čtyřciferná čísla dělitelná 10: 2370, 9810, ...

Číslo je dělitelné deseti, jestliže končí nulou.

Důvod: $5730 = 5 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 0 \cdot 1 \Rightarrow$ červeně vyznačená čísla jsou dělitelná deseti (je to jednoduché, protože desítková soustava používá skupiny založené na desítce), jediná pozice v čísle, která nevyjadřuje počet skupin založených na desítce je poslední cifra, která vyjadřuje počet jednotek. Pokud je počet jednotek nulový (číslo končí na nulu), je číslo dělitelné deseti.

Pravidlo z desetinných čísel: Při dělení deseti posuneme desetinnou čárku o jednu pozici doleva \Rightarrow pokud chceme, aby výsledkem bylo přirozené číslo, musí být ve výsledku na místě desetín (u původního čísla před posunutím na místě jednotek) nula.

Přirozené číslo je dělitelné deseti jestliže končí nulou.

Př. 2: Najdi největší a nejmenší čtyřciferné číslo dělitelné deseti.

Největší čtyřciferné číslo 9999, není dělitelné deseti, největší menší číslo dělitelné 10 je 9990. Nejmenší čtyřciferné číslo je 1000, které je zároveň i dělitelné

Pedagogická poznámka: Pokud se objeví chyba (bohužel se to stává), ptám se jestli by chybné číslo nešlo ještě zvětšit (zmenšit), aby zůstalo stále čtyřciferné.

Př. 3: Napiš všechna trojciferná čísla sestavená z číslic 0, 2, 4, 6 dělitelná deseti, ve kterých se: a) číslice neopakují, b) číslice se mohou opakovat. Hledej způsob, jak určit jejich počet bez toho, abys je všechny vypsal a spočítal.

a) číslice se neopakují

Na posledním místo musíme napsat nulu, na zbývajících místech střídáme zbývajících čísla: 240, 260, 420, 460, 620, 640 \Rightarrow 6 čísel.

Čísla jsme vytvářeli tak, že na prvním místě jsme střídali tři možné číslice (2, 4, 6) a na druhém, jsme ke každé číslici vystřídali dvě dosud nepoužité \Rightarrow celkem jsme vytvořili $3 \cdot 2 = 6$ čísel.

b) číslice se mohou opakovat

Na posledním místo musíme napsat nulu, na prvním místě střídáme čísla 2, 4, 6 (kdybychom napsali nulu číslo by bylo dvojciferné), na druhém místě můžeme napsat jakoukoliv číslici:

200, 220, 240, 260

400, 420, 440, 460

600, 620, 640, 660 \Rightarrow 12 čísel.

Čísla jsme vytvářeli tak, že na prvním místě jsme střídali tři možné číslice (2, 4, 6) a na druhém, jsme ke každé číslici vystřídali libovolnou ze čtyř číslic \Rightarrow celkem jsme vytvořili $3 \cdot 4 = 12$ čísel.

Př. 4: Najdi znak dělitelnosti stem.

Číslo je dělitelné stem, jestliže končí na dvě nuly.

Důvod: $5700 = 5 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 0 \cdot 1 \Rightarrow$ červeně vyznačené skupiny jsou dělitelné stem. Pokud je počet jednotek a desítek nulový (číslo končí na dvě nuly), je číslo dělitelné stem.

Pravidlo z desetinných čísel: Při dělení stem posuneme desetinnou čárku o dvě pozice doleva \Rightarrow pokud chceme, aby výsledkem bylo přirozené číslo, musí být ve výsledku na místě desetin a setin (u původního čísla před posunutím na místě jednotek a desítek) nula.

Př. 5: Najdi znak dělitelnosti pěti. Zdůvodni jej.

Můžeme napsat $5785 = 5 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 5$, červeně vyznačená čísla (velikosti skupin založené na desítkách) jsou určitě dělitelné pěti \Rightarrow o dělitelnosti čísla rozhoduje číslice na místě jednotek:

- číslo končí na 0 nebo 5: všechny vytvořené skupiny jsou dělitelné pěti \Rightarrow číslo je dělitelné pěti,
- číslo nekončí na 0 nebo 5: výsledné číslo je složeno z části dělitelné 5 a části nedělitelné pěti \Rightarrow výsledné číslo není dělitelné pěti.

Př. 6: Najdi největší čtyřciferné číslo, které je dělitelné pěti a jehož:

- a) cifry se neopakují,
- b) cifry se opakují nejvýše dvakrát,
- c) cifry se mohou opakovat libovolně krát.

a) největší čtyřciferné číslo dělitelné pěti, jehož cifry se neopakují

Velikost čísla závisí nejvíce na první cifře \Rightarrow na začátek čísla dáváme největší číslice, na poslední místo umístíme 5 \Rightarrow hledané číslo je 9875.

b) největší čtyřciferné číslo dělitelné pěti, jehož cifry se opakují nejvýše dvakrát

Největší číslici 9 zopakujeme dvakrát na prvních dvou místech \Rightarrow 9985.

c) největší čtyřciferné číslo dělitelné pěti, jehož cifry se mohou opakovat libovolně krát.

Největší číslici 9 zopakujeme na všech místech kromě posledního, kde kvůli dělitelnosti umístíme 5 \Rightarrow 9995.

Př. 7: Najdi nejmenší čtyřciferné číslo, které je dělitelné pěti a jehož:

- a) cifry se neopakují,
- b) cifry se opakují nejvýše dvakrát,
- c) cifry se mohou opakovat libovolně krát.

a) nejmenší čtyřciferné číslo dělitelné pěti, jehož cifry se neopakují

Velikost čísla závisí nejvíce na první cifře \Rightarrow na začátek čísla dáváme nejmenší číslice, na poslední místo umístíme 5 (0 použijeme už na druhém místě) \Rightarrow hledané číslo je 1025.

b) nejmenší čtyřciferné číslo dělitelné pěti, jehož cifry se opakují nejvýše dvakrát

Nejmenší číslici 0 zopakujeme dvakrát na druhém a třetím místě \Rightarrow 1005.

c) nejmenší čtyřciferné číslo dělitelné pěti, jehož cifry se mohou opakovat libovolně krát.

Nejmenší číslici 0 zopakujeme na všech místech kromě prvního, kde musí být jednička \Rightarrow 1000.

Př. 8: Existují čísla, která jsou dělitelná pěti a nejsou dělitelná deseti? Existují čísla, která jsou dělitelná deseti a nejsou dělitelná pěti? Proč?

Čísla dělitelná pěti, která nejsou dělitelná deseti existují (105, 85, 5555), jsou to všechna čísla, která končí na pětku.

Čísla dělitelná deseti, která nejsou dělitelná pěti, neexistují, protože každé číslo dělitelné deseti je dělitelné i pěti (každé číslo končící nulou je dělitelné pěti, pětka je "schovaná" v desítce, proto je číslo dělitelné deseti dělitelné i pěti).

Př. 9: Kolik je dvojciferných čísel větších než 30, které jsou dělitelné:

- a) 10 b) 5?

a) dvojciferná čísla větší než 30 dělitelná 10

40, 50, 60, 70, 80, 90 \Rightarrow 6 čísel.

b) dvojciferná čísla větší než 30 dělitelná 5

Čísel je 13: 6 dělitelných 10, 6 čísel, která jsou pět větší než čísla dělitelná 5 (například 45 k 40) a číslo 35.

Př. 10: Jak poznáme přirozená čísla, která při dělení:

- a) deseti dávají zbytek 2, b) pěti dávají zbytek 3?

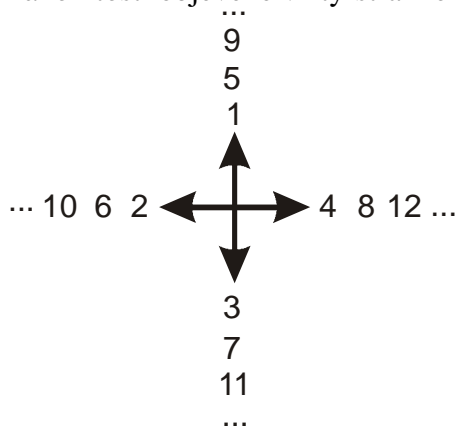
a) čísla, která při dělení deseti dávají zbytek 2

Zbytek při dělení deseti v čísle vznikne jenom na posledním místě (všechny ostatní skupiny jsou dělitelné deseti) \Rightarrow zbytek 2 dávají čísla, která končí na 2.

b) čísla, která při dělení pěti dávají zbytek 3

Zbytek při dělení pěti v čísle vznikne jenom na posledním místě (všechny ostatní skupiny jsou dělitelné pěti) \Rightarrow zbytek 3 dávají čísla, která končí na 3 nebo na 8 ($8 = 1 \cdot 5 + 3$).

Zákonitosti objevené v čtyřstranném schématu.



Všechna vodorovná čísla jsou sudá.

Všechna svislá čísla jsou lichá,

Pravá čísla jsou dělitelná čtyřmi.

V každé skupině platí, že každé číslo je o čtyři větší než jeho předchůdce.

Platí:

- horní čísla: $1 + 5 + 3 = 9$
- levá čísla: $2 + 6 + 2 = 10$
- dolní čísla: $3 + 7 + 1 = 11$
- pravá čísla: $4 + 8 + 0 = 12$,

Pedagogická poznámka: Záleží na tom, čeho si žáci všimnou. Mohou přijít s různými objevy. Schématem se budeme zabývat ještě v hodině 010306.

Shrnutí: Dělitelnost deseti a pěti poznáme podle poslední číslice.