

1.3.10 Dělitelnost třemi a devíti

Předpoklady: 010309

Výsledek minulé hodiny:

Číslo je dělitelné třemi, právě když je jeho ciferný součet dělitelný třemi.

Pravidlo si opět můžeme zdůvodnit pomocí rozvinutého zápisu čísla.

$$285 = 2 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 5 = 2 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 5 = 2 \cdot 99 + 2 \cdot 1 + 8 \cdot 9 + 8 \cdot 1 + 5 = \\ = 2 \cdot 99 + 8 \cdot 9 + 2 + 8 + 5$$

Číslo jsme rozdělili na dvě části:

- zelenou, která je dělitelná třemi bez ohledu na to, jaké cifry číslo obsahuje,
- červenou (ciferný součet), která nemusí být dělitelná třemi, ale když dělitelná třemi je, je třemi dělitelné celé číslo.

Př. 1: Mezi vypsányými čísly najdi ta, která jsou dělitelná třemi.

125, 591, 444, 1457, 2763, 10 781, 96 207

125: $1 + 2 + 5 = 8 \Rightarrow$ číslo není dělitelné třemi.

591: $5 + 9 + 1 = 15 \Rightarrow$ číslo je dělitelné třemi.

444: $4 + 4 + 4 = 12 \Rightarrow$ číslo je dělitelné třemi.

1457: $1 + 4 + 5 + 7 = 17 \Rightarrow$ číslo není dělitelné třemi.

2763: $2 + 7 + 6 + 3 = 18 \Rightarrow$ číslo je dělitelné třemi.

10 781: $1 + 0 + 7 + 8 + 1 = 17 \Rightarrow$ číslo není dělitelné třemi.

96 207: $9 + 6 + 2 + 0 + 7 = 24 \Rightarrow$ číslo je dělitelné třemi.

Pedagogická poznámka: Asi se opět najde někdo, kdo bude čísla dělit.

Př. 2: Najdi všechny číslice, které můžeme napsat na vyznačené místo, abychom získali čtyřciferné číslo dělitelné třemi.

a) $12\boxed{}4$

b) $\boxed{}726$

c) $124\boxed{}$

a) $12\boxed{}4$

Ciferný součet zapsaných tří cifer je $1 + 2 + 4 = 7$, musíme ho doplnit tak, aby byl dělitelný třemi \Rightarrow možnosti:

- 2: $7 + 2 = 9 \Rightarrow$ číslo 1224,
- 5: $7 + 5 = 12 \Rightarrow$ číslo 1254,
- 8: $7 + 8 = 15 \Rightarrow$ číslo 1284,

\Rightarrow celkem 3 možnosti 2, 5, 8.

b) $\boxed{}726$

Ciferný součet zapsaných tří cifer je $7 + 2 + 6 = 15$, musíme ho doplnit tak, aby byl dělitelný třemi \Rightarrow možnosti:

- 0: nemůžeme použít, ciferný součet bychom splnili, ale číslo by bylo trojciferné.
- 3: $15 + 3 = 18 \Rightarrow$ číslo 3726,
- 6: $15 + 6 = 21 \Rightarrow$ číslo 3726,

- 9: $15 + 9 = 24 \Rightarrow$ číslo 3726,
 \Rightarrow celkem 3 možnosti 3, 6, 9.

c) $124\boxed{}$

U dělitelnosti tří nezáleží na pořadí cifer \Rightarrow stejný příklad jako v bodě a) \Rightarrow celkem 3 možnosti 2, 5, 8.

Pedagogická poznámka: Cílem bodu c) není znovu spočítat příklad, ale všimnout si, že jde o stejný příklad jako v bodu a) a výsledek stačí opsat.

Př. 3: Najdi pravidlo pro dělitelnost devíti. Zdůvodni ho.

Číslo je dělitelné devíti, právě když je jeho ciferný součet dělitelný devíti.

$$\begin{aligned} 585 &= 5 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 5 = 5 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 5 = 5 \cdot 99 + 5 \cdot 1 + 8 \cdot 9 + 8 \cdot 1 + 5 = \\ &= 5 \cdot 99 + 8 \cdot 9 + 5 + 8 + 5 = 6 \cdot 99 + 8 \cdot 9 + 18 \end{aligned}$$

Číslo jsme rozdělili na dvě části:

- zelenou, která je dělitelná devíti bez ohledu na to, jaké cifry číslo obsahuje,
- červenou (ciferný součet), která nemusí být dělitelná devíti, ale když dělitelná devíti je, je devíti dělitelné celé číslo.

Př. 4: Mezi čísla z příkladu 1 najdi ta, která jsou dělitelná devíti.
125, 591, 444, 1457, 2763, 10 781, 96 207

125: $1 + 2 + 5 = 8 \Rightarrow$ číslo není dělitelné devíti.

591: $5 + 9 + 1 = 15 \Rightarrow$ číslo není dělitelné devíti.

444: $4 + 4 + 4 = 12 \Rightarrow$ číslo není dělitelné devíti.

1457: $1 + 4 + 5 + 7 = 17 \Rightarrow$ číslo není dělitelné devíti.

2763: $2 + 7 + 6 + 3 = 18 \Rightarrow$ číslo je dělitelné devíti.

10 781: $1 + 0 + 7 + 8 + 1 = 17 \Rightarrow$ číslo není dělitelné devíti.

96 207: $9 + 6 + 2 + 0 + 7 = 24 \Rightarrow$ číslo není dělitelné devíti.

Pedagogická poznámka: Stejná čísla jako v příkladu 1 jsou použita schválně. Kdo dává pozor a má příklad 1 pořádně zapsaný ušetří velkou většinu práce.

Př. 5: Najdi nejmenší a největší čtyřciferné číslo, které je dělitelné:
a) devíti b) třemi.

a) nejmenší a největší čtyřciferné číslo dělitelné devíti

Nejmenší čtyřciferné číslo: 1000 \Rightarrow musíme zvětšit ciferný součet o 8, přidáváme na místo jednotek (aby se číslo zvětšilo co nejméně) \Rightarrow nejmenší čtyřciferné číslo dělitelné devíti je 1008.

Největší čtyřciferné číslo: 9999 \Rightarrow je dělitelné 9.

b) nejmenší a největší čtyřciferné číslo dělitelné třemi

Nejmenší čtyřciferné číslo: 1000 \Rightarrow musíme zvětšit ciferný součet o 2, přidáváme na místo jednotek (aby se číslo zvětšilo co nejméně) \Rightarrow nejmenší čtyřciferné číslo dělitelné třemi je 1002.

Největší čtyřciferné číslo: 9999 \Rightarrow je dělitelné třemi.

Př. 6: Rozhodni, co je pravda.

a) Každé číslo dělitelné třemi je dělitelné devíti.

b) Každé číslo dělitelné devíti je dělitelné třemi.

a) Každé číslo dělitelné třemi je dělitelné devíti.

Není pravda, například 15 je dělitelné třemi, ale není dělitelné devíti.

b) Každé číslo dělitelné devíti je dělitelné třemi.

Je to pravda, číslo dělitelné devíti je dělitelné i třemi protože $9 = 3 \cdot 3$.

Př. 7: Do oddílu chodí 18 dětí. Do kolika stejně početných skupin se mohou rozdělit?

Rozdělujeme na stejně početné skupiny a nikdo nesmí zůstat \Rightarrow hledáme čísla, kterými je dělitelné číslo 18.

$18 = 1 \cdot 18 \Rightarrow$ jedna osmnáctičlenná skupina nebo 18 jednočlenných skupin.

$18 = 2 \cdot 9 \Rightarrow$ dvě devítičlenné skupiny nebo 9 dvoučlenných skupin.

$18 = 3 \cdot 6 \Rightarrow$ tři šestičlenné skupiny nebo 6 trojčlenných skupin.

Př. 8: Jedno pole plotu (prostor mezi dvěma sloupky) má šířku 240 cm. Plotová prkna se na něj dávají svisle a je možné je koupit v šířkách od 8 cm do 16 cm. Jaký počet a jakých prken můžeme na pole použít, abychom pole přesně zaplnili a nemuseli žádné prkno řezat podél.

Pokud nemáme prkna řezat podélně, musí být 240 násobek zvolené šířky prkna \Rightarrow zjišťujeme, které z možných šířek prken jsou děliteli čísla 240.

Př. 9: Najdi znak dělitelnosti osmi. Jaká další čísla budou mít podobný znak? Proč?

Př. 10: Najdi všechny způsoby, jak doplnit do rámečků číslice tak, aby vzniklo trojciferné číslo dělitelné: a) dvěma a ne třemi b) třemi a ne dvěma

4

Shrnutí: