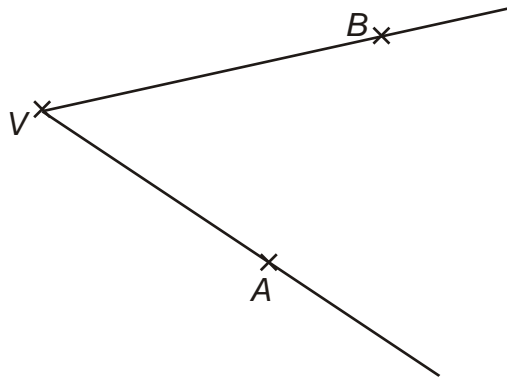
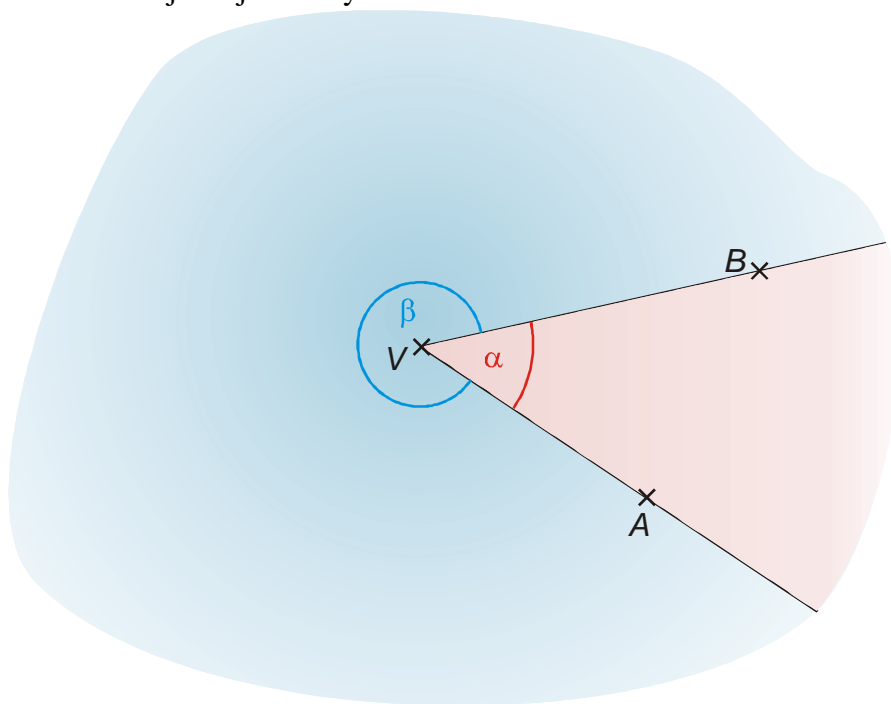


1.5.1 Úhel

Předpoklady: 010409



Dvě polopřímky VA a VB se společným počátečním bodem V rozdělily rovinu na dvě části, které označujeme jako úhly.



červený úhel (konvexní)

$\sphericalangle AVB$ nebo $\sphericalangle BVA$

- Bod V označujeme jako vrchol.
- Polopřímky VA a VB označujeme jako ramena.
- Mezi body úhlu patří všechny body jeho ramen a všechny body ležící uvnitř.
- Často označujeme úhly pomocí řeckých písmen (nejčastěji α , β , γ , δ , φ a ω).
- Do obrázku vyznačujeme úhel kruhovým obloukem.

modrý úhel (nekonvexní)

$\sphericalangle AVB$ nebo $\sphericalangle BVA$

Body, které tvoří úhel, můžeme získat i tím, že jedno z ramen otočíme okolo vrcholu vhodným směrem k druhému rameni.

Pedagogická poznámka: Od začátku se snažím, aby žáci vnímali úhel také jako důsledek otáčení ramen, což ukazují na přiloženém souboru pro Geogebra.

Př. 1: Který z bodů úhlu $\sphericalangle CDE$ je vrcholem úhlu? Kde leží dva zbývající body, které úhel určují?

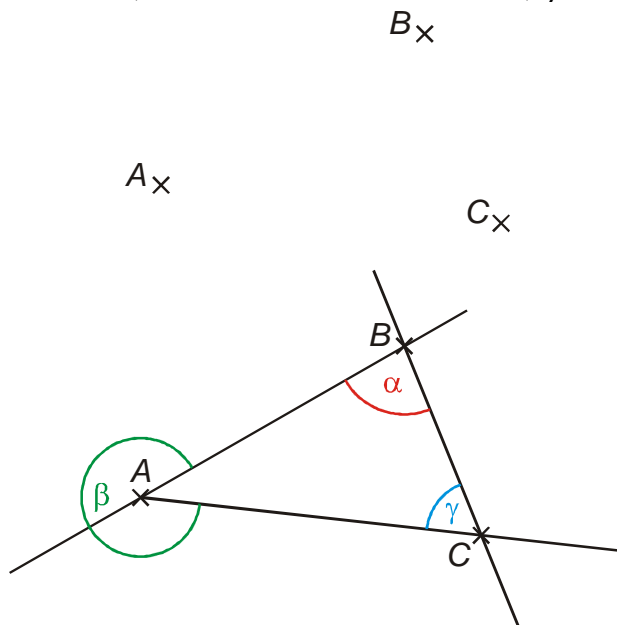
Vrchol úhlu píšeme v jeho označení vždy jako prostřední písmeno \Rightarrow vrcholem úhlu $\sphericalangle CDE$ je bod D . Zbývající body leží na jeho ramenech (polopřímkách, které mají společný počátek v bodu D).

Př. 2: Překresli obrázek do sešitu a vyznač v něm úhly:

a) $\alpha = \sphericalangle CBA$

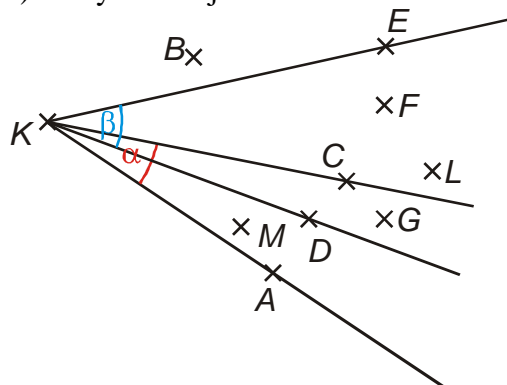
b) $\beta = \sphericalangle BAC$

c) $\gamma = \sphericalangle ACB$



Př. 3: Na obrázku jsou nakresleny úhly α a β .

- Popiš oba úhly pomocí bodů.
- Které body na obrázku náležejí úhlu α ?
- Které body na obrázku náležejí úhlu β i úhlu α ?
- Které body na obrázku náležejí úhlu β , ale nenáležejí úhlu α ?
- Který z úhlů je větší?



a) Popiš oba úhly pomocí bodů.

$\alpha = \sphericalangle CKA$

$\beta = \sphericalangle EKD$

b) Které body na obrázku náležejí úhlu α ?

Úhlu α náležejí body A, K, M, D, G, C .

c) Které body na obrázku náležejí úhlu β i úhlu α ?

Úhlu α i β náležejí body K, D, G, C .

d) Které body na obrázku náležejí úhlu β , ale nenáležejí úhlu α ?

Úhlu β náležejí a zároveň úhlu α nenáležejí body L, F, E .

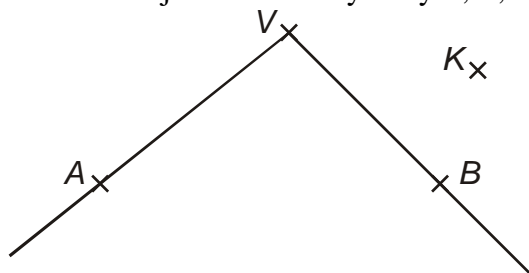
e) Který z úhlů je větší?

Větší je úhel β .

- Více možných zdůvodnění:
- zabírá větší část roviny,
- je více „rozevřený“,
- část úhlu β , která nenáležejí také úhlu α , je jasně větší než část úhlu α , která nenáležejí úhlu β ,
- ...

Pedagogická poznámka: Poslední bod předchozího příkladu samozřejmě neřešíme exaktně, protože ještě nevíme přesně, jak se velikost úhlu měří. Jde jen o to, aby bylo jasné, že velikost úhlů odpovídá běžné představě.

Př. 4: Na obrázku jsou nakresleny body A, V, B a K . Náleží bod K do úhlu AVB ?



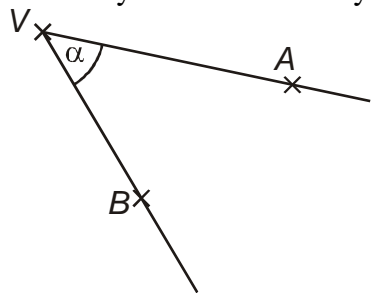
Na otázku v zadání nelze odpovědět. Bod K leží v nekonvexním úhlu AVB a neleží v konvexním úhlu AVB . Pokud nerozhodneme, o kterém z těchto úhlů mluvíme, nemůžeme rozhodnout ani o tom, zda do něj bod K patří nebo ne.

Pedagogická poznámka: Protože v předchozím příkladu vystupují pouze konvexní úhly, najde se určitě dost žáků, kteří budou přesvědčeni, že bod K v úhlu AVB neleží. Situaci by měla vyjasnit diskuse mezi žáky.

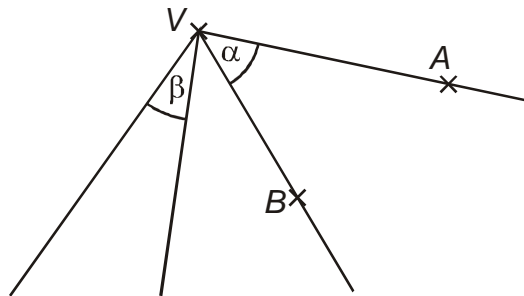
Př. 5: Na obrázku je nakreslen úhel α . Dokresli do obrázku konvexní úhel β tak aby platilo:

- Úhly α a β mají společný jen bod V .
- Úhly α a β nemají žádný společný bod.
- Úhly α a β mají společné jen rameno VA .
- Všechny body úhlu β náležejí úhlu α .
- Úhly α a β mají společný trojúhelník ABV .

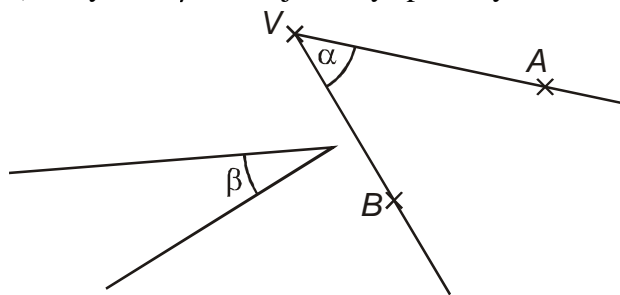
Pro každý bod nakresli nový obrázek.



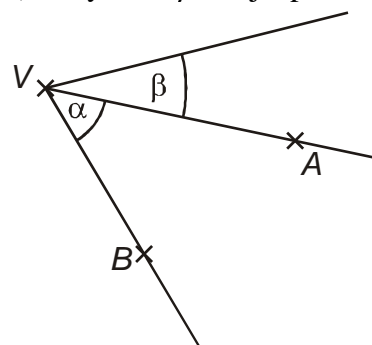
a) Úhly α a β mají společný je bod V .



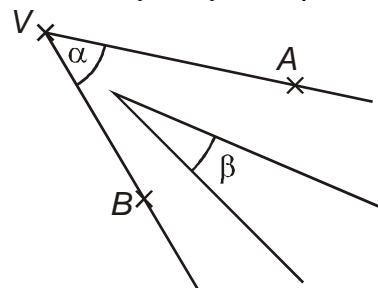
b) Úhly α a β nemají žádný společný bod.



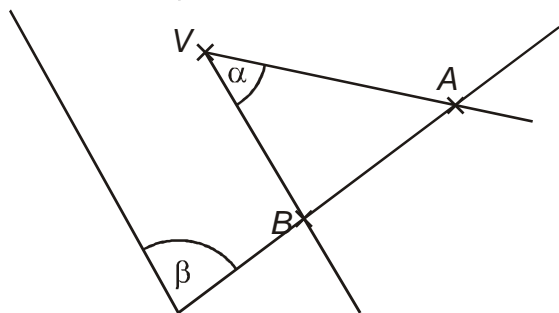
c) Úhly α a β mají společné jen rameno VA .



d) Všechny body úhlu β náležejí úhlu α .



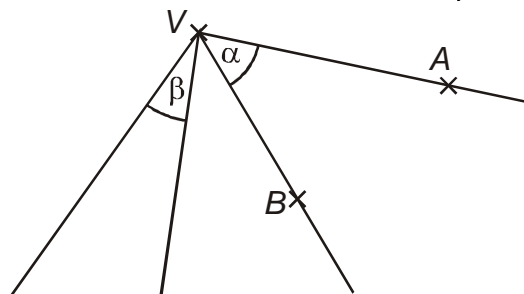
e) Úhly α a β mají společný trojúhelník ABV .



Př. 6: Které z bodů předchozího příkladu by měly a které by neměly řešení, pokud by vrcholem úhlu β musel být bod V .

a) Úhly α a β mají společný je bod V .

Příklad má řešení s vrcholem úhlu β v bodě V .

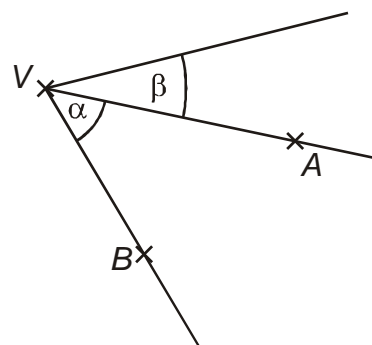


b) Úhly α a β nemají žádný společný bod.

Příklad nemá řešení s vrcholem úhlu β v bodě V (tento bod je bodem úhlu α a je tudíž společným bodem obou úhlů).

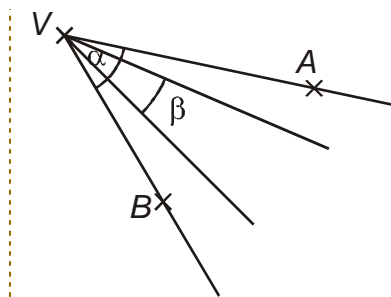
c) Úhly α a β mají společné jen rameno VA .

Příklad má řešení s vrcholem úhlu β v bodě V .



d) Všechny body úhlu β náležejí úhlu α .

Příklad má řešení s vrcholem úhlu β v bodě V .



e) Úhly α a β mají společný trojúhelník ABV .
Příklad nemá řešení s vrcholem úhlu β v bodě V .

Shrnutí: Dvě polopřímky se společným počátkem rozdělují rovinu na dva úhly.