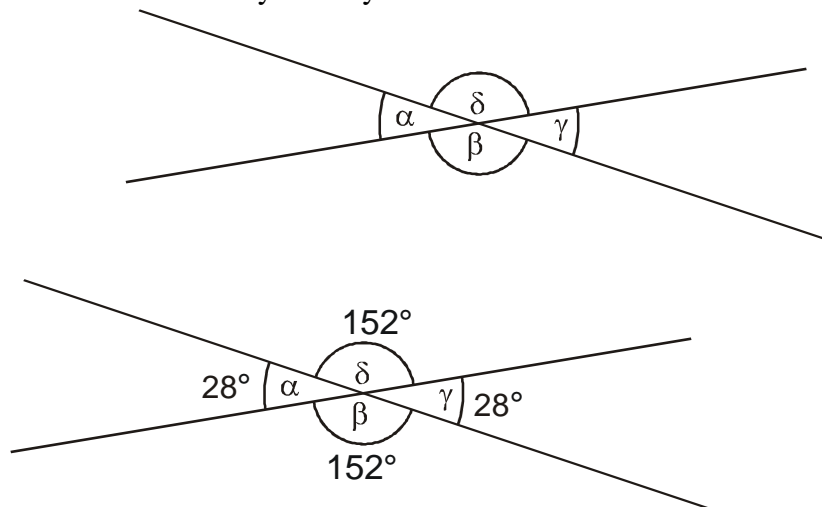


1.5.13 Vedlejší a vrcholové úhly

Předpoklady: 010512

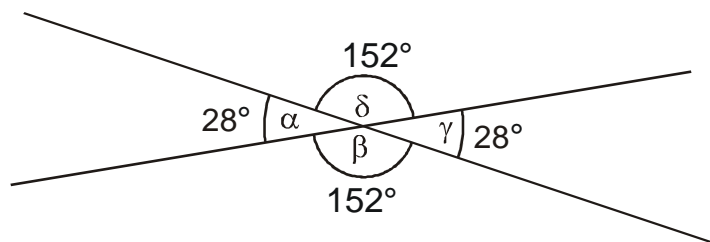
Pedagogická poznámka: Předem je dobré upozornit, že hlavním oříškem hodiny není zavedení pojmu a odvození pravidel. Obojí žáci zvládnou bez problémů a nečiní jim to žádné problémy. Největším oříškem hodiny je popis obou pojmů, proto je tomuto zápisu věnován takový prostor.

Př. 1: Na obrázku jsou dvě různoběžné přímky. Obě přímky rozdělují rovinu na čtyři úhly se společným vrcholem v jejich průsečíku. Obrázek si přerýsuj do sešitu a změř velikosti vyznačených úhlů.



Pedagogická poznámka: Někdo z žák se asi zeptá, jak má obrázek přerýsovat, když nezná úhel, který obě přímky svírají, zda v takovém případě nestačí obrázek pouze překreslit. V takovém případě je třeba vysvětlit, že budeme potřebovat přesné výsledky (proto rýsujeme), ale nezáleží nám na úhlu přímek, proto není uveden a každý si ho může zvolit libovolně. Taková situace bude pro nás dokonce zajímavější, protože pokud dospějeme ke stejným závěrům, bude zřejmé, že na úhlu přímek nezáleží.

Př. 2: Za dvojici vrcholových úhlů označujeme úhly, které mají společný vrchol a jejichž ramena tvoří navzájem opačné polopřímky. Vypiš všechny dvojice vrcholových úhlů na obrázku z příkladu 1. Co platí pro velikost vrcholových úhlů?

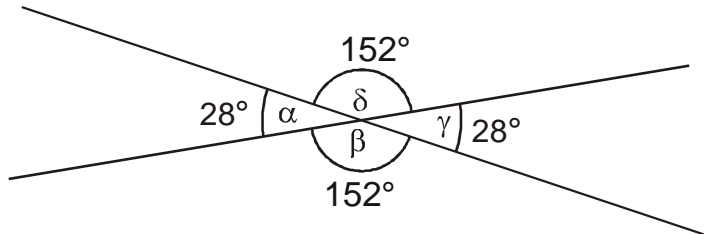


Na obrázku jsou dvě dvojice vrcholových úhlů

- α, γ (velikost je 28°),
- β, δ (velikost je 152°).

Vrcholové úhly mají stejnou velikost.

Př. 3: Jako dvojici vedlejších úhlů označujeme úhly, které mají společný vrchol a jedno rameno. Zbývající ramena obou úhlů tvoří navzájem opačné polopřímky. Vypiš všechny dvojice vedlejších úhlů na obrázku. Co platí pro velikost vedlejších úhlů?

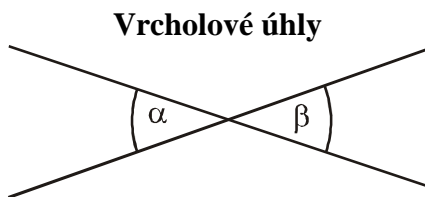


Na obrázku jsou čtyři dvojice vrcholových úhlů

- α, β ,
- β, γ ,
- γ, δ ,
- δ, α

Součet velikostí vrcholových úhlů je 180° .

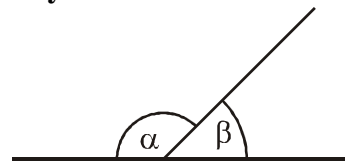
Př. 4: Zapiš si do sešitu poznámku (vysvětlení) o vrcholových a vedlejších úhlech.



Vrcholové úhly

Vrcholové úhly jsou shodné (mají stejnou velikost).

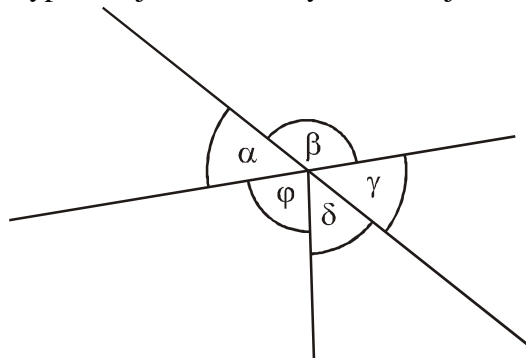
Vedlejší úhly



Součet velikostí vedlejších úhlů je 180° .

Pedagogická poznámka: V tomto okamžiku poznámky nekontrolujeme (schválně).

Př. 5: Vypiš dvojice vrcholových i vedlejších úhlů na obrázku.

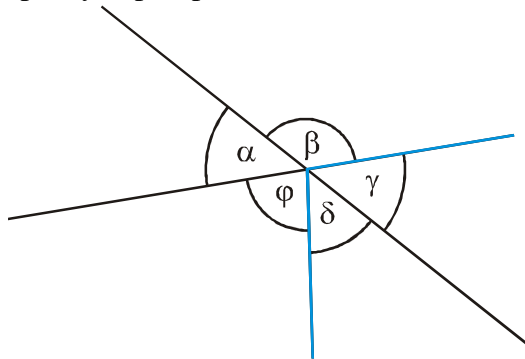


Vrcholové úhly:

- α, γ ,

další dvojice se na obrázku nenachází (pokud bychom brali součet úhlů φ a δ jako jeden úhel, druhou dvojicí by byly úhly $\beta, \varphi + \delta$).

Dvojice β, δ není dvojicí vrcholových úhlů, protože modrá ramena netvoří dvojici navzájem opačných polopřímek.

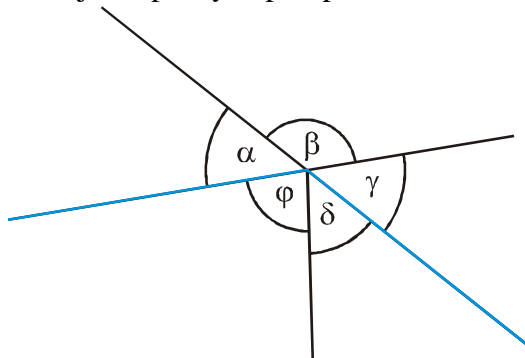


Vedlejší úhly:

- α, β ,
- β, γ ,

další dvojice se na obrázku nenachází (pokud bychom brali součet úhlů φ a δ jako jeden úhel, získali bychom další dvě dvojice $\gamma, \varphi + \delta$ a $\varphi + \delta, \alpha$).

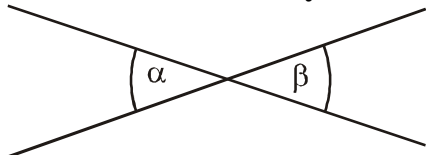
Dvojice δ, φ není dvojicí vedlejších úhlů, protože nespolečná ramena nejsou dvojicí navzájem opačných polopřímek.



Př. 6: Zkontroluj své poznámky, zda vylučují příklady zdánlivě vrcholových nebo zdánlivě vedlejších úhlů, rozebíraných v předchozím příkladu.

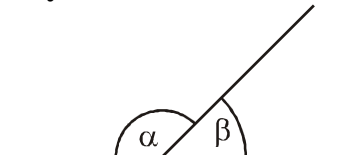
Dosavadní poznámky jsou v tomto nedostatečné.

Vrcholové úhly



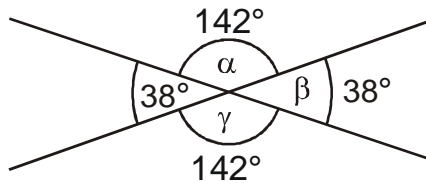
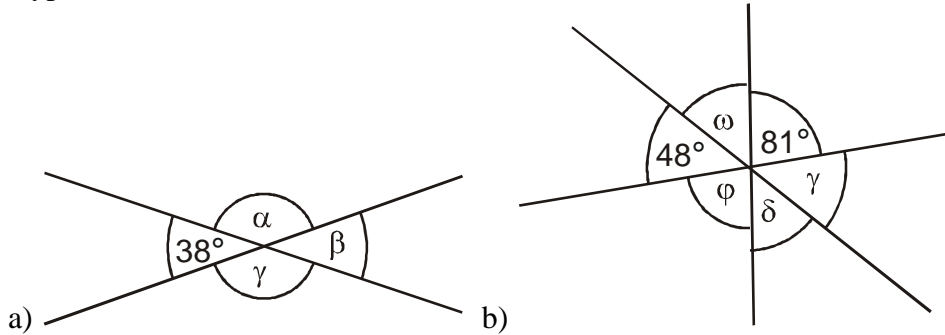
Vrcholové úhly jsou shodné (mají stejnou velikost). **Ramena tvoří dvojice navzájem opačných polopřímek.**

Vedlejší úhly

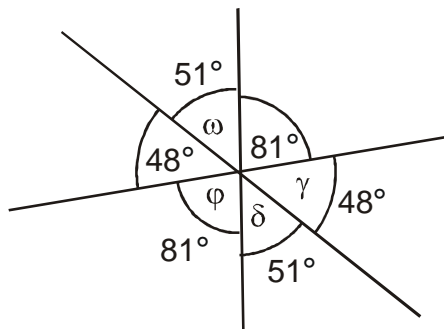


Součet velikostí vedlejších úhlů je 180° . **Nespolečná ramena jsou dvojicí navzájem opačných polopřímek.**

Př. 7: Vypočti velikost všech úhlů na obrázku.

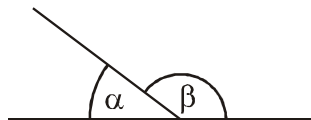


- $\beta = 38^\circ$ (vrcholový úhel s úhlem 38°),
- $\alpha = 142^\circ$ (vedlejší úhel s úhlem $38^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$),
- $\gamma = 142^\circ$ (vedlejší úhel s úhlem $38^\circ \Rightarrow \gamma = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$),



- $\gamma = 48^\circ$ (vrcholový úhel s úhlem 48°),
- $\varphi = 81^\circ$ (vrcholový úhel s úhlem 81°),
- $\omega = 51^\circ$ (úhly 48° , ω a 81° dohromady tvoří přímý úhel $\Rightarrow \omega = 180^\circ - 81^\circ - 48^\circ = 51^\circ$),
- $\delta = 51^\circ$ (vrcholový úhel s úhlem $\omega = 51^\circ$),

Př. 8: Urči velikosti vyznačených úhlů, jestliže platí $\beta = 4\alpha$.



- Úhel β je čtyřikrát větší než úhel α ,
- úhly α a β a jsou vedlejší a jejich součet se rovná 180° ,

\Rightarrow úhel α tvoří jednu pětinu úhlu 180° (zbyvající čtyři pětiny tvoří úhel β) \Rightarrow

$$\alpha = 180^\circ : 5 = 36^\circ.$$

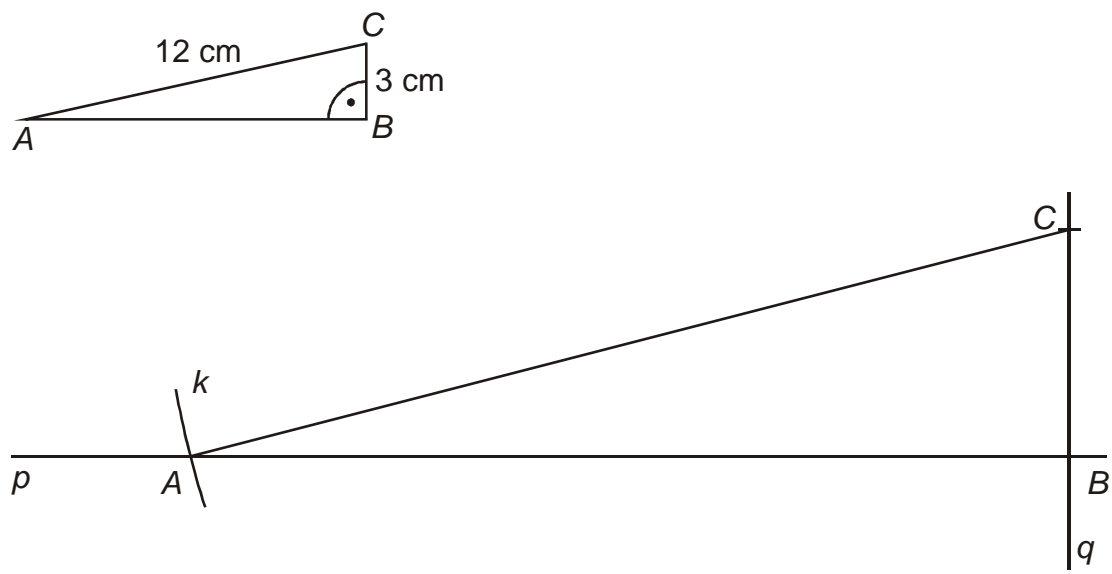
$$\beta = 4\alpha = 4 \cdot 36^\circ = 144^\circ$$

Pedagogická poznámka: Následující příklad je zábava pro rychlejší žáky, nepočítá se s tím, že ho stihnou všichni.

Př. 9: Sjezdovka o délce svahu (vzdálenosti, po které jezdíme) 600 m má převýšení 150 m. Pod jakým úhlem stoupá. Jaké její stoupání?

Musíme narysovat odpovídající trojúhelník.

Délky stran: nejjednodušší možnost 6 cm a 1,5 cm. Takový trojúhelník je poměrně malý \Rightarrow obě délky dvakrát zvětšíme na 12 cm a 3 cm. Rýsuje trojúhelník.



1. přímka p
2. bod B na přímce p
3. přímka q , kolmá na p bodem B
4. bod C , na přímce q , $|BC| = 3$ cm
5. kružnice $k(C; 12$ cm)
6. bod A průsečík kružnice k a přímky p

Změření zjistíme:

úhel stoupání $\alpha = 14,5^\circ$,

$|AB| = 11,6$ cm, $|BC| = 3 \Rightarrow$ stoupání: $3 : 11,6 = 0,26$

Sjezdovka stoupá pod úhlem $14,5^\circ$, stoupání svahu má hodnotu $0,26$.

Shrnutí: Dvě různoběžné přímky rozdělí rovinu na dvě dvojice shodných úhlů.