

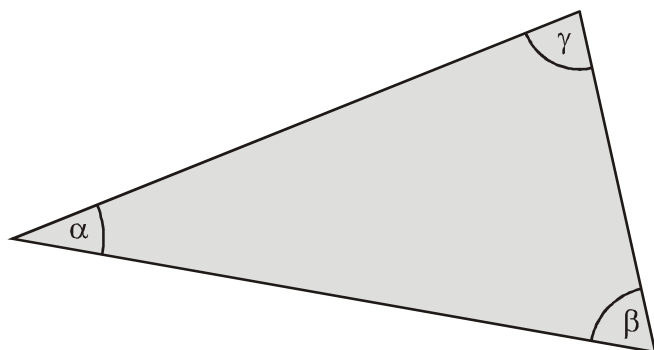
## 1.5.16 Vnitřní a vnější úhly trojúhelníku II

Předpoklady: 010515

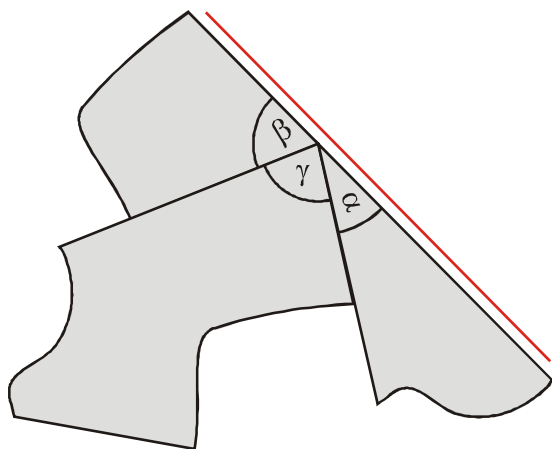
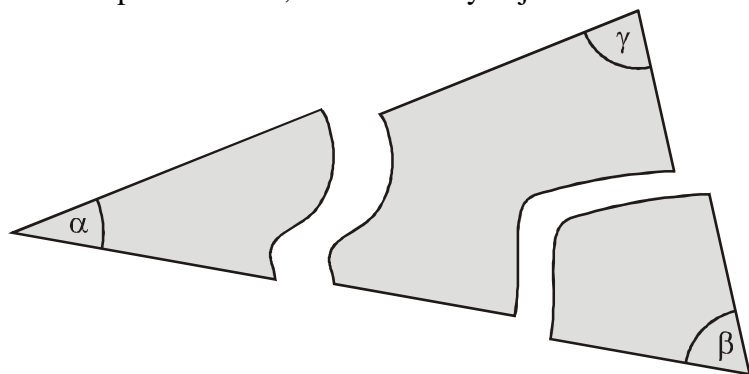
Velmi důležité pravidlo z minulé hodiny:

**Součet vnitřních úhlů trojúhelníku je vždy  $180^\circ$  ( $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ ).**

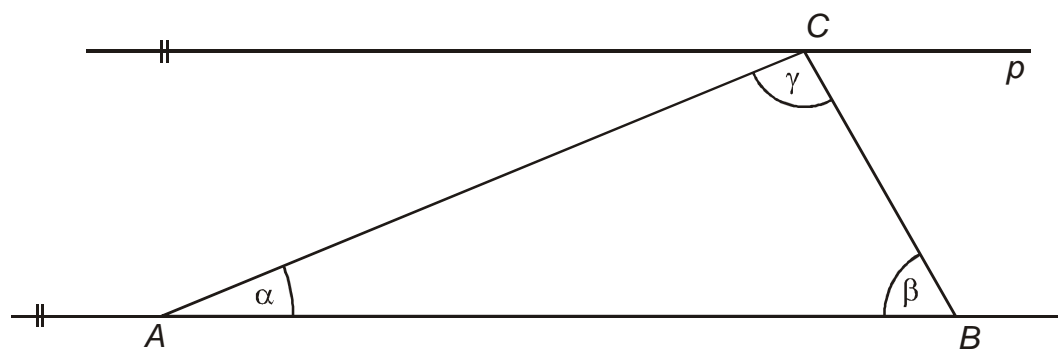
**Př. 1:** Narýsuj na samostatný papír (mimo sešit) libovolný trojúhelník. Vyznač do trojúhelníku vnitřní úhly. Vezmi do ruky nůžky a ověř, že pro úhly vnitřní úhly platí  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .



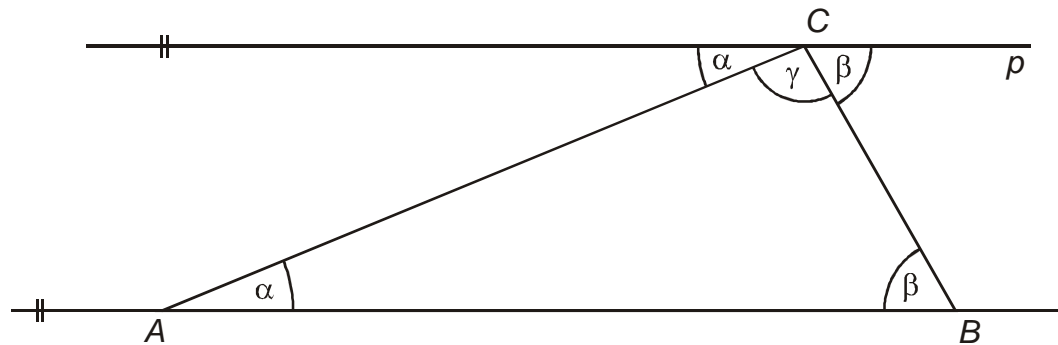
Trojúhelník vystřihneme a rozstřihneme ho na kousky tak, abychom mohli úhly přiložit k sobě a přesvědčit se, že dohromady dají  $180^\circ$ .



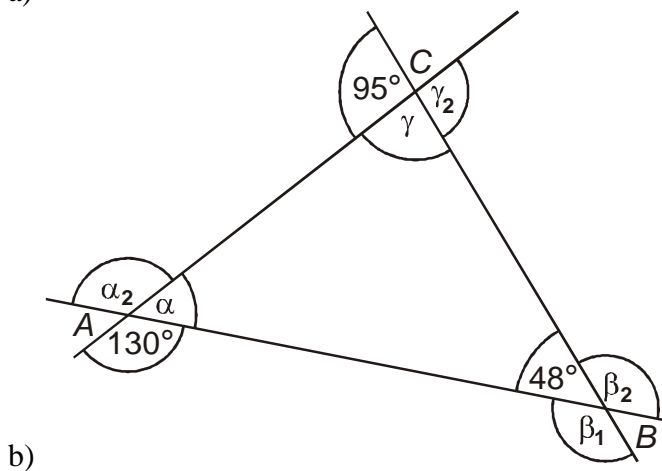
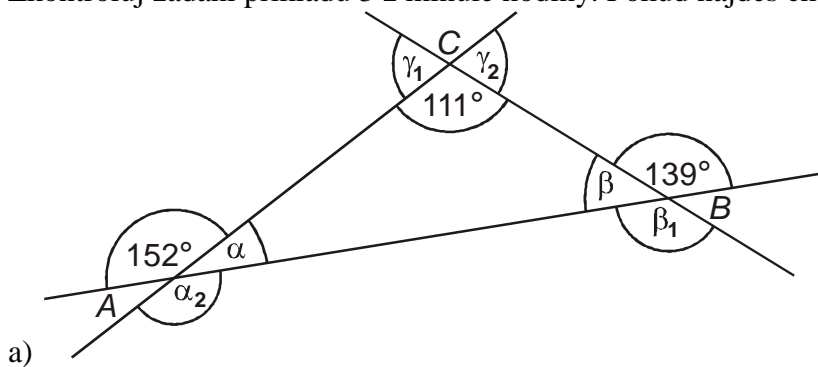
**Př. 2:** Nakresli libovolný trojúhelník  $ABC$ . Do obrázku dokresli přímku  $p$  rovnoběžnou se stranou  $AB$  procházející bodem  $C$ . Hledej v obrázku důkaz pro pravidlo  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .



Přímka  $p$  vytvořila se stranami trojúhelníku u vrcholu  $C$  další dva úhly, které jsou střídavé s úhly  $\alpha$  a  $\beta \Rightarrow$  úhly  $\alpha$ ,  $\beta$  a  $\gamma$  tvoří dohromady přímý úhel  $\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .

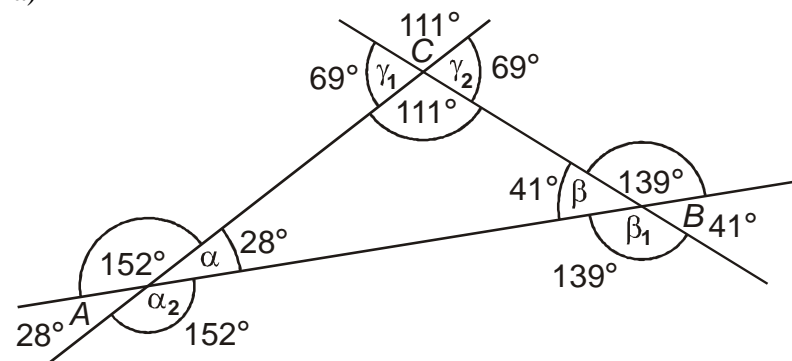


**Př. 3:** Zkontroluj zadání příkladu 3 z minulé hodiny. Pokud najdeš chybu oprav ji.



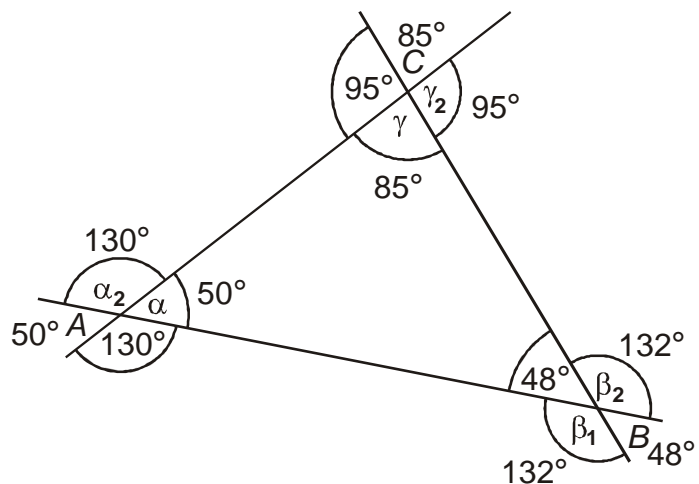
Pro vnitřní úhly obou trojúhelníků musí platit  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .

a)



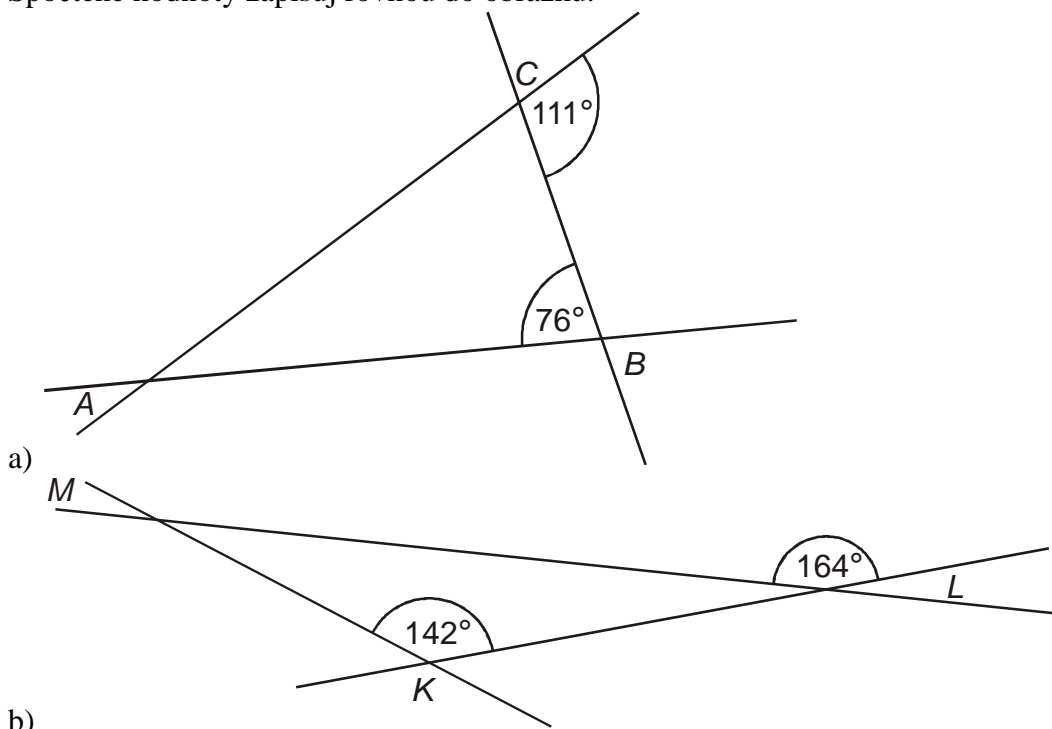
$$\alpha + \beta + \gamma = 28^\circ + 41^\circ + 111^\circ = 180^\circ \Rightarrow \text{zadání je v pořádku.}$$

b)

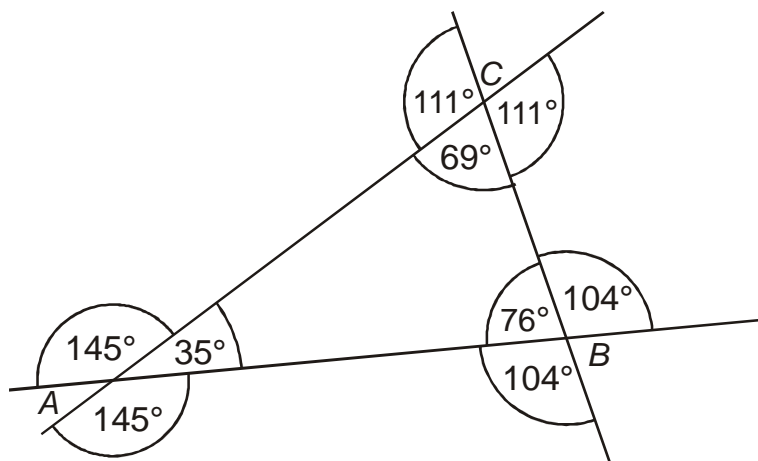


$\alpha + \beta + \gamma = 50^\circ + 48^\circ + 85^\circ = 183^\circ \Rightarrow$  zadání je špatně, musíme zmenšit hodnoty vnitřních úhlů tak, aby byl jejich součet o  $3^\circ$  menší.

**Př. 4:** Překresli trojúhelníky do sešitu a dopočítej všechny jejich vnitřní i vnější úhly. Spočtené hodnoty zapisuj rovnou do obrázku.



a)



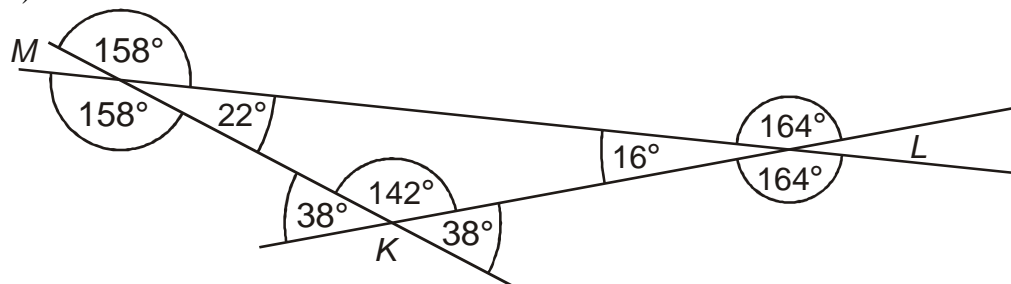
$$\beta_1 = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 111^\circ = 69^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 180^\circ - 76^\circ - 69^\circ = 35^\circ$$

$$\alpha_1 = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$$

b)



$$\alpha_1 = 180^\circ - 142^\circ = 38^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 164^\circ = 16^\circ$$

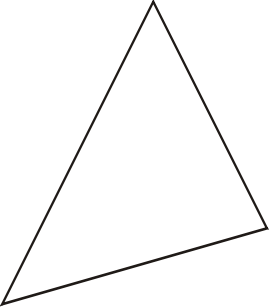
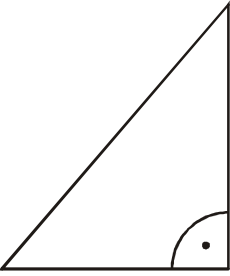
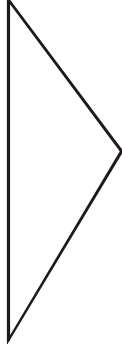
$$\gamma = 180^\circ - 142^\circ - 16^\circ = 22^\circ$$

$$\gamma_1 = 180^\circ - 22^\circ = 158^\circ$$

**Př. 5:** Podle velikosti vnitřních úhlů se trojúhelníky dělí na ostroúhlé, pravoúhlé a tupoúhlé. Překresli si do sešitu tabulku, do druhého řádku doplň obrázek, do třetího doplň poznávací znamení (vlastnost, kterou musí mít všechny trojúhelníky daného typu).

ostroúhlý trojúhelník	pravoúhlý trojúhelník	tupoúhlý trojúhelník

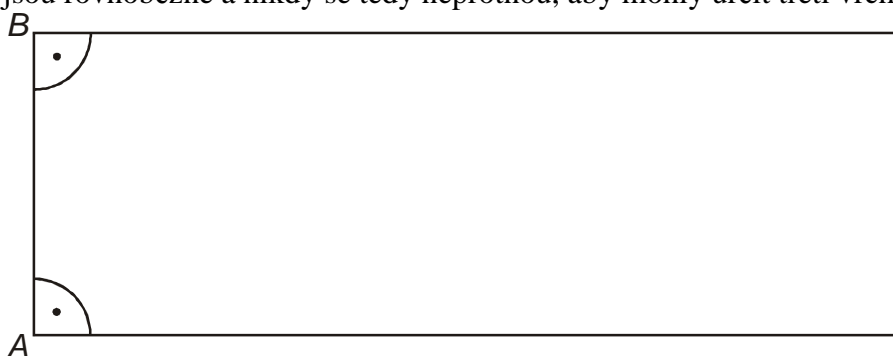
ostroúhlý trojúhelník	pravoúhlý trojúhelník	tupoúhlý trojúhelník
-----------------------	-----------------------	----------------------

		
Všechny vnitřní úhly jsou ostré.	Jeden vnitřní úhel je pravý.	Jeden vnitřní úhel je tupý.

**Př. 6:** Je možné sestrojít trojúhelník se dvěma pravými úhly?

Není to možné:

- Pokud by měl trojúhelník dva pravé úhly, jejich součet by byl  $180^\circ$  a třetí úhel by musel mít velikost nulovou.
- Když si zkusíme narysovat takový trojúhelník zjistíme, že dvě ze stran trojúhelníka jsou rovnoběžné a nikdy se tedy neprotnou, aby mohly určit třetí vrchol trojúhelníka.

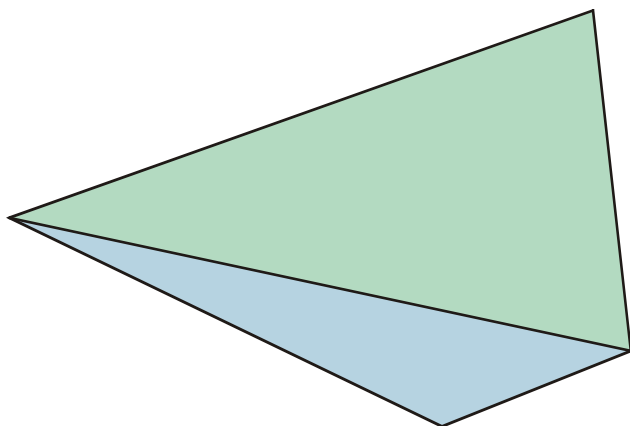


**Př. 7:** Jaké pravidlo platí pro součet vnitřních úhlů ve čtyřúhelníku? Dokaž ho.

Součet vnitřních úhlů v čtyřúhelníku je roven  $360^\circ$ .

Čtverec i obdélník mají čtyři pravé vnitřní úhly  $\Rightarrow$  zdá se, že součet vnitřních úhlů čtyřúhelníka by mohl být  $4 \cdot 90^\circ = 360^\circ$ .

Důkaz:



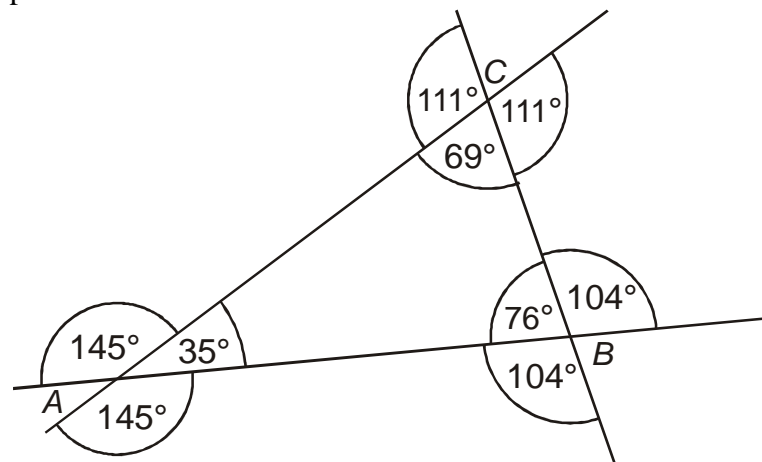
Úhlopříčka rozdělí čtyřúhelník na dva trojúhelníky, jejichž vnitřní úhly dohromady skládají vnitřní úhly čtyřúhelníku. Součet vnitřních úhlů čtyřúhelníku je tedy roven dvojnásobku součtu vnitřních úhlů trojúhelníku  $2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$ .

**Př. 8:** Existuje také pravidlo pro součet vnějších úhlů trojúhelníka?

Vnější úhly trojúhelníku jsou určeny vnitřními úhly (jsou vždy zbytkem do  $180^\circ$ )  $\Rightarrow$  zřejmě existuje pravidlo pro jejich součet.

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 180^\circ - \alpha + 180^\circ - \beta + 180^\circ - \gamma = 540^\circ - \alpha - \beta - \gamma = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$$

Součet vnějších úhlů v trojúhelníku je  $360^\circ$ , což můžeme ověřit na libovolném trojúhelníku z příkladu 4.



$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 145^\circ + 104^\circ + 111^\circ = 360^\circ$$

Pravidlo platí.

**Shrnutí:**