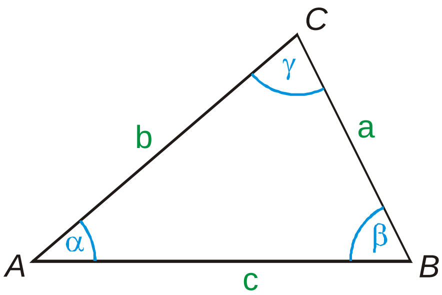
## 1.7.1 Pravidla pro strany a úhly trojúhelníku

**Předpoklady:** 010516

**Př. 1:** Načrtni obrázek trojúhelníku *ABC* a označ všechny úhly a strany trojúhelníku. Vypiš:

a) strany přilehlé k úhlu $\alpha$,
b) strany protilehlé úhlu $\beta$,
c) strany svírající úhel $\gamma$,
d) úhly přilehlé ke straně *a*,
e) úhly, které svírají strany *a* a *c*,
f) úhly protilehlé straně *b*.




a) strany přilehlé k úhlu $\alpha$: *b*, *c*.

b) strany protilehlé úhlu $\beta$: *b*.

c) strany svírající úhel $\gamma$: *a*, *b*.

d) úhly přilehlé ke straně *a*: $\beta$, $\gamma$.

e) úhly, které svírají strany *a* a *c*: $\beta$.

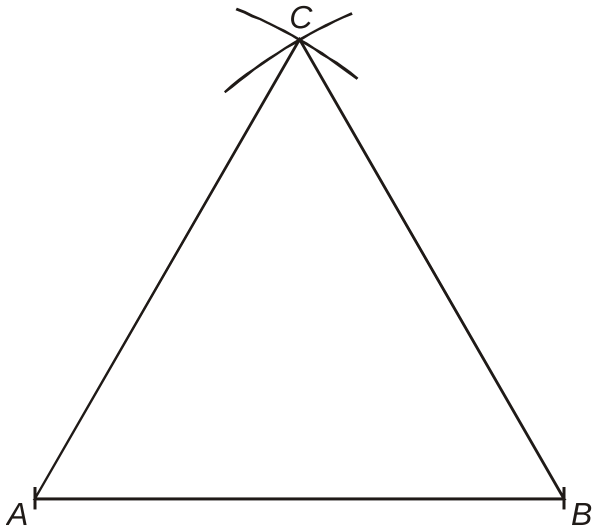
f) úhly protilehlé straně *b*: $\beta$.

**Př. 2:** Podle jakého kritéria (vlastnosti) dělíme na obecné, rovnoramenné a rovnostranné?

Na obecné, rovnoramenné a rovnostranné dělíme trojúhelníky podle délek jejich stran:

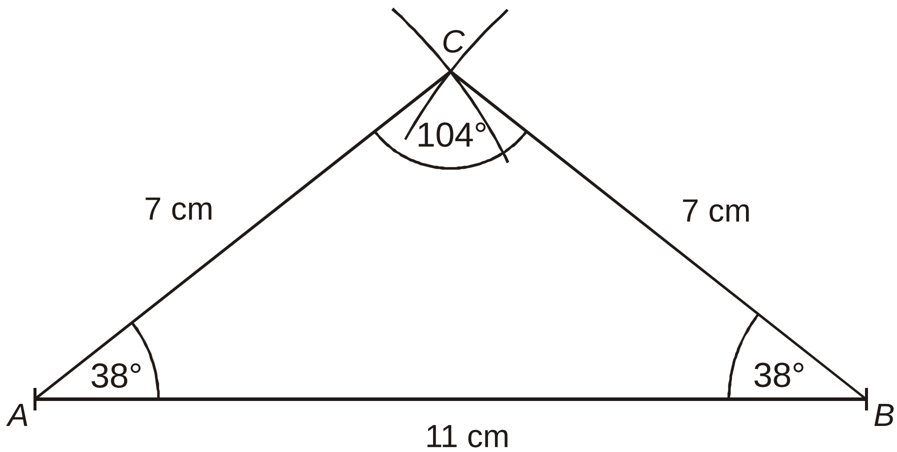
- všechny strany stejné $\Rightarrow$ trojúhelník rovnostranný,
- dvě strany stejné $\Rightarrow$ trojúhelník rovnoramenný,
- žádné dvě strany stejné $\Rightarrow$ trojúhelník obecný.

**Př. 3:** Narýsuj libovolný rovnostranný trojúhelník. Změř jeho vnitřní úhly. Jak souvisí velikosti vnitřních úhlů s velikostmi stran?




Pro vnitřní úhly platí: $\alpha = \beta = \gamma = 60°$.
Platí, že když jsou shodné všechny strany trojúhelníka, jsou shodné i všechny vnitřní úhly, protože jsou tři musí pro velikost každého z nich platit: $\alpha = \beta = \gamma = 180° : 3 = 60°$.

**Př. 4:** Narýsuj libovolný (co nejodlišnější od trojúhelníku, který rýsuje Tvůj soused) rovnoramenný trojúhelník. Změř jeho vnitřní úhly. Jak souvisí velikosti vnitřních úhlů s velikostmi stran?




Dva vnitřní úhly jsou shodné $\alpha = \beta = 38°$, velikost třetího je jiná $\gamma = 104°$. S velikostmi stran je to podobné, dvě strany jsou shodné a třetí je rozdílná.

**Př. 5:** Zformuluj pravidlo pro vztah mezi úhly a stranami, které zachycuje výsledky dvou předchozích příkladů.

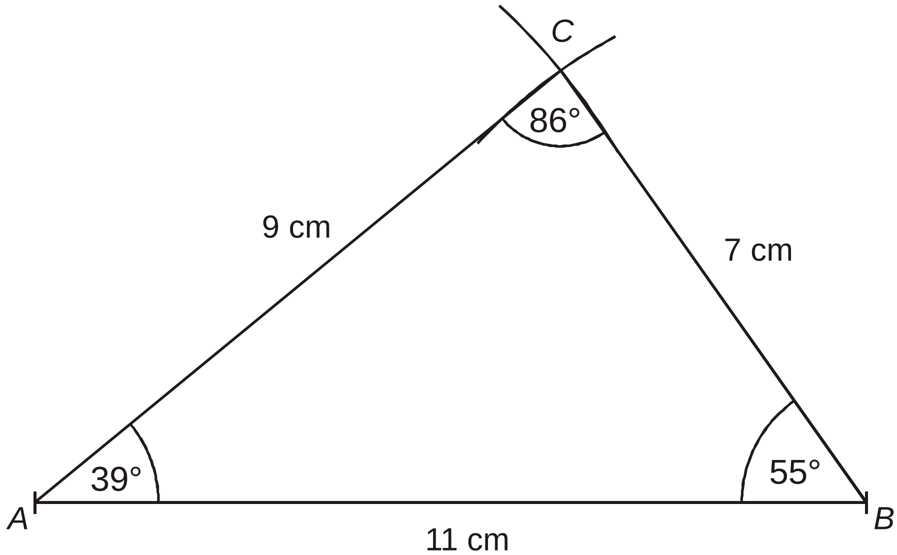
Trojúhelník má tolik shodných úhlů, kolik má shodných stran.
Navíc víme, kde shodné úhly leží. U rovnoramenného trojúhelníka jsou shodné strany *a*, *b* a shodné úhly $\alpha$ a $\beta$ (úhly ležící proti shodným stranám) $\Rightarrow$ proti shodným stranám leží shodné úhly.

Proti shodným stranám leží shodné úhly.

**Pedagogická poznámka:** První verze pravidla uvádějí pouze souvislost mezi počtem shodných stran a shodných úhlů (kolik má trojúhelník shodných stran, tolik má shodných úhlů). Tuto verzi označíme za správnou, ale neuspokojivou s tím, že jsme v příkladu 3 zjistili nejen, kolik shodných úhlů trojúhelník má, ale i které to jsou.

**Pedagogická poznámka:** Výsledky následujícího příkladu žáci průběžně kreslí na tabuli (náčrtek trojúhelníku, velikosti úhlů a velikosti jeho stran). U obrázku pak nejdříve zkontrolujeme pravidlo pro součet úhlů (otázka: "Které z obrázků jsou určitě špatně nebo nepřesně změřené?") a opravené obrázky pak využíváme pro diskusi o pravidle.

**Př. 6:** Narýsuj libovolný (co nejodlišnější od trojúhelníku, který rýsuje Tvůj soused) obecný trojúhelník. Změř jeho vnitřní úhly, změř velikosti jeho stran. Porovnej své výsledky s výsledky spolužáků. Souvisí velikost vnitřních úhlů s velikostmi jeho stran i u obecného trojúhelníku? Hledej jednoduché pravidlo.




Žádné dvě strany trojúhelníku nejsou shodné, žádné dva úhly trojúhelníku nejsou shodné.

- Největší úhel leží naproti největší straně.
- Nejmenší úhel leží naproti nejmenší straně.
- Prostředně velký úhel leží naproti prostředně velké straně.

Předchozí tři věty můžeme spojit do jedné:

- Proti větší straně leží větší úhel.

Závěr je logický, větší úhel znamená větší "rozevření" stran, které leží na jeho ramenech a tím větší délku strany, která musí tyto ramena zase spojit.

Proti větší straně leží větší úhel.

**Pedagogická poznámka:** Formulace druhého pravidla je podstatně rychlejší, protože žáci z předchozího pravidla ví, že mají sledovat úhly a protější strany. Určitě se nejdříve objeví tři oddělené věty, které se pak snažíme spojit do jediné.

**Př. 7:** Hledej další důvody proč mají rovnostranné trojúhelníky stejnou velikost vnitřních úhlů.

Rovnostranný trojúhelník je osově souměrný podle os každé ze tří stran $\Rightarrow$ každá dvojice vnitřních úhlů je osově souměrná $\Rightarrow$ každá dvojice vnitřních úhlů je shodná $\Rightarrow$ všechny vnitřní úhly jsou shodné.
Rovnostranný trojúhelník můžeme otočit o $120°$ a úhly přesune jeden na druhý $\Rightarrow$ všechny vnitřní úhly jsou shodné.
Všechny strany rovnostranného trojúhelníku jsou rovnocenné $\Rightarrow$ všechny úhly rovnostranného trojúhelníku musí být také rovnocenné.

**Shrnutí:** Proti větším stranám leží v trojúhelníku větší úhly.