

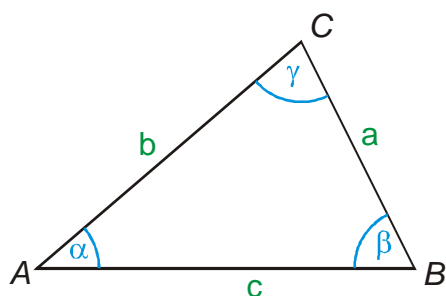
1.7.1 Pravidla pro strany a úhly trojúhelníku

Předpoklady: 010516

Př. 1: Načrtni obrázek trojúhelníku ABC a označ všechny úhly a strany trojúhelníku.

Vypiš:

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) strany přilehlé k úhlu α , | b) strany protilehlé úhlu β , |
| c) strany svírající úhel γ , | d) úhly přilehlé ke straně a , |
| e) úhly, které svírají strany a a c , | f) úhly protilehlé straně b . |



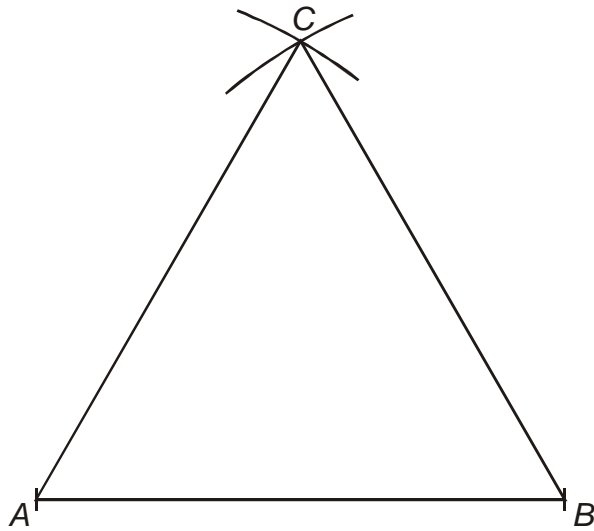
- a) strany přilehlé k úhlu α : b, c .
- b) strany protilehlé úhlu β : b .
- c) strany svírající úhel γ : a, b .
- d) úhly přilehlé ke straně a : β, γ .
- e) úhly, které svírají strany a a c : β .
- f) úhly protilehlé straně b : β .

Př. 2: Podle jakého kritéria (vlastnosti) dělíme na obecné, rovnoramenné a rovnostranné?

Na obecné, rovnoramenné a rovnostranné dělíme trojúhelníky podle délek jejich stran:

- všechny strany stejné \Rightarrow trojúhelník rovnostranný,
- dvě strany stejné \Rightarrow trojúhelník rovnoramenný,
- žádné dvě strany stejné \Rightarrow trojúhelník obecný.

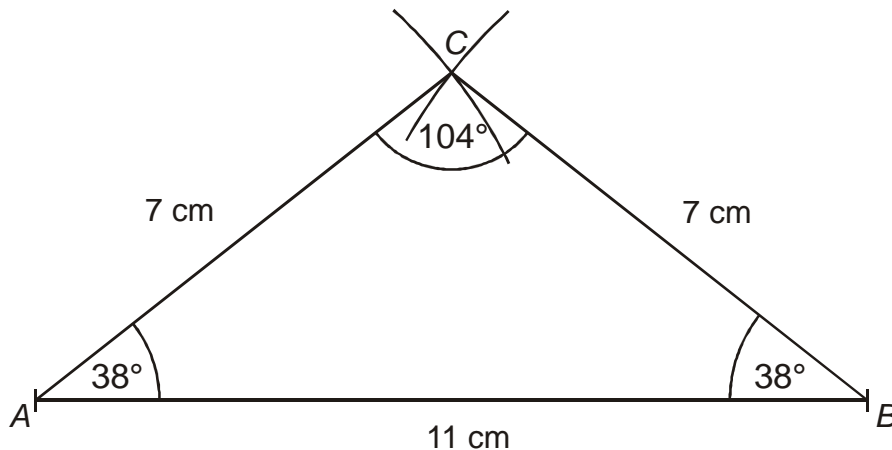
Př. 3: Narýsuj libovolný rovnostranný trojúhelník. Změř jeho vnitřní úhly. Jak souvisí velikosti vnitřních úhlů s velikostmi stran?



Pro vnitřní úhly platí: $\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$.

Platí, že když jsou shodné všechny strany trojúhelníka, jsou shodné i všechny vnitřní úhly, protože jsou tři musí pro velikost každého z nich platit: $\alpha = \beta = \gamma = 180^\circ : 3 = 60^\circ$.

Př. 4: Narýsuj libovolný (co nejodlišnější od trojúhelníku, který rýsuje Tvůj soused) rovnoramenný trojúhelník. Změř jeho vnitřní úhly. Jak souvisí velikosti vnitřních úhlů s velikostmi stran?



Dva vnitřní úhly jsou shodné $\alpha = \beta = 38^\circ$, velikost třetího je jiná $\gamma = 104^\circ$. S velikostmi stran je to podobné, dvě strany jsou shodné a třetí je rozdílná.

Př. 5: Zformuluj pravidlo pro vztah mezi úhly a stranami, které zachycuje výsledky dvou předchozích příkladů.

Nejnápadnější pravidlo: Trojúhelník má tolik shodných úhlů, kolik má shodných stran.

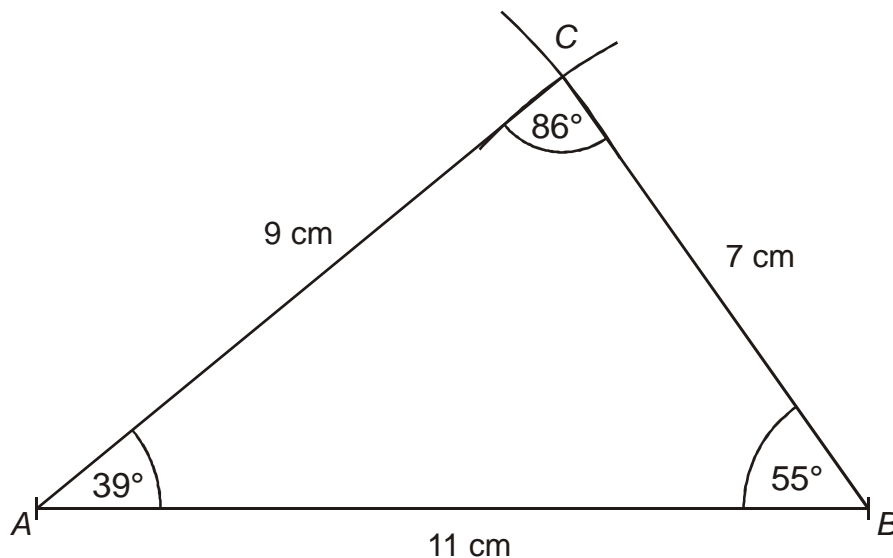
Navíc víme, kde shodné úhly leží. U rovnoramenného trojúhelníka jsou shodné strany a , b a shodné úhly α a β (úhly ležící proti shodným stranám) \Rightarrow proti shodným stranám leží shodné úhly.

Proti shodným stranám leží shodné úhly.

Pedagogická poznámka: První verze pravidla uvádějí pouze souvislost mezi počtem shodných stran a shodných úhlů (kolik má trojúhelník shodných stran, tolik má shodných úhlů). Tuto verzi označíme za správnou, ale neuspokojivou s tím, že jsme v příkladu 3 zjistili nejen, kolik shodných úhlů trojúhelník má, ale i které to jsou.

Pedagogická poznámka: Výsledky následujícího příkladu žáci průběžně kreslí na tabuli (náčrtek trojúhelníku, velikosti úhlů a velikosti jeho stran). U obrázku pak nejdříve zkontrolujeme pravidlo pro součet úhlů (otázka: "Které z obrázků jsou určitě špatně nebo nepřesně změřené?") a opravené obrázky pak využíváme pro diskusi o pravidle.

Př. 6: Narýsuj libovolný (co nejodlišnější od trojúhelníku, který rýsuje Tvůj souseď) obecný trojúhelník. Změř jeho vnitřní úhly, změř velikosti jeho stran. Porovnej své výsledky s výsledky spolužáků. Souvisí velikost vnitřních úhlů s velikostmi jeho stran i u obecného trojúhelníku? Hledej jednoduché pravidlo.



Žádné dvě strany trojúhelníku nejsou shodné, žádné dva úhly trojúhelníku nejsou shodné.

- Největší úhel leží naproti největší straně.
- Nejmenší úhel leží naproti nejmenší straně.
- Prostředně velký úhel leží naproti prostředně velké straně.

Předchozí tři věty můžeme spojit do jedné:

- Proti větší straně leží větší úhel.

Závěr je logický, větší úhel znamená větší "rozevření" stran, které leží na jeho ramenech a tím větší délku strany, která musí tyto ramena zase spojit.

Proti větší straně leží větší úhel.

Pedagogická poznámka: Formulace druhého pravidla je podstatně rychlejší, protože žáci z předchozího pravidla ví, že mají sledovat úhly a protější strany. Určitě se nejdříve objeví tři oddělené věty, které se pak snažíme spojit do jediné.

Př. 7: Hledej další důvody, proč mají rovnostranné trojúhelníky stejnou velikost vnitřních úhlů.

Rovnostranný trojúhelník je osově souměrný podle os každé ze tří stran \Rightarrow každá dvojice vnitřních úhlů je osově souměrná \Rightarrow každá dvojice vnitřních úhlů je shodná \Rightarrow všechny vnitřní úhly jsou shodné.

Rovnostranný trojúhelník můžeme otočit o 120° a úhly přesune jeden na druhý \Rightarrow všechny vnitřní úhly jsou shodné.

Všechny strany rovnostranného trojúhelníku jsou rovnocenné \Rightarrow všechny úhly rovnostranného trojúhelníku musí být také rovnocenné.

Shrnutí: Proti větší straně v trojúhelníku leží větší úhel.