

1.7.3 Výšky v trojúhelníku I

Předpoklady: 010702

Pedagogická poznámka: Měřítko prvních tří obrázků jsou zapsána tak, aby žáci spočítali přibližné výšky skutečných památek. U posledního obrázku se mi nepodařilo skutečnou památku určit, proto jsem měřítko vymyslel. Pokud by někdo skutečnou památku identifikoval, příklad samozřejmě ihned opravím.

Pedagogická poznámka: Zakreslování výšek v „nepřirozených“ polohách je pro některé žáky velký problém, proto se dá očekávat, že při řešení příkladu 3 se třída rozpadne na několik částí. Velkou roli při řešení příkladu 3 hraje dobře nakreslené a barevně vyznačené řešení příkladu 2 jak na papírku v lavici (proto je nutné na něm zejména u slabších žáků trvat) tak na tabuli. U některých žáků se zjistí, že nedokáží rýsovat kolmice na jiné než vodorovné přímky, v takovém případě je lepší rýsování výšek přerušit a nechat je narýsovat výšky do doučovacího papírku. Další pomocí je výslovné upozornění, na možnost otáčení papírku tak, aby strana, na kterou výšku rýsuje, byla vodorovná.

Pedagogická poznámka: Papírků na rýsování příkladů 2, 3, 4 je třeba připravit víc, protože část žáků bude mít první pokus úplně špatně.

Př. 1: Na obrázcích jsou zachyceny některé zajímavé turistické památky. U každé památky je napsáno měřítko, ve kterém je obrázek nakreslen. Vyznač do všech obrázků vzdálenost, kterou je možné označit jako výšku památky. Pak tyto vzdálenosti postupně měř a spočti z nich výšky skutečných památek. Sestav postup, jak z obrázku zjistit výšku památky. Výsledky zkontroluj.

1:7000

1:1270

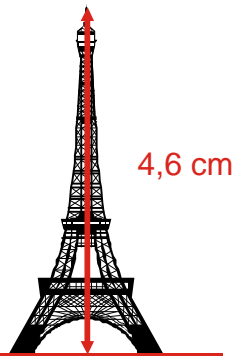
1:230

1:70



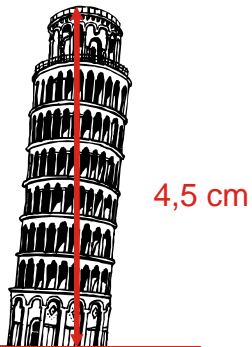
Měřítko 1:7000 \Rightarrow 1 cm na obrázku představuje 7000 cm ve skutečnosti.

a)



Měřítko 1:7000 \Rightarrow skutečná velikost: $4,6 \cdot 7000 \text{ cm} = 32200 \text{ cm} = 322 \text{ m}$

b)



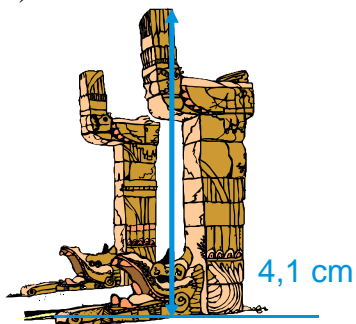
Měřítko 1:1270 \Rightarrow skutečná velikost: $4,5 \cdot 1270 \text{ cm} = 5715 \text{ cm} = 57 \text{ m}$

c)



Měřítko 1:230 \Rightarrow skutečná velikost: $4,6 \cdot 230 \text{ cm} = 1058 \text{ cm} = 10,6 \text{ m}$

d)



Měřítko 1:70 \Rightarrow skutečná velikost: $4,1 \cdot 70 \text{ cm} = 287 \text{ cm} = 2,9 \text{ m}$.

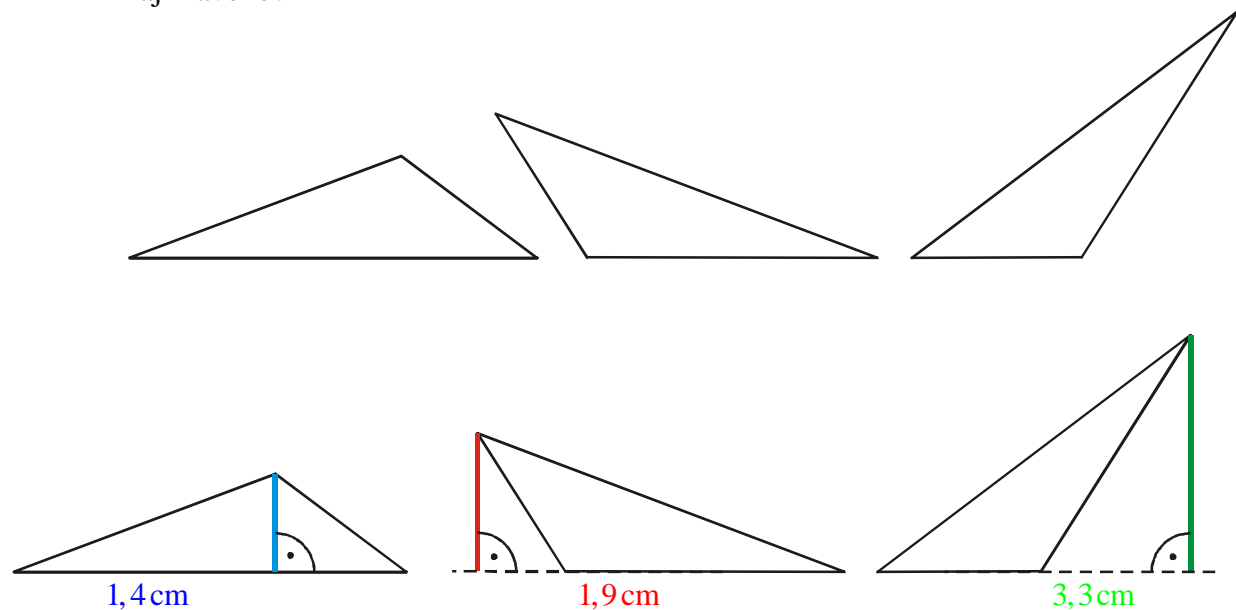
Postup pro zjišťování výšky z obrázku:

- Narýsujeme vodorovnou čáru.
- Z nejvyššího místa obrázku nakreslíme kolmici k vodorovné čáře.
- Změříme délku kolmice.
- Změřenou délku vynásobíme měřítkem a převedeme na metry.

Pedagogická poznámka: Většina žáků kreslí výšku do obrázků jinak. Narýsují dvě odhadem vodorovné přímkou a výšku umístí mezi ně mimo obrázek. Takový postup označují za správný, ale zbytečně zdlouhavý. Svůj postup ukazují avšak nevnucují. Hlavním cílem příkladu je nakreslení výšek, proto je v zadání uvedeno, že žáci mají nejdříve všechny výšky zakreslit a pak teprve počítat.

Pedagogická poznámka: Památky na obrázcích: a) – Eiffelova věž v Paříži, b) - Šikmá věž v Pise, c) – Památník americké námořní pěchoty (někdy označovaný jako Památník Iwo Jima) u Arlingtonského národního hřbitova u Washingtonu, d) sloupy na vrcholu Chrámu bojovníků v Chichen Itza (zde je měřítko pouze odhadnuté).

Př. 2: Na obrázcích jsou nakresleny trojúhelníky. Narýsuj a změř jejich výšky. Každou z narýsovaných výšek vytáhni jinou barvou. Co je na trojúhelnících v zadání zajímavého?



Pedagogická poznámka: Po vyřešení příkladu 1 nebývá s předchozím příkladem větší problém. Značný počet žáků si všimne i toho, že jde o stejný trojúhelník.

Trojúhelník v předchozím příkladu byl ve skutečnosti pouze jeden - pouze jsme ho postavili na různé strany \Rightarrow trojúhelník nemá jednu, ale ve skutečnosti tři výšky (podle toho na jakou stranu ho „postavíme“) \Rightarrow všechny tři výšky musíme být schopni nakreslit do každého ze tří obrázků.

Pedagogická poznámka: Nejobtížnějším okamžikem hodiny je až následující příklad 3. Poté, co se shodneme, že jsme v předchozím příkladu nakreslili do jednoho trojúhelníka tři výšky a že jejich existence by neměla záviset na tom je trojúhelník natočený, začnou žáci výšky kreslit. Situace jim ulehčují tím, že na tabuli překreslím všechny tři polohy a do každé dokreslím původní výšku jinou barvou

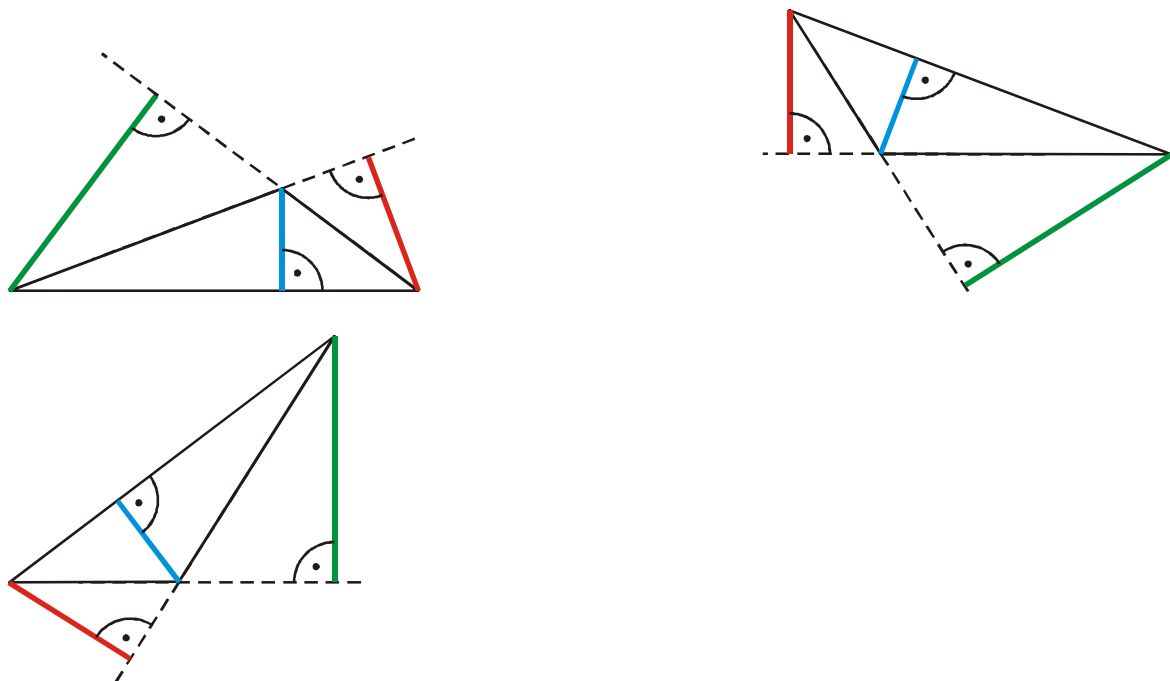
(to samé mají mít žáci na svém papírku z příkladu 2). Můžeme se pak dohodovat i přes barvy („chybí ti modrá výška, ...“) a koukat se na papírek, jak výška vypadala při jiném natočení trojúhelníku (je to vlastně i cvičení na odhad toho, jak obrázek vypadá při otočení).

Pro žáky s největšími problémy zůstává možnost si papírek s trojúhelníky pootočit v nejhorším případě pak obkreslit z řešení na tabuli, kam řešení postupně kreslím (se značnou ztrátou po většině třídy tak, abychom došli ke kontrole příkladu a zmínce o označení výšek nejpozději 15 minut před koncem hodiny).

Rychlejší žáci pokračují na příklad 4 bez toho, abychom si ujasnili značení s tím, že ho mají sami zkusit odhadnout.

Po této kontrole řešení příkladu na tabuli smažu (nebo schovám) a nejslabší žáci dostanou po vyřešení příkladu 4 ještě jeden papírek, aby si mohli výšky do příkladu 3 dokreslit ještě jednou.

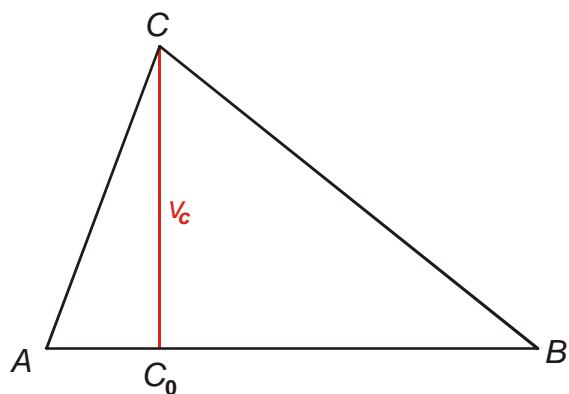
Př. 3: Dorýsuj do všech trojúhelníků i zbývající výšky. Jaké vlastnosti mají všechny výšky? Jak je nakreslíme?



Všechny výšky mají společné dvě vlastnosti:

- končí ve vrcholu trojúhelníku,
- jsou kolmé na protější stranu, u které končí.

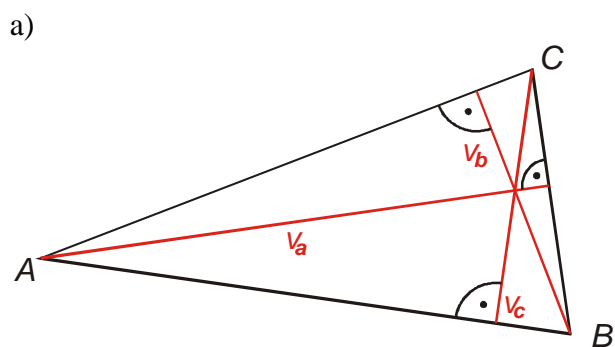
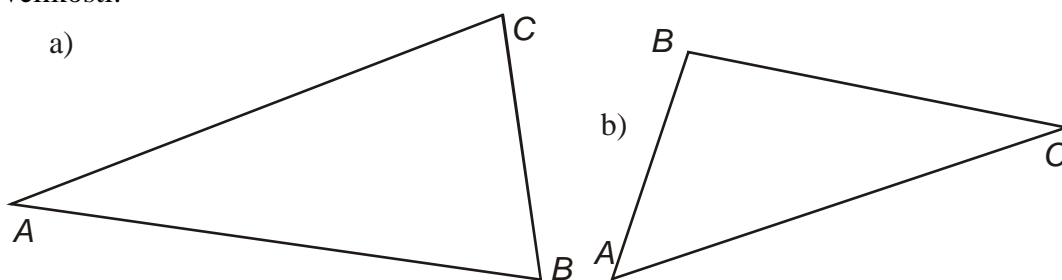
Postup narýsování výšky: Narýsujeme vrcholem kolmici na protější stranu. Pokud kolmice vede mimo trojúhelník, musíme protější stranu prodloužit.



- Výšku značíme podle strany, na kterou je kolmá (a vrcholu, kterým prochází).
- Bod, ve kterém se výška dotýká protější strany (a který je jejím druhým krajním bodem), nazýváme **patou výšky** (často ji označujeme jménem protějšího vrcholu a indexem 0 - například C_0).

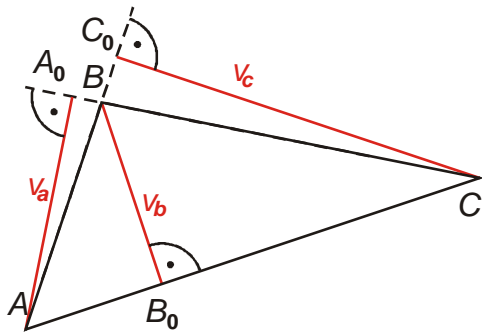
Výškou trojúhelníku rozumíme úsečku (nebo délku této úsečky), která spojuje vrchol trojúhelníku s patou kolmice vedené z tohoto vrcholu k přímce, na které leží protější strana.

Př. 4: Narýsuj do trojúhelníku ABC všechny výšky. Označ je, jejich paty a změř jejich velikosti.



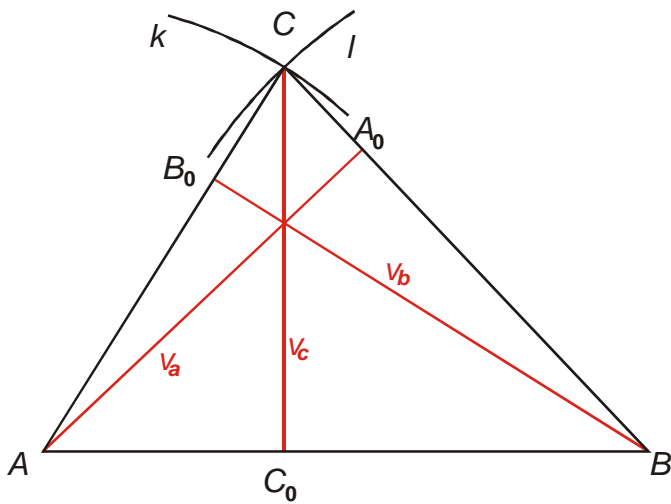
Délky výšek: $v_a = 6,8 \text{ cm}$, $v_b = 3,5 \text{ cm}$, $v_c = 3,4 \text{ cm}$.

b)



Délky výšek: $v_a = 3,1 \text{ cm}$, $v_b = 2,5 \text{ cm}$, $v_c = 5,1 \text{ cm}$.

Př. 5: Narýsuj trojúhelníku ABC : $c = 8 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $a = 7 \text{ cm}$. Narýsuj všechny výšky. Označ je i jejich paty a změř jejich velikosti.



Délky výšek: $v_a = 5,8 \text{ cm}$, $v_b = 6,8 \text{ cm}$, $v_c = 5,1 \text{ cm}$.

Shrnutí: Výška končí ve vrcholu a je kolmá na protější stranu.