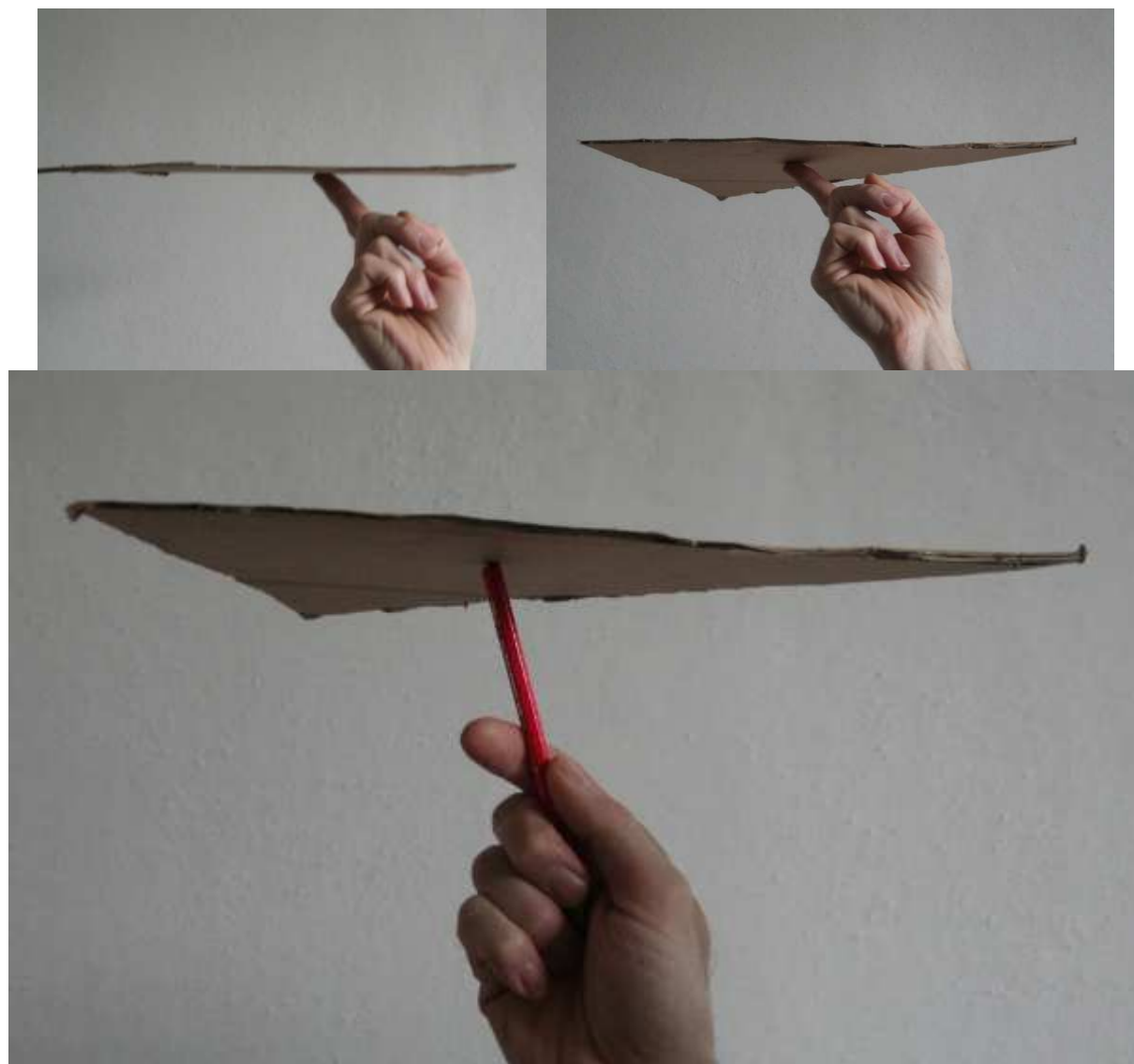


1.7.5 Těžnice trojúhelníku I

Předpoklady: 010704

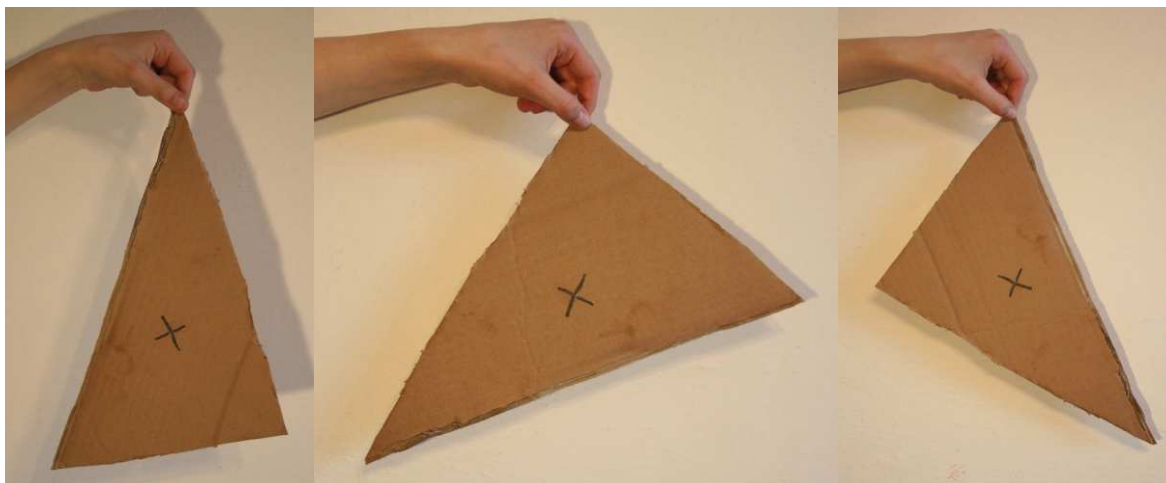
Pedagogická poznámka: Na vystřihování trojúhelníků přinesu do třídy už o přestávce velkou krabici nastříhanou na několik kusů. Pustím žákům zadání a ukážu jim svůj trojúhelník (kvůli velikosti). Část z nich si trojúhelník vystřihne už o přestávce, což urychlí začátek hodiny. Jinou možností je zadat vystřížení trojúhelníku jako domácí úkol na konci předchozí hodiny.

Př. 1: Vystřihni z kartónu obecný trojúhelník. Najdi na trojúhelníku místo, pod kterým jej musíš podložit, aby ti nespádl z prstu. Toto místo vyznač tužkou, fixem nebo propiskou.

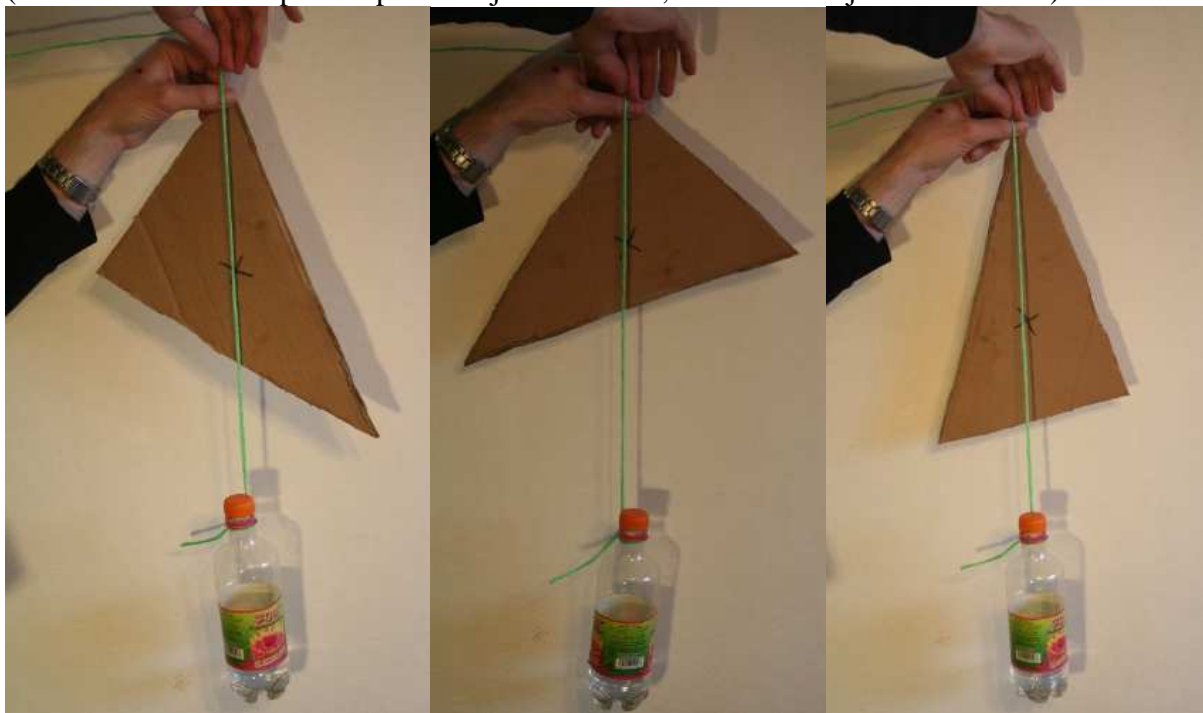


Nalezenému bodu říkáme **těžiště**, protože trojúhelník se chová, jako kdyby v těžišti byla soustředěna všechna tíha trojúhelníku.

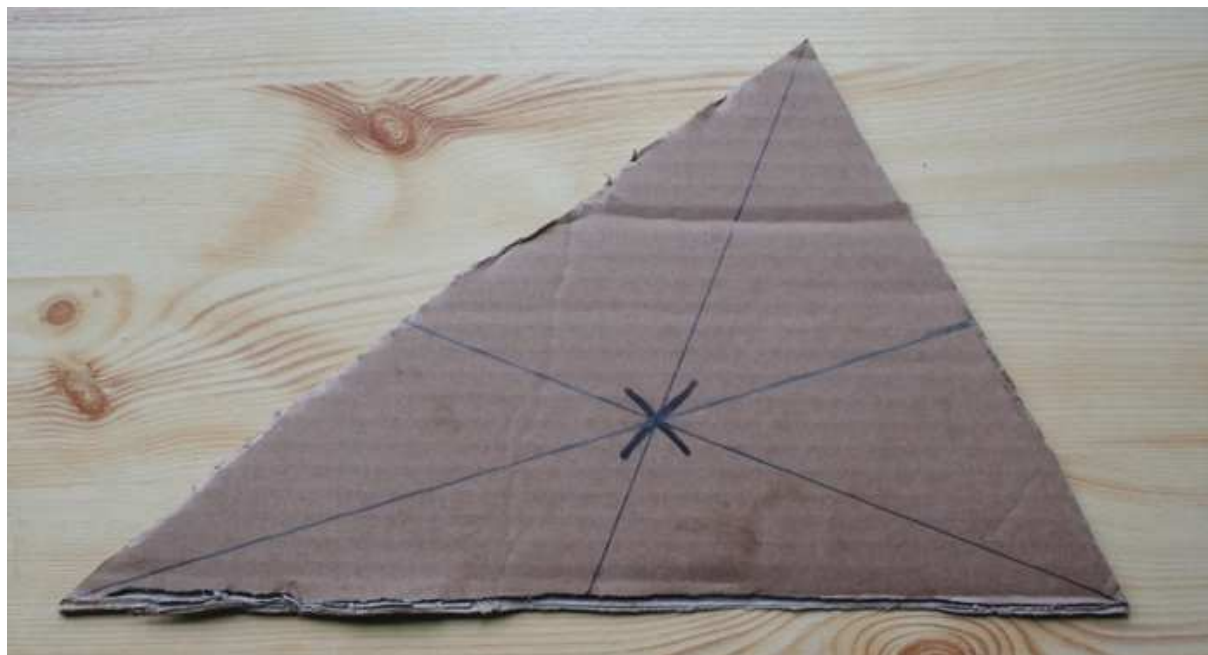
Př. 2: Vystřižený trojúhelník s vyznačeným těžištěm vezmi v jednom z vrcholů mezi dva prsty tak, aby nespadl, ale zároveň se mohl mezi prsty volně otáčet. Jak se trojúhelník natočí?



Trojúhelník se otočí vždy tak, aby těžiště bylo pod vrcholem, ve kterém trojúhelník držíme (těžiště leží na svislé přímkce procházející vrcholem, ve kterém trojúhelník držíme).



Př. 3: Zakresli na vystřižený trojúhelník přímky, které spojují vrchol s těžištěm. Hledej způsob, jak najít těžiště u trojúhelníku, který je nakreslený v sešitě a proto není možné ho vystříhnout a položit na prst.



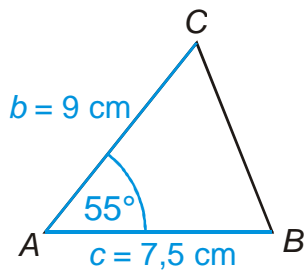
Těžiště získáme jako průsečík nakreslených přímek \Rightarrow potřebujeme najít způsob, jak je narýsovat. Jaké vlastnosti mají všechny nakreslené přímky?

- Procházejí vrcholem,
- procházejí těžištěm (což nám nepomůže, když jeho polohu neznáme),
- procházejí středem protější strany.

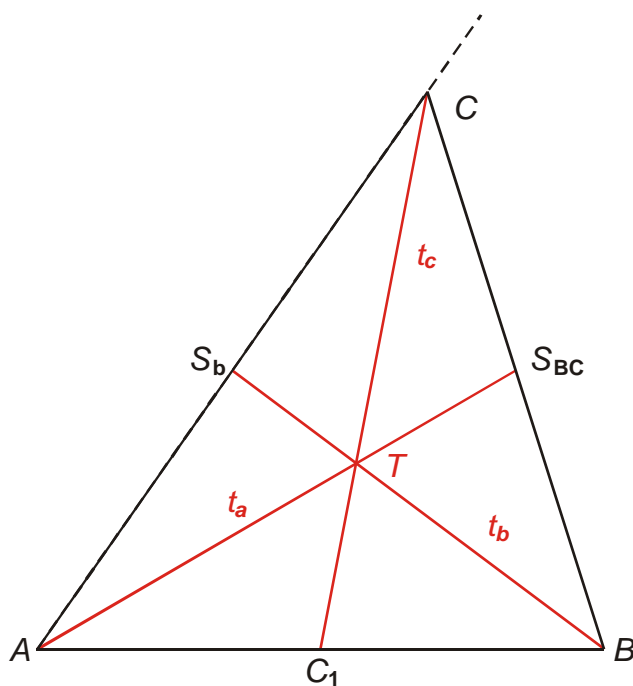
Pedagogická poznámka: Někteří žáci zakreslí na trojúhelník pouze spojnici vrcholu s těžištěm, takovým připomínám, že měli za úkol zakreslit přímku, většina z nich pak čáry protáhne.
Hledání pravidla pro rýsování těžnic je velmi individuální. Někteří si všimnou skutečnosti, že přímky ústí do středu protější strany hned. Jiní nejdříve zkoušejí zda nakreslené čáry nejsou výšky, osy stran nebo osy úhlů. Žákům, kteří tápají déle doporučuji spolupráci ve skupině, tak si rychleji navzájem vyvracejí mylné hypotézy. Pokud objevování vážně připomínám, že naše papírové trojúhelníky jsou nedokonalé, stejně jako naše určení těžiště a proto není možné očekávat, že případné zákonitosti budou platit úplně přesně.

Těžnice je úsečka, která spojuje vrchol trojúhelníku se středem protější strany. Všechny těžnice se protínají v jednom bodě (těžišti trojúhelníku).

Př. 4: Narýsuj trojúhelník ABC , $b = 9\text{ cm}$, $\alpha = 55^\circ$, $c = 7,5\text{ cm}$. Narýsuj a označ všechny těžnice trojúhelníku. Najdi jeho těžiště. Změř délky těžnic. Pro délky úseků těžnic platí zajímavé pravidlo, zkus ho najít.



Náčrtek: A $c = 7,5\text{ cm}$ B \Rightarrow narýsujeme stranu c , pak sestrojíme úhel α a na ramenu vyznačíme stranu b .



Délky těžnic: $t_a = 7,3\text{ cm}$, $t_b = 6,1\text{ cm}$, $t_c = 7,5\text{ cm}$.

Těžiště rozděluje všechny těžnice na kratší úsek (od středu strany do těžiště) a delší úsek (od těžiště k vrcholu), naměřené hodnoty jsou v tabulce:

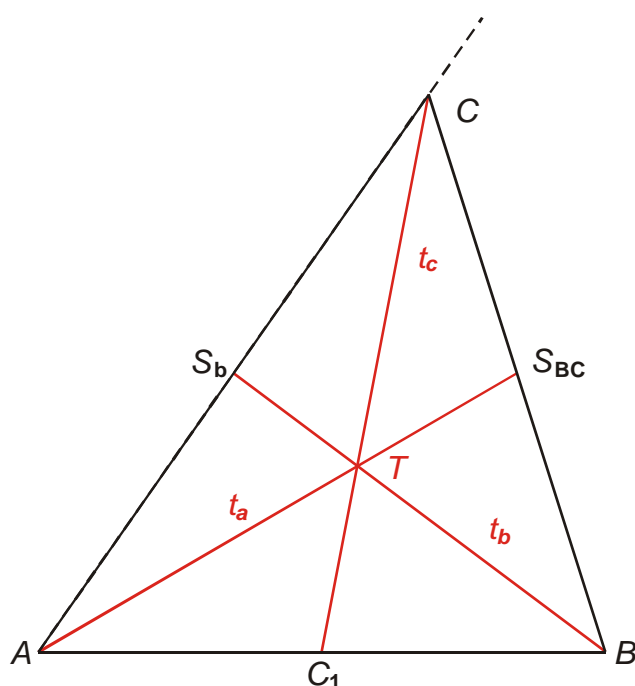
těžnice	celá těžnice	kratší úsek	delší úsek
t_a	7,3	2,4	4,9
t_b	6,1	2	4,1
t_c	7,5	2,5	5

Těžiště dělí těžnici tak, že úsek od vrcholu k těžišti je dvakrát delší než úsek od těžiště ke středu strany.

Úsek od středu strany k těžišti tvoří třetinu celé těžnice, úsek od těžiště k vrcholu tvoří dvě třetiny celé těžnice.

Př. 5: Na obrázku řešení předchozího příkladu jsou použity všechny tři nejčastější způsoby označování krajního bodu těžnice ležícího na protější straně (tento bod je někdy

označován jako pata těžnice). Vypiš je a zkus je vysvětlit.



- S_{BC} - střed strany BC ,
- S_b - střed strany b ,
- C_1 - druhý krajní bod těžnice t_c (označení C_0 je již vyhrazeno pro patu výšky).

Dodatek: Označení středu strany (paty těžnice) není jednotné, proto uvádíme nepoužívanější možnosti a řešíme logiku v nich skrytou.

Pedagogická poznámka: Značný počet žáků poplete označení stran nebo úhlu. Proto opakují, že si mají před vlastním rýsováním nakreslit náčrtek. S označením těžnic nejsou problémy.

Pravidlo pro dělení těžnice se daleko hůře objevuje u nepřesně narysovaných trojúhelníků, což je dobré místo pro zdůraznění významu přesného rýsování.

Někteří žáci mají problém s pochopením sousloví úsek těžnice. Stačí jim připomenout, aby si uvědomili, co znamená úsek cesty.

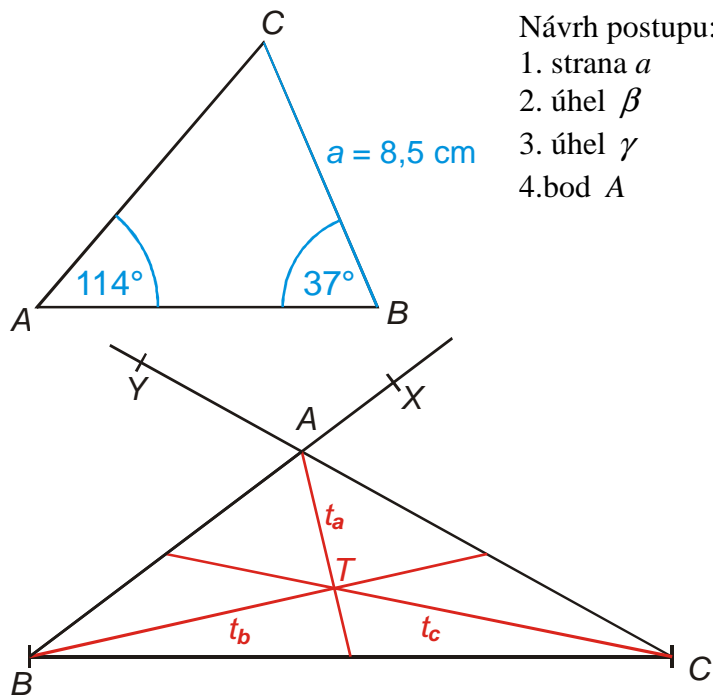
Při formulaci pravidla se často objevují slova jako horní a dolní úsek, v takovém případě vyžadují zpřesnění. Hned po kontrole příkladu se ptám, jakou část celé těžnice zaujímá úsek od středu strany do těžiště (třetina) a od těžiště do vrcholu (dvě třetiny).

Př. 6: Narýsuj trojúhelník ABC , $a = 8,5 \text{ cm}$, $\beta = 37^\circ$, $\alpha = 114^\circ$. Narýsuj a označ všechny těžnice trojúhelníku. Najdi jeho těžiště. Změř délky těžnic. Ověř pravidlo objevené v předchozím příkladu.

Náčrtek:

Můžeme dopočítat velikost úhlu γ :

$$\gamma = 180^\circ - 114^\circ - 37^\circ = 29^\circ.$$



Návrh postupu:

1. strana a
2. úhel β
3. úhel γ
4. bod A

těžnice	celá těžnice	kratší úsek	delší úsek
t_a	2,8	0,9	1,9
t_b	6,2	2,1	4,1
t_c	6,8	2,3	4,6

Shrnutí: Těžnice spojují vrchol se středem protější strany, protínají se v těžišti.