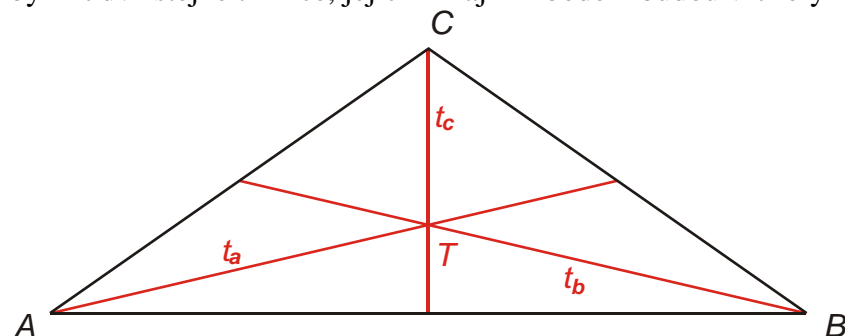


1.7.7 Těžnice trojúhelníku III

Předpoklady: 010706

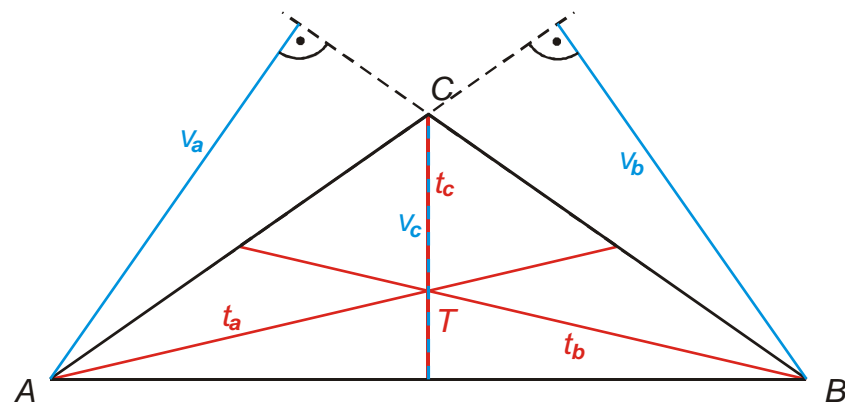
Př. 1: Existuje typ trojúhelníku, který má dvě těžnice stejné? Které z těžnic to budou? Narýsuj takový trojúhelník svůj odhad ověř. Co je v takovém trojúhelníku zajímavého na třetí těžnici? Přirýsuj do trojúhelníku výšky.

Rovnoramenný trojúhelník je osově souměrný \Rightarrow skládá se ze dvou stejných polovin \Rightarrow měl by mít dvě stejné těžnice, jejichž krajním bodem budou vrcholy základny.



Délky těžnic: $t_a = 7,7$ cm, $t_b = 7,7$ cm, $t_c = 3,5$ cm \Rightarrow potvrdil se náš odhad.

Třetí těžnice je kolmá na stranu c , leží na ose trojúhelníka a je zároveň výškou v_c .



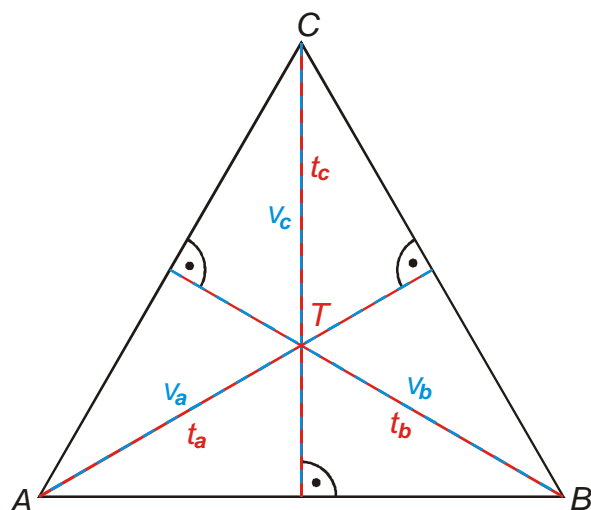
Př. 2: Najdi co nejvíce důvodů, proč těžiště trojúhelníku nemůže ležet mimo trojúhelník (jako někdy leží průsečík výšek).

Trojúhelník by nebylo možné podložit.

Těžnice vždy procházejí vnitřkem trojúhelníku \Rightarrow musí se uvnitř trojúhelníku i protnout.

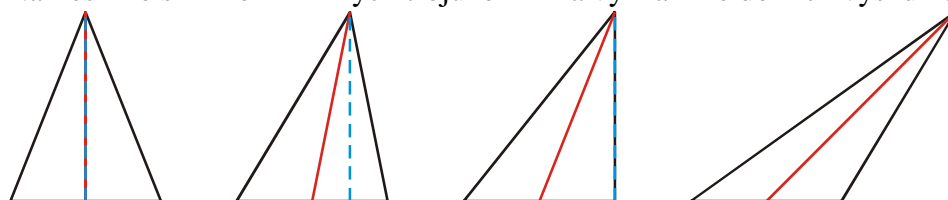
Př. 3: Existuje typ trojúhelníka, u kterého se alespoň dvě těžnice shodují s výškami? Narýsuj takový trojúhelník a svůj odhad ověř.

U rovnoramenného trojúhelníku se shodovala s výškou jedna těžnice, která zároveň ležela na ose. Byla tak na základnu kolmá (vlastnost výšky) a zároveň končila uprostřed základny (vlastnost těžnice). \Rightarrow Hledáme trojúhelník, který má alespoň dvě osy souměrnosti \Rightarrow jedinou možností je rovnostranný trojúhelník (se třemi osami a tedy i třemi těžnicemi, které se shodují s výškami).



Př. 4: Platí nějaké pravidlo pro délky těžnice a výšky ze stejného vrcholu? Zdůvodni ho.

Nakreslíme si několik různých trojúhelníků a vyznačíme do nich výšku i těžnici.



Modře vyznačené výšky jsou vždy buď kratší nebo stejně dlouhé (pokud výška s těžnicí splynou).

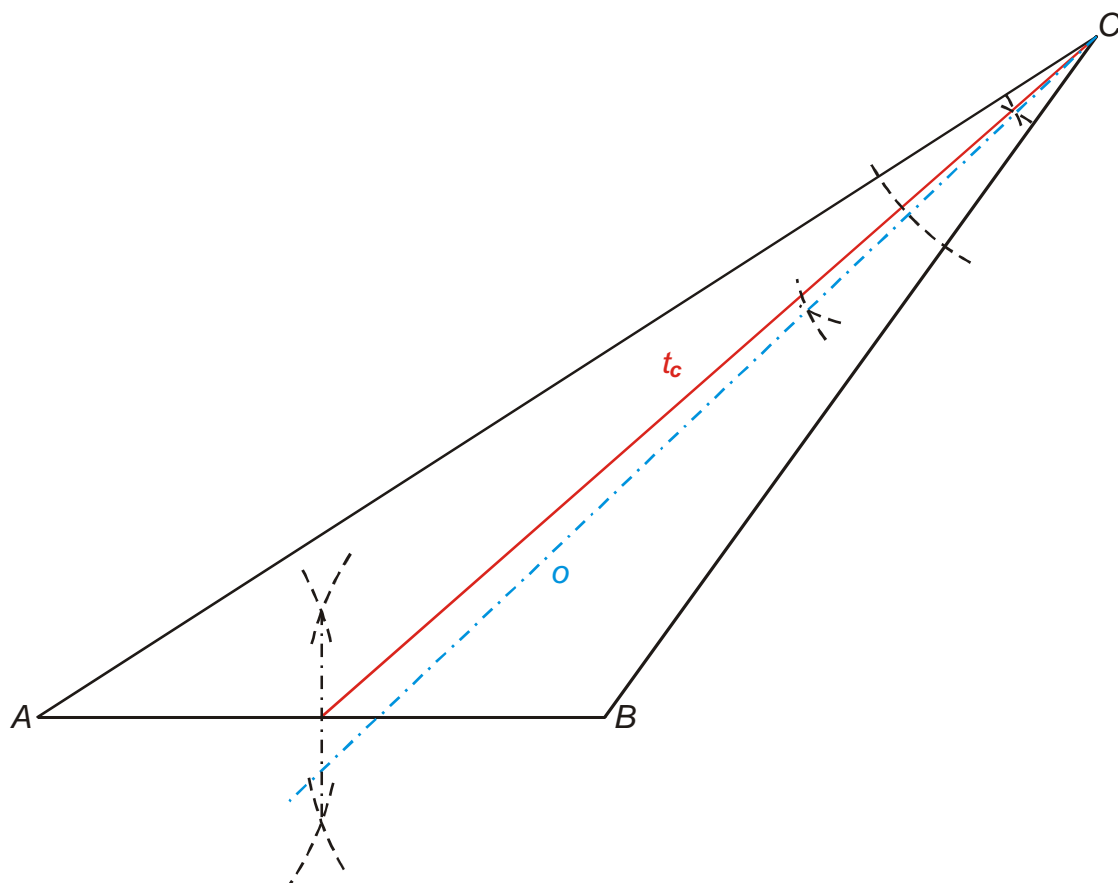
Proč?

Výška i těžnice spojují vrchol trojúhelníku s bodem na protější straně. Výška je kolmá \Rightarrow bod na protější straně je bod, který k vrcholu nejbliž \Rightarrow těžnice musí být delší nebo stejně dlouhá jako výška.

Př. 5: Mnoho lidí si myslí, že těžnice leží na ose úhlu. Rozhodni, zda je to pravda.

Určitě je to pravda u všech těžnic v rovnostranném trojúhelníku (tam jsou těžnice zároveň výškami, osami stran i osami úhlů) a u jedné těžnice v rovnoramenném trojúhelníku (těžnice na základnu je osou trojúhelníku a tak musí být i osou úhlu).

Zkusíme si narýsovat trojúhelník bez těchto speciálních vlastností (naopak co nejrozdílnější) a narýsovat do něj osu úhlu i těžnici.



Z obrázku je zřejmé, že těžnice v tomto případě neleží na ose úhlu. Pravidlo, že těžnice leží na ose úhlu tedy platí pouze ve speciálních případech, ale ne obecně.

Dodatek: Předchozí úkol je možné doplnit ještě otázkou na zdůvodnění a návrhem trojúhelníku, kde bude rozdíl mezi osou a těžnicí co největší. Odpověď na obě otázky může vycházet z rovnostranného trojúhelníku ABC se základnou AB , kde těžnice t_c leží na ose úhlu γ . Pokud budeme s bodem A pohybovat po přímce AC , bude se měnit poloha středu úsečky AB , ale osa úhlu γ zůstane na místě \Rightarrow těžnice t_c nebude ležet na ose úhlu γ (a čím více bod posuneme, tím větší rozdíl bude).

Shrnutí: