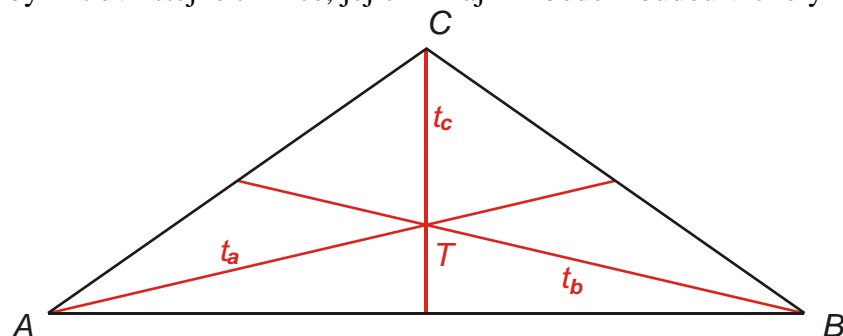


### 1.7.7 Těžnice trojúhelníku III

**Předpoklady:** 010706

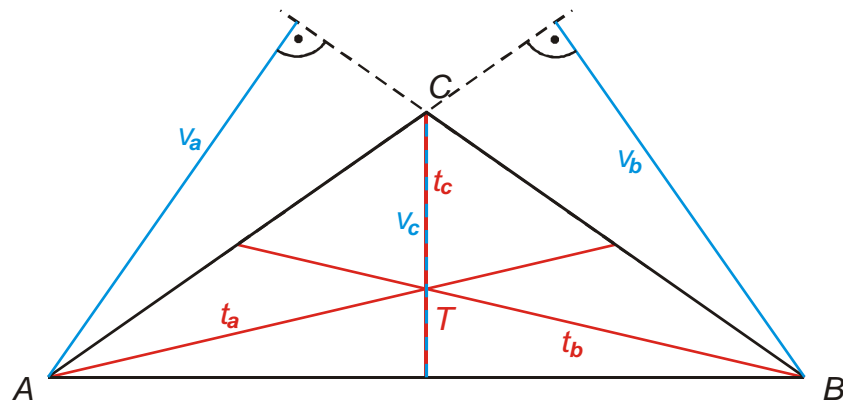
**Př. 1:** Existuje typ trojúhelníku, který má dvě těžnice stejné? Které z těžnic to budou? Narýsuj takový trojúhelník svůj odhad ověř. Co je v takovém trojúhelníku zajímavého na třetí těžnici? Přirýsuj do trojúhelníku výšky.

Rovnoramenný trojúhelník je osově souměrný  $\Rightarrow$  skládá se ze dvou stejných polovin  $\Rightarrow$  měl by mít dvě stejné těžnice, jejichž krajním bodem budou vrcholy základny.



Délky těžnic:  $t_a = 7,7$  cm,  $t_b = 7,7$  cm,  $t_c = 3,5$  cm  $\Rightarrow$  potvrdil se náš odhad.

Třetí těžnice je kolmá na stranu  $c$ , leží na ose trojúhelníka a je zároveň výškou  $v_c$ .



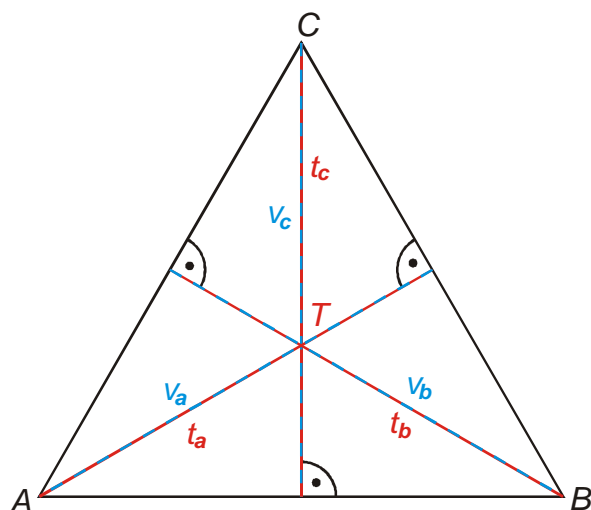
**Př. 2:** Najdi co nejvíce důvodů, proč těžiště trojúhelníku nemůže ležet mimo trojúhelník (jako někdy leží průsečík výšek).

Trojúhelník by nebylo možné podložit.

Těžnice vždy procházejí vnitřkem trojúhelníku  $\Rightarrow$  musí se uvnitř trojúhelníku i protnout.

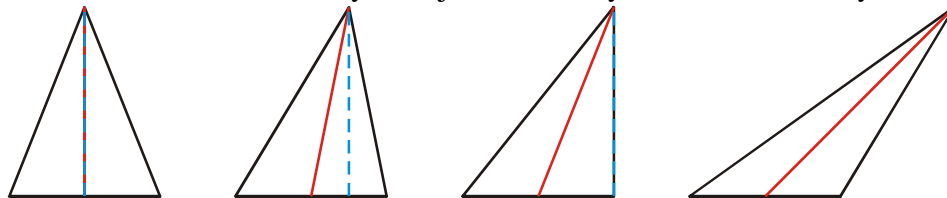
**Př. 3:** Existuje typ trojúhelníka, u kterého se alespoň dvě těžnice shodují s výškami? Narýsuj takový trojúhelník a svůj odhad ověř.

U rovnoramenného trojúhelníku se shodovala s výškou jedna těžnice, která zároveň ležela na ose. Byla tak na základnu kolmá (vlastnost výšky) a zároveň končila uprostřed základny (vlastnost těžnice).  $\Rightarrow$  Hledáme trojúhelník, který má alespoň dvě osy souměrnosti  $\Rightarrow$  jedinou možností je rovnostranný trojúhelník (se třemi osami a tedy i třemi těžnicemi, které se shodují s výškami).



**Př. 4:** Platí nějaké pravidlo pro délky těžnice a výšky ze stejného vrcholu? Zdůvodni ho.

Nakreslíme si několik různých trojúhelníků a vyznačíme do nich výšku i těžnici.



Modře vyznačené výšky jsou vždy buď kratší nebo stejně dlouhé (pokud výška s těžnicí splynou).

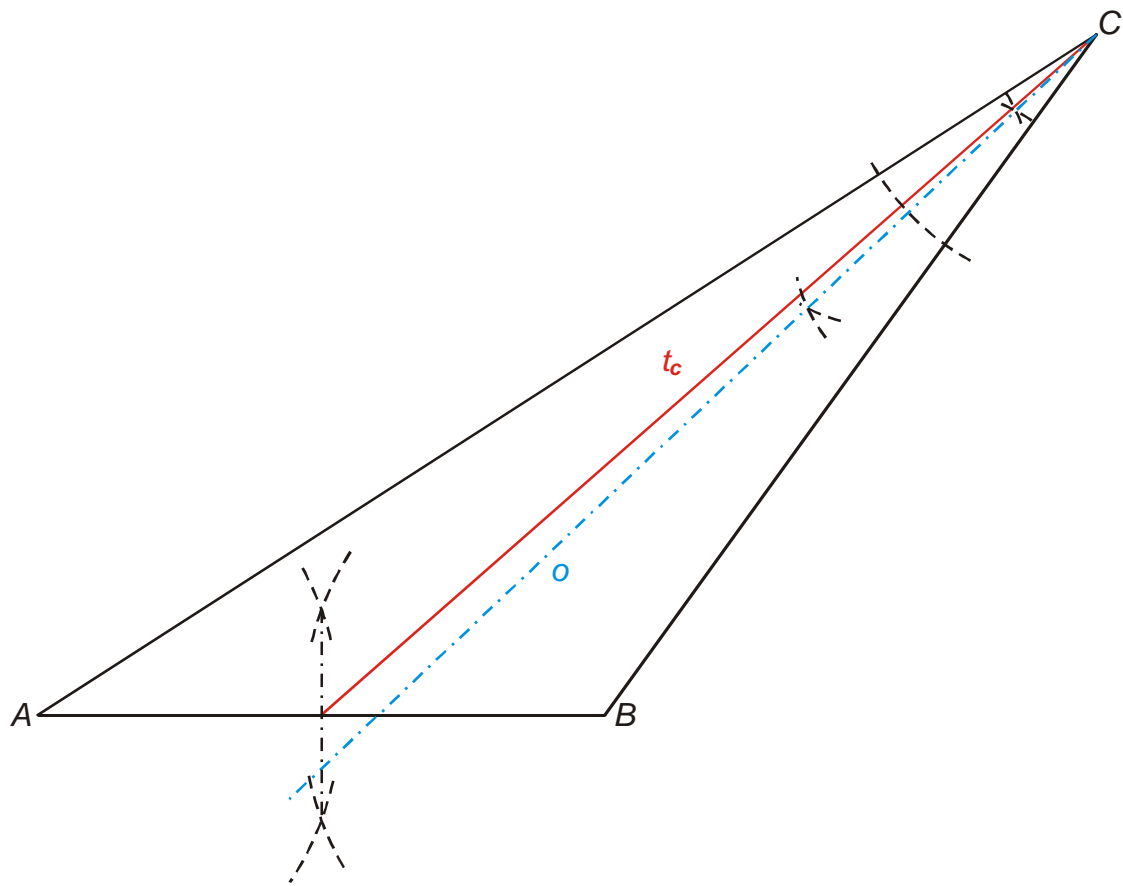
Proč?

Výška i těžnice spojují vrchol trojúhelníku s bodem na protější straně. Výška je kolmá  $\Rightarrow$  bod na protější straně je bod, který k vrcholu nejbliž  $\Rightarrow$  těžnice musí být delší nebo stejně dlouhá jako výška.

**Př. 5:** Mnoho lidí si myslí, že těžnice leží na ose úhlu. Rozhodni, zda je to pravda.

Určitě je to pravda u všech těžnic v rovnostranném trojúhelníku (tam jsou těžnice zároveň výškami, osami stran i osami úhlů) a u jedné těžnice v rovnoramenném trojúhelníku (těžnice na základnu je osou trojúhelníku a tak musí být i osou úhlu).

Zkusíme si narýsovat trojúhelník bez těchto speciálních vlastností (naopak co nejrozdílnější) a narýsovat do něj osu úhlu i těžnici.



Z obrázku je zřejmé, že těžnice v tomto případě neleží na ose úhlu. Pravidlo, že těžnice leží na ose úhlu tedy platí pouze ve speciálních případech, ale ne obecně.

**Shrnutí:**