

1.7.8 Konstrukce trojúhelníků I

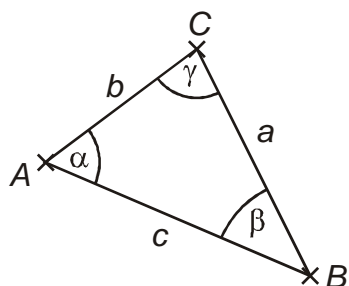
Předpoklady: 010707

Konstrukce trojúhelníků: úkol, při kterém máme narýsovat trojúhelník, který splňuje zadané požadavky (délka stran, velikosti úhlů, délka výšek, těžnic, ...).
Nejjednodušší konstrukce trojúhelníků jsme již prováděli.

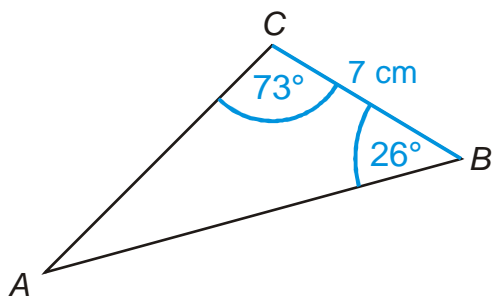
U těžších příkladů začínáme náčrtem:

- zakreslíme do něj zadané údaje,
- rozmyslíme postup konstrukce.

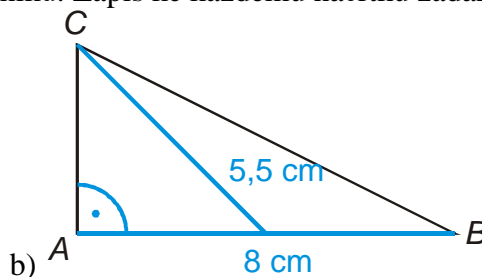
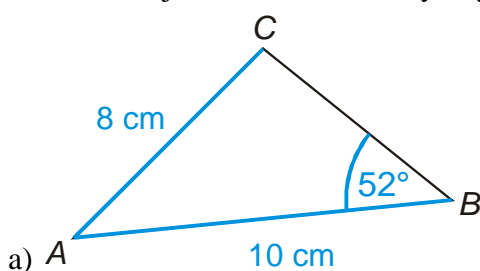
Př. 1: Nakresli náčrtek libovolného trojúhelníku ABC . V náčrtku označ všechny vrcholy, strany a vnitřní úhly.

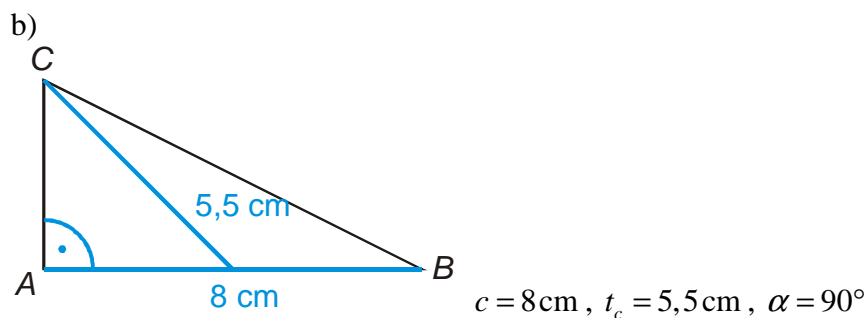
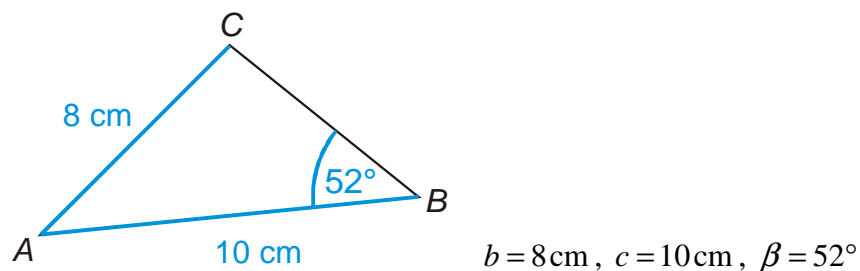


Př. 2: Do náčrtku konstrukční úlohy vyznačujeme kromě všech vrcholů pouze strany a úhly (případně výšky, těžnice), které jsou zadány (často pouze jejich hodnoty). Nakresli náčrtek trojúhelníku ABC se zadáním: $a = 7\text{ cm}$, $\beta = 26^\circ$, $\gamma = 73^\circ$.

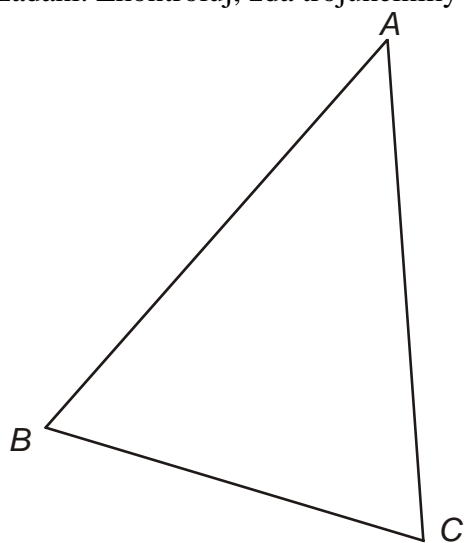


Př. 3: Na obrázku jsou uvedené náčrtky trojúhelníků. Zapiš ke každému náčrtku zadání.

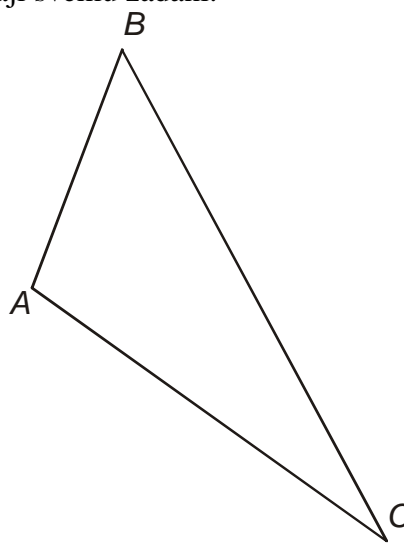




Př. 4: Na obrázku jsou naryšované trojúhelníky ABC . U každého trojúhelníku je uvedeno zadání. Zkontroluj, zda trojúhelníky odpovídají svému zadání.



a) $a = 5,2 \text{ cm}, \beta = 65^\circ, b = 7,3 \text{ cm}$



b) $a = 7,4 \text{ cm}, t_c = 6,4 \text{ cm}, v_c = 5,6 \text{ cm}$

Pokud trojúhelník odpovídá svému zadání, když všechny velikosti uvedené v zadání odpovídají skutečnosti (naměříme je) \Rightarrow u obou trojúhelníků přeměříme zadané vzdálenosti a úhly a podle výsledků rozhodneme.

Naměřené hodnoty u trojúhelníku:

a): $a = 5,2 \text{ cm}, \beta = 65^\circ, b = 6,6 \text{ cm} \Rightarrow$ trojúhelník neodpovídá zadání (kvůli straně b).

b) $a = 7,4 \text{ cm}, t_c = 6,4 \text{ cm}, v_c = 5,6 \text{ cm} \Rightarrow$ trojúhelník odpovídá zadání.

Od tohoto okamžiku bude náčrtek povinou součástí každého konstrukčního příkladu (pro potíživší, kteří ho nenakreslí, to bude první krok při opravování chyb).

Pedagogická poznámka: Zřejmě se najde někdo, kdo zkontroluje pouze první údaj. Takovým narýsuji jiný trojúhelník, který se v tomto údaji shoduje a je to jasné.

Pedagogická poznámka: Obtížnost následujících příkladů vyplývá z toho, že není zadána strana AB , kterou žáci do náčrtků kreslí standardně dolů. Vždy se ve třídě najdou žáci, pro které to znamená překážku v řešení. Nedoporučuji více než otočení sešitu nebo radu, aby si náčrtek nakreslili jinak.

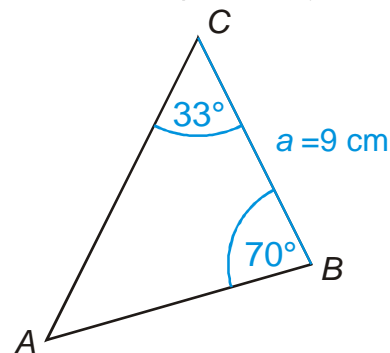
Pedagogická poznámka: U následujících příkladů jsou uvedeny postupy konstrukce. U žáků na nich netrvám, chci povinně pouze náčrtky a návrhy postupu (které časem k postupům konstrukce přiblížíme).

Př. 5: Nakresli náčrtky pro následující zadání. Pro každé zadání navrhni postup konstrukce. Trojúhelník narýsuji.

a) $a = 9 \text{ cm}$, $\beta = 70^\circ$, $\gamma = 33^\circ$

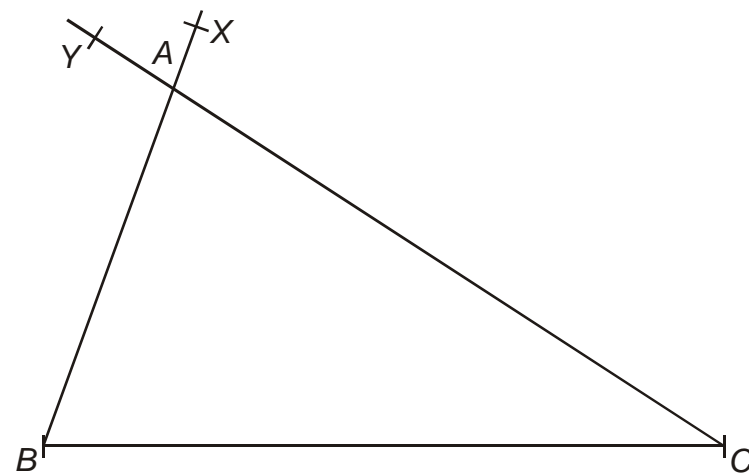
b) $a = 6 \text{ cm}$, $b = 9 \text{ cm}$, $\gamma = 112^\circ$

a) $a = 9 \text{ cm}$, $\beta = 70^\circ$, $\gamma = 33^\circ$



Návrh postupu:

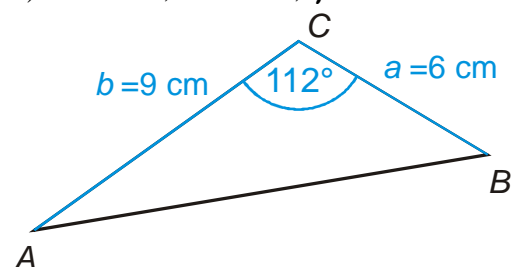
1. strana a
2. úhel β
3. úhel γ
4. bod A



Postup konstrukce:

1. úsečka BC , $|BC| = a = 9 \text{ cm}$
2. polopřímka BX ,
 $|\sphericalangle CBX| = \beta = 70^\circ$
3. polopřímka CY ,
 $|\sphericalangle BCY| = \gamma = 33^\circ$
4. bod A průsečík polopřímek BX a CY
5. trojúhelník ABC

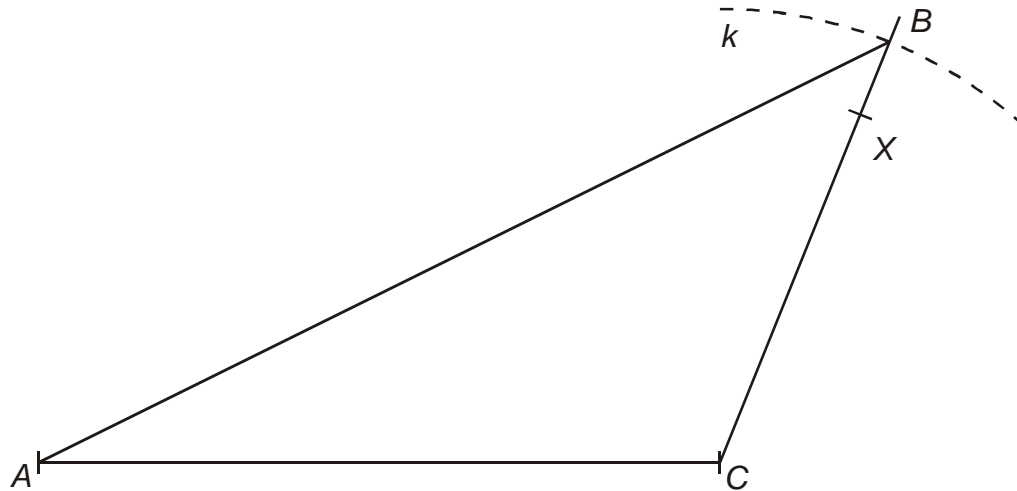
b) $a = 6 \text{ cm}$, $b = 9 \text{ cm}$, $\gamma = 112^\circ$



Návrh postupu:

1. strana b
2. úhel γ
3. strana a

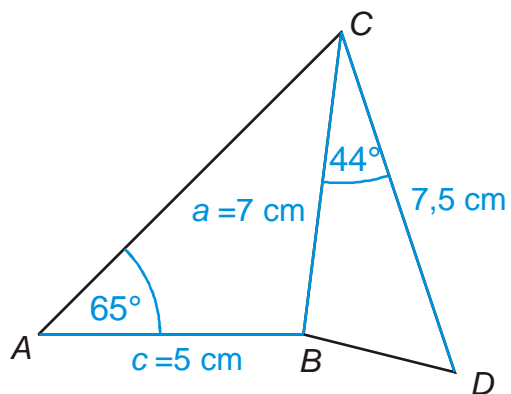
Konstrukce:



Postup konstrukce:

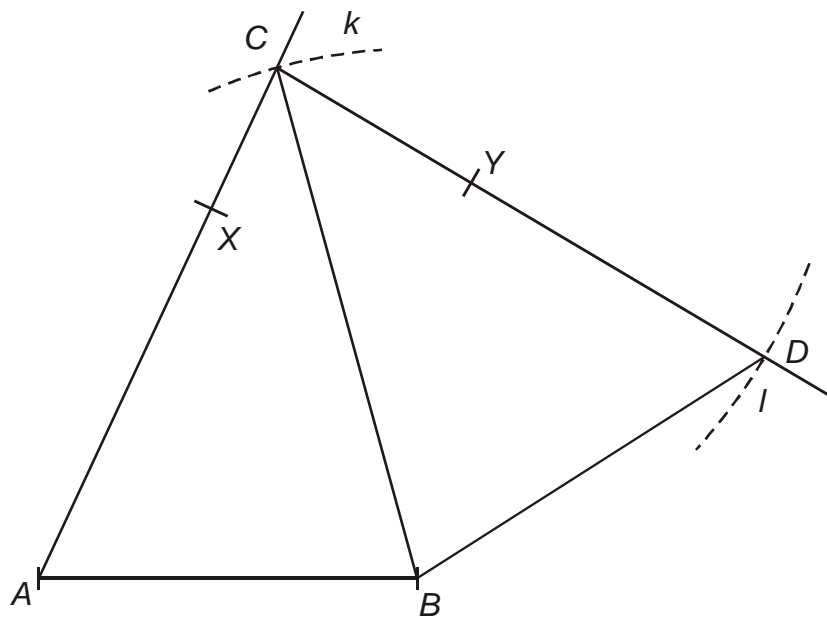
1. úsečka AC , $|AC| = b = 9 \text{ cm}$
2. polopřímka CX , $|\sphericalangle ACX| = \gamma = 112^\circ$
3. kružnice $k(C; c = 6 \text{ cm})$
4. bod B průsečík polopřímky CX a kružnice k
5. trojúhelník ABC

Př. 6: Narýsuj trojúhelník ABC : $a = 7 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$, $\alpha = 65^\circ$. Poté sestroj trojúhelník BCD , který má s trojúhelníkem BC společnou stranu BC a platí pro něj $|\sphericalangle BCD = 44^\circ|$, $|CD| = 7,5 \text{ cm}$



Návrh postupu:

1. strana c
 2. úhel α
 3. strana a
 4. úhel BCD
 5. strana CD
- Trojúhelníky ABC a BCD .

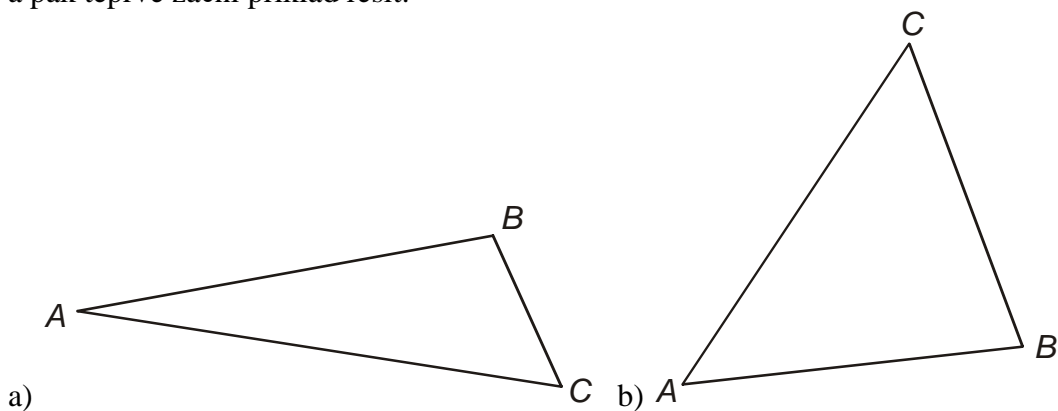


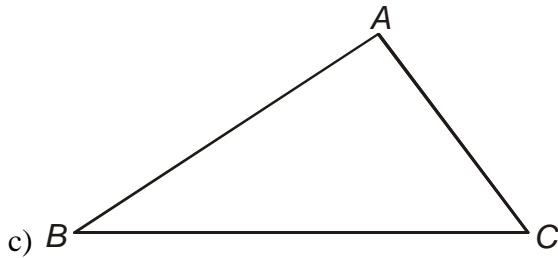
Postup konstrukce:

1. úsečka AB , $|AB| = c = 5 \text{ cm}$
2. polopřímka AX , $|\sphericalangle BAX| = \alpha = 65^\circ$
3. kružnice $k(B; a = 7 \text{ cm})$
4. bod C průsečík polopřímky AX a kružnice k
5. trojúhelník ABC
6. polopřímka AY , $|\sphericalangle BCY| = 44^\circ$
7. kružnice $l(C; 7,5 \text{ cm})$
8. bod D průsečík polopřímky CY a kružnice l
9. trojúhelník BCD

Pedagogická poznámka: Příklad je zařazen kvůli konstrukci úhlu CBD , která neprobíhá na vodorovném rameni a některým žákům silně komplikuje život.

Př. 7: Na obrázku jsou naryšované trojúhelníky ABC . Najdi ke každému trojúhelníku odpovídající zadání. Nejdříve si přečti celé zadání, rozmysli si nejvýhodnější postup a pak teprve začni příklad řešit.





a) $a = 5 \text{ cm}$, $\gamma = 53^\circ$, $t_a = 2,8 \text{ cm}$

b) $a = 2,2 \text{ cm}$, $v_a = 5,4 \text{ cm}$, $\gamma = 57^\circ$

c) $b = 5,4 \text{ cm}$, $\gamma = 54^\circ$, $v_c = 4,9 \text{ cm}$

U všech trojúhelníků změříme velikost úhlu γ , čímž bychom měli jednoznačně zjistit, zda přiřadit trojúhelníky jednotlivým zadáním. Pak již zkontrolujeme pouze shodu ostatních zadaných hodnot.

Výsledky:

- obrázek a) zadání b)
- obrázek b) neodpovídá žádnému zadání (je podobný zadání c) až na délku výšky)
- obrázek c) zadání a)

Pedagogická poznámka: Značení obrázků i zadání pomocí písmen je záměrné. Po žácích vyžadují, aby výsledek zapsaný v sešitu byl jasný (tedy ne "a" odpovídá b) a podobně).

Pedagogická poznámka: Strategií, jak předchozí příklad vyřešit je mnoho, není nutné, aby žáci postupovali tak, jak je uvedeno v učebnici (samozřejmě je dobře, pokud má jejich postup nějakou strategii), důležité je pouze to, aby žáci dokázali popsat, jak ke svému výsledku došli.

Shrnutí: Při konstrukčních úlohách nám pomáhá náčrtek.