## 1.7.10 Konstrukce trojúhelníků II

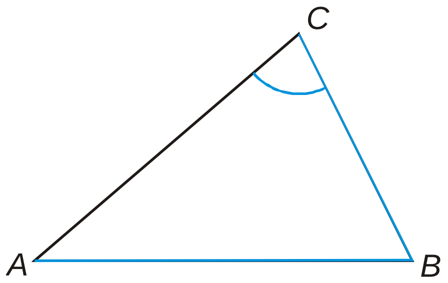
**Předpoklady:** 010709

Minulá hodina: Tři věty o shodnosti (odpovídají jednoznačným postupům pro konstrukci trojúhelníku):

- **Věta *sss*:** Shodují-li se dva trojúhelníky ve všech třech stranách, jsou shodné.
- **Věta *sus*:** Shodují-li se dva trojúhelníky ve dvou stranách a úhlu jimi sevřeném, jsou shodné.
- **Věta *usu*:** Shodují-li se dva trojúhelníky ve straně a přilehlých úhlech, jsou shodné.

Poslední zkoumanou možností, jak sestrojit bylo zadání ve tvaru *ssu*.

**Př. 1:** Nakresli náčrtek zadání *ssu*. Jak se zadání *ssu* liší od *sus*? Modeluj pomocí brček a úhlu nakresleného na papíře trojúhelník zadaný větou *ssu* (využij úhel $45°$ a brčka o délkách 9 a 12 cm). Záleží na tom, které z brček představuje stranu naproti úhlu? Je trojúhelník zadán jednoznačně?




Dvě různé možnosti:

- pokud jsme proti úhlu $45°$ umísťovali delší stranu (brčko 12 cm), našli jsme pouze jeden trojúhelník $\Rightarrow$ zadání bylo jednoznačné,
- pokud jsme proti úhlu $45°$ umísťovali kratší stranu (brčko 9 cm), našli jsme pouze dva trojúhelníky $\Rightarrow$ zadání nebylo jednoznačné,

Trojúhelník je zadán jednoznačně, pokud proti úhlu umísťujeme delší stranu.

Zadání *ssu* je jednoznačné pouze v případě, že strana proti úhlu je delší než strana k úhlu přilehlá $\Rightarrow$ pokud chceme používat zadání *ssu* jako větu o shodnosti, musíme vědět, že strana proti úhlu je delší $\Rightarrow$ věta ***Ssu***.

**Věta *Ssu*: Shodují-li se dva trojúhelníky ve dvou stranách a úhlu proti větší z nich, jsou shodné.**

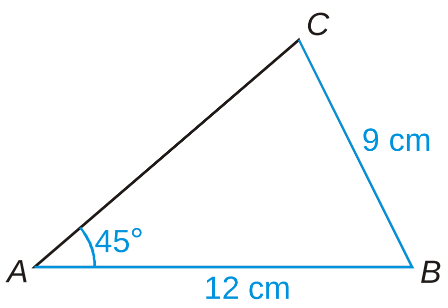
Další věty (například shodnost pomocí výšek, těžnic, ...) o shodnosti se neformulují.

**Pedagogická poznámka:** Následující dva příklady se od sebe liší pouze umístěním zadaných údajů. Příklad 2, který vychází z klasického postavení trojúhelníku v náčrtku, je pro slabší žáky daleko jasnější. Lepší část třídy naopak nemusí tímto příkladem ztrácet čas a může řešit rovnou příklad 3. Je však třeba dobře sledovat, aby každý stihnul narýsovat alespoň ten lehčí příklad (pokud si někdo není v příkladu 3 jistý ihned ho vracím na příklad 2).

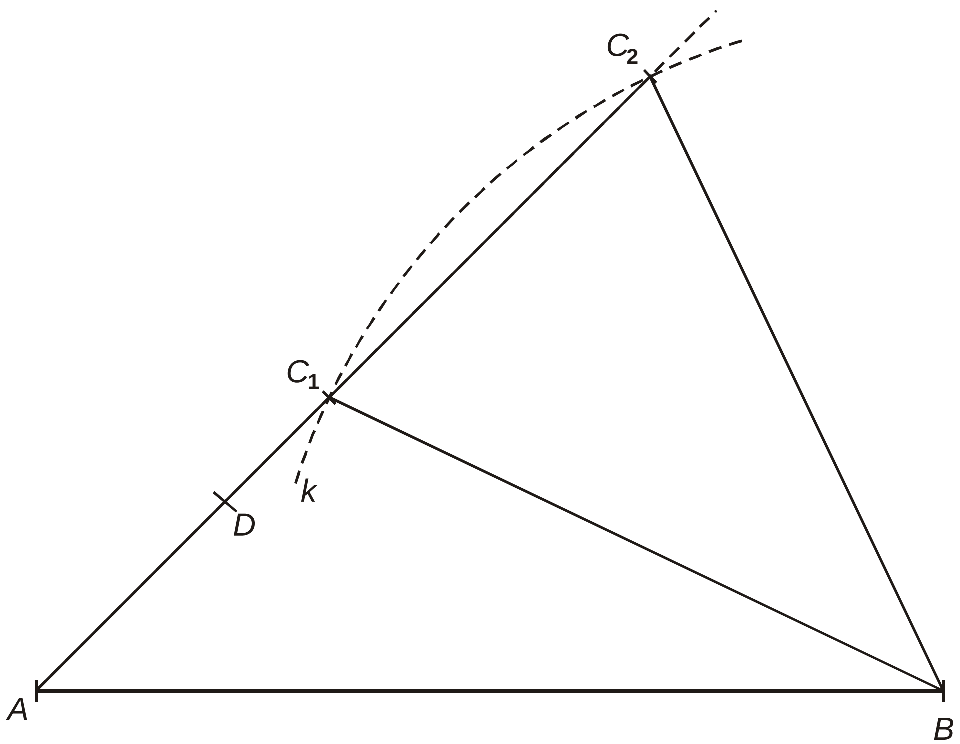
**Pedagogická poznámka:** Barevné vytahování je samozřejmě prohřešek proti správnému rýsování. Bohužel část žáků nemá příliš velkou kontrolu nad tím, co rýsují a jen vytažením je možné se přesvědčit, že vidí trojúhelník, který narýsovali.

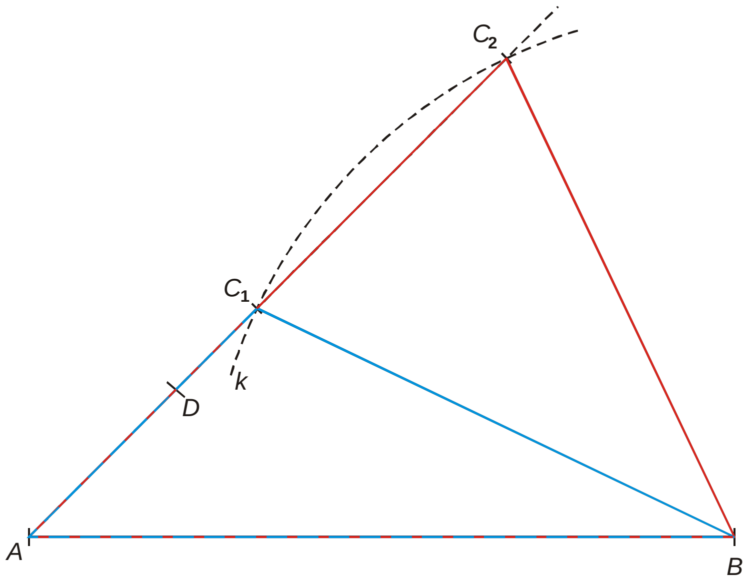
**Př. 2:** Narýsuj trojúhelník $ABC$: $a = 9\,\text{cm}$, $c = 12\,\text{cm}$, $\alpha = 45°$. Nejdříve nakresli náčrtek a rozhodni o postupu konstrukce. Výsledek zkontroluj pomocí brček. Pokud má příklad více řešení, vytáhni každý z trojúhelníků jinou barvou.

Náčrtek:




Návrh postupu:
1. strana $c$
2. úhel $\alpha$
3. kružnice $k(B; a = 9\,\text{cm})$, kvůli straně $b$
4. průsečík kružnice s ramenem úhlu je bod $C$
5. trojúhelník $ABC$






1. úsečka $AB$, $|AB| = c = 12\,\text{cm}$

2. polopřímka $AD$, $|\sphericalangle BAD| = 45°$

3. kružnice $k(B; a = 9\,\text{cm})$

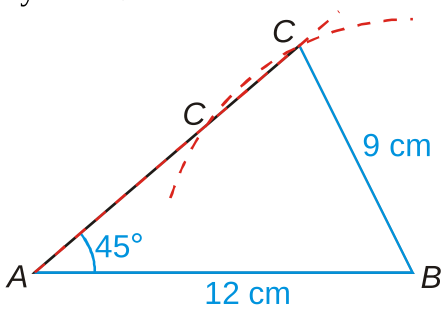
4. body $C_1$ a $C_2$ průsečíky kružnice $k$ a polopřímky $AD$

5. trojúhelníky $ABC_1$ a $ABC_2$

Při řešení předchozího příkladu jsme rýsovali dvě čáry, které nám umožnily najít vrchol $C$:

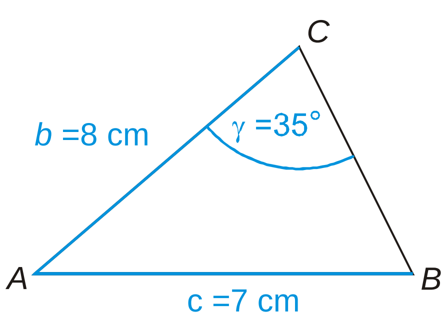
- rameno úhlu $\alpha$, na kterém leží strana $b$,
- kružnici $k$, na které leží body vzdálené od vrcholu $B$ 9 cm (délku strany $a$).

Tyto čáry budeme kreslit i do náčrtku na počátku příkladu, abychom měli lepší představu o výsledku.

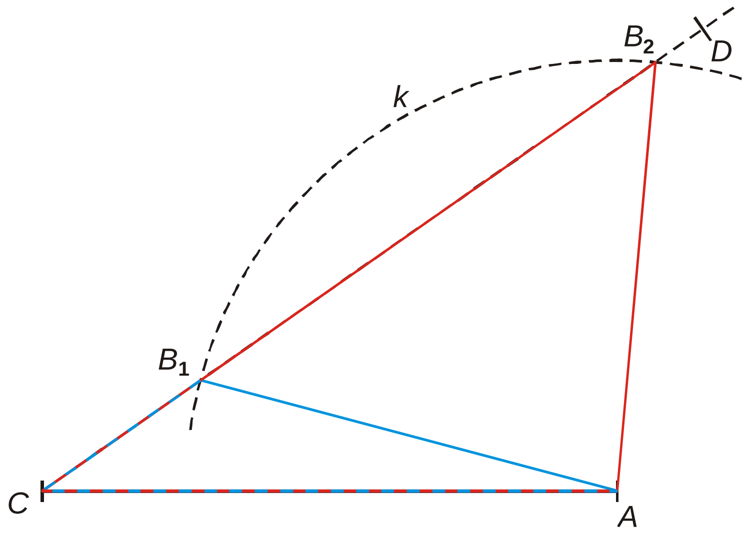



**Př. 3:** Narýsuj trojúhelník $ABC$: $b = 8\,\text{cm}$, $c = 7\,\text{cm}$, $\gamma = 35°$. Nejdříve nakresli náčrtek a rozhodni o postupu konstrukce.

Náčrtek:




Návrh postupu:
1. strana $b$
2. úhel $\gamma$
3. kružnice $k(A; c = 7\,\text{cm})$, kvůli straně $c$
4. průsečík kružnice s ramenem úhlu je bod $B$
5. trojúhelník $ABC$

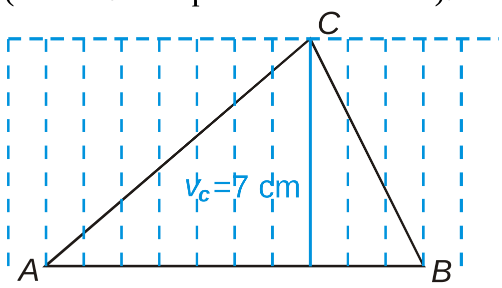



1. úsečka $AC$, $\left|AC\right| = b = 8\,\text{cm}$
2. polopřímka $CD$, $\left|\sphericalangle ACD\right| = 35°$
3. kružnice $k\left(A; c = 7\,\text{cm}\right)$
4. body $B_1$ a $B_2$ průsečíky kružnice $k$ a polopřímky $CD$
5. trojúhelníky $ACB_1$ a $ACB_2$

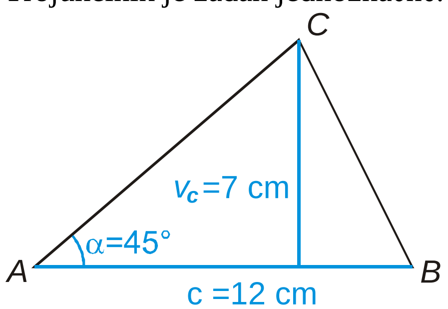
**Pedagogická poznámka:** Žákům, kteří si nakreslí náčrtek v klasické poloze (s vodorovnou stranou *AB*) a neví jak rýsovat, radím, aby si zkusili náčrtek otočit.

**Př. 4:** Modeluj pomocí brček konstrukci trojúhelníku *ABC*, pro který platí $c = 12$ cm, $\alpha = 45°$, $v_c = 7$ cm. Jak se pomocí brček může modelovat výška? Je trojúhelník zadán jednoznačně? Jak bys ho rýsoval?

Modelování výšky – jezdíme brček o délce výšky po protilehlé straně, tak abychom zachovali pravý úhel. Druhý konec brčka ukazuje body, na kterých může být hledaný vrchol (rovnoběžka s protilehlou stranou).



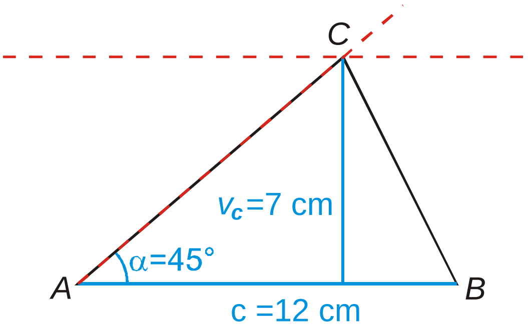

Trojúhelník je zadán jednoznačně.



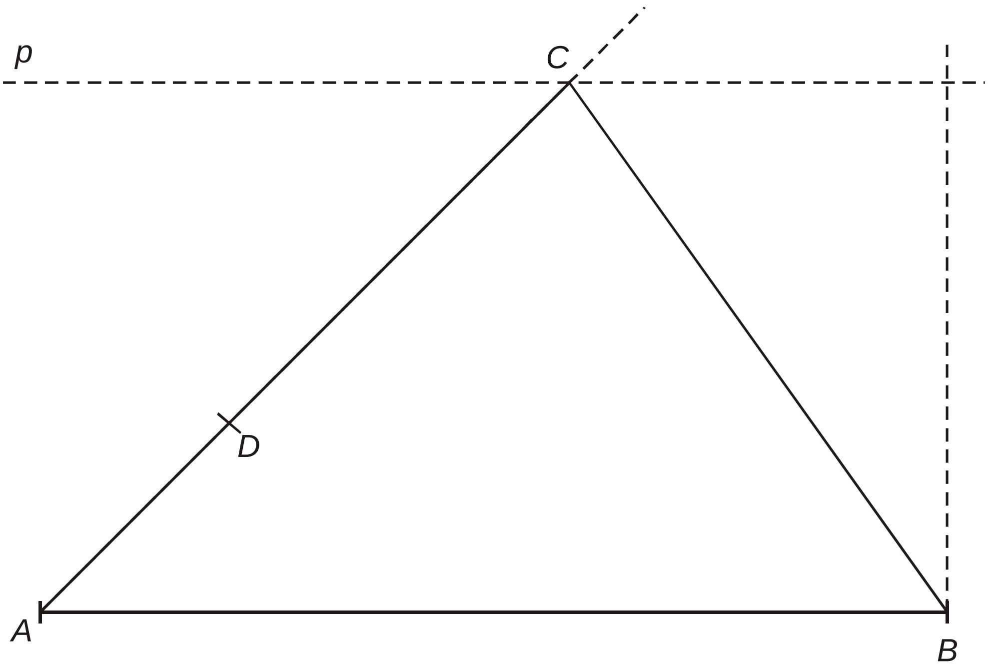

Postup rýsování: Nejdříve bychom narýsovali stranu *c*, pak úhel $\alpha$. Vrchol *c* najdeme jako průsečík ramene úhlu $\alpha$ s rovnoběžkou se stranou *c* ve vzdálenosti 7 cm (všechny body, které mohou být vrcholem výšky na stranu *c*).

**Př. 5:** Narýsuj trojúhelník *ABC*, je-li dáno: $c = 12$ cm, $\alpha = 45°$, $v_c = 7$ cm. Nejdříve nakresli náčrtek a rozhodni o postupu konstrukce. Pokud má příklad více řešení vytáhni každé nich jednou barvou.

Náčrtek:




Návrh postupu:
1. strana *c*
2. úhel $\alpha$
3. rovnoběžka se stranou *c* ve vzdálenosti 7 cm
4. průsečík rovnoběžky s ramenem úhlu je bod *C*
5. trojúhelník *ABC*




1. úsečka *AB*, $|AB| = c = 12\,\text{cm}$
2. polopřímka *AD*, $|\sphericalangle DAB| = 45°$
3. rovnoběžka *p* se stranou *AB* ve vzdálenosti 7 cm
4. bod *C* je průsečík přímky *p* a polopřímky *AD*
5. trojúhelníky *ABC*

**Shrnutí:** Body, které určuje výška, najdeme pomocí rovnoběžky.