

## 1.8.9 Násobení celých čísel II

**Předpoklady:** 010808

**Pedagogická poznámka:** Část žáků, kteří v minulých hodinách bez problémů dokázali ve slovních úlohách počítat s celými čísly a úspěšně zformulovali pravidlo pro počítání se znaménky, bude mít problémy s některými z následujících příkladů, protože na pravidla zapomenou a návrat k modelům je pro ně příliš nepohodlný. Proto v následujících hodinách na začátku vždy opakujeme, já se snažím odchyťávat co nejvíce chyb a v diskusích okolo těchto chyb se snažím tlačit spíše k tomu, aby si žáci model uvědomili a zjistili, že jeho použití není tak zdlouhavé než k tomu, aby si zapamatovali jednoduché poučky typu  $- \cdot - = +$ . Základním cílem těchto opakování je samozřejmě automatizace počítání (pokud možno ne za cenu přechodu k úplně automatickosti).

**Př. 1:** Vypočti.

a)  $7 - (-6)$                       b)  $6 \cdot (-5)$                       c)  $-8 + 3$                       d)  $(-3) + (-11)$

a)  $7 - (-6) = 7 + 6 = 13$

b)  $6 \cdot (-5) = -30$

c)  $-8 + 3 = -5$

d)  $(-3) + (-11) = -14$

**Pedagogická poznámka:** Bod d) je typickou ukázkou toho, jak mechanická automaticke nebezpečná. Nejslabší žáci vidí dvě znaménka  $-$  a automaticky nabíhají na pravidlo  $- \cdot - = +$  (proto je lepší, když se bavíme o tom, že mají dva dluhy...).

**Př. 2:** Vypočti bez kalkulačky.

a)  $5627 - 9395$                       b)  $-3596 + (-1998)$                       c)  $7547 - (-8539)$

a)  $5627 - 9395 = -3768$

$$\begin{array}{r} 5627 \\ -9395 \\ \hline -3768 \end{array}$$

b)  $-3596 + (-1998) = -5594$

$$\begin{array}{r} 3596 \\ +1998 \\ \hline 5594 \end{array}$$

c)  $7547 - (-8539) = 16086$

$$\begin{array}{r} 7547 \\ +8539 \\ \hline 16086 \end{array}$$

**Pedagogická poznámka:** Stejně jako vždy platí, že v případě chyby začínáme tím, jak bys udělal podobný jednodušší příklad.

**Př. 3:** Karel vyndal z prasátka devět korun, pět dvoukorun, čtyři pětikoruny, šest desetikorun, tři dvacetikoruny a jednu padesátikorunu. Urči kolik měl peněz. Kromě výsledku zapiš i postup (zejména číselný výraz, který zachycuje zadání a jehož vyčíslením získáš výsledek).

Karlovy úspory:

$$9 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 10 + 3 \cdot 20 + 1 \cdot 50 = 9 + 10 + 20 + 60 + 60 + 50 = 209 \text{ Kč}$$

Karel měl v prasátku 209 Kč.

Co znamenají čísla?

- $9 \cdot 1$ : měl devět korun,
- $5 \cdot 2$ : měl pět dvoukorun,
- $4 \cdot 5$ : měl čtyři pětikoruny,
- $6 \cdot 10$ : měl šest desetikorun,
- $3 \cdot 20$ : měl tři dvacetikoruny,
- $1 \cdot 50$ : měl jednu padesátikorunu.

U padesátikoruny často není číslo jedna napsané - nezáleží, jestli napíšeme 50 nebo  $1 \cdot 50$ , znamená to to samé.

**Pro všechna čísla platí:  $a = 1 \cdot a$  a proto jedničku nepíšeme, pokud nechceme.**

**Dodatek:** Je zajímavé, že stejně jako nepíšeme jedničku u označení počtu mincí, nepoužívá se ani u označení hodnoty mincí (nemluvíme o jednokoruně, ale pouze o koruně).

**Př. 4:** Karel z předchozího příkladu odebral ze své hromádky mincí pět korun, dvě dvoukoruny a jednu pětikorunu. Zbytek dal zpátky do prasátka. Kolik měl v prasátku peněz? Kromě výsledku zapiš i postup (zejména číselný výraz, který zachycuje zadání a jehož vyčíslením získáš výsledek). Vycházej z výsledku předchozího příkladu.

$$209 - 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 - 1 \cdot 5 = 197$$

Karlovi v prasátku zůstalo 197 Kč.

Co znamenají čísla:

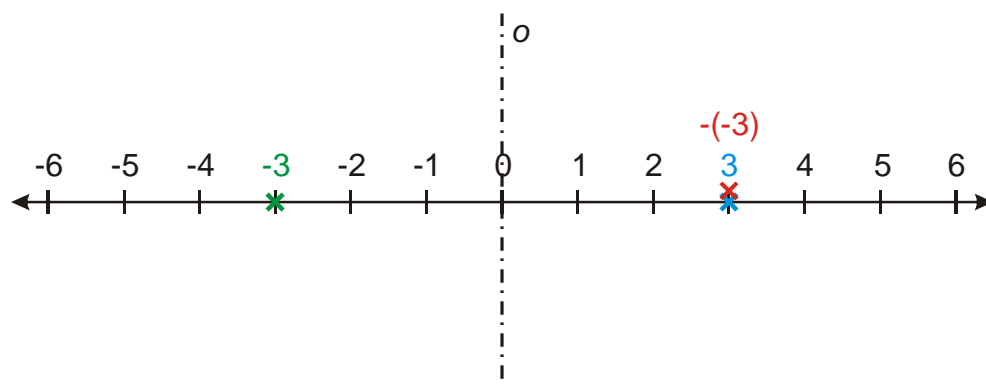
- $-5 \cdot 1$ : odebral devět korun,
- $-2 \cdot 2$ : odebral dvě dvoukoruny,
- $-1 \cdot 5$ : odebral jednu pětikorunu.

U pěti koruny často není číslo jedna napsané - nezáleží, jestli napíšeme -5 nebo  $-1 \cdot 5$ , znamená to to samé.

**Pro všechna čísla platí:  $-a = (-1) \cdot a$  a proto jedničku nepíšeme, pokud nechceme.**

**Pedagogická poznámka:** Oba předchozí příklady a diskuse k nim, by měla být zbytečná (je pravda, že rovnost  $a = 1 \cdot a$  jsme si psali u vlastností násobení na začátku). Takto to u žáků, ale vůbec nefunguje

**Př. 5:** Nakresli na číselné ose číselnou osu čísla  $3; -3; -(-3)$ . Jak se projevuje přidání znaménka mínus před číslo?



Vždy, když přidáme znaménko mínus, číslo se zobrazí v osově souměrnosti podle osy procházející bodem nula.

**Pedagogická poznámka:** V hodině se při diskusi o příkladu ptám, kde by na číselné ose bylo například číslo  $-\{-(-[-\{-3\}])\}$ . Někteří žáci hned v tomto okamžiku křičí, že záleží na tom, zda je mínusů sudá nebo lichý počet. V tomto okamžiku to ještě nediskutujeme ani nezapisujeme jako výsledek.

**Př. 6:** Vypočítej.

a)  $(-2) \cdot (-2)$       b)  $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$       c)  $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

a)  $(-2) \cdot (-2) = 4$

b)  $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 4 \cdot (-2) = -8$

c)  $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 4 \cdot 4 = 16$

nebo  $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 4 \cdot (-2) \cdot (-2) = (-8) \cdot (-2) = 16$

**Pedagogická poznámka:** V případě chyb radím pouze jednu věc, postupný výpočet (například v bodě b) nejdříve pouze první dvě čísla dohromady a třetí opsat).

**Př. 7:** Vypočítej. Kdy je součin více čísel záporné číslo? Kdy je výsledek kladný?

a)  $(-3) \cdot 2 \cdot 4$       b)  $(-2) \cdot 4 \cdot (-7)$       c)  $2 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-1)$

a)  $(-3) \cdot 2 \cdot 4 = (-3) \cdot 8 = -24$

b)  $(-2) \cdot 4 \cdot (-7) = (-8) \cdot (-7) = 56$

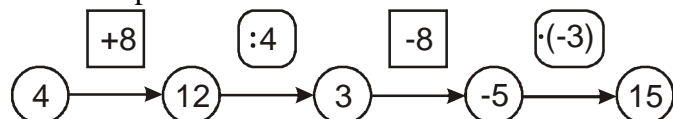
$$c) 2 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-1) = (-6) \cdot 4 \cdot 3 = (-6) \cdot 12 = -72$$

$$\text{nebo } 2 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-1) = 2 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-1) = 8 \cdot 9 \cdot (-1) = -72$$

O tom, zda výsledkem násobení bude kladné nebo záporné číslo, rozhoduje počet záporných čísel („mínusů“):

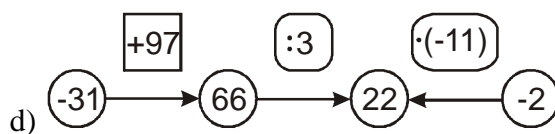
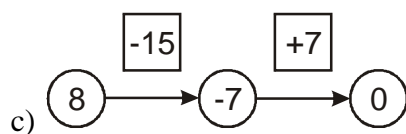
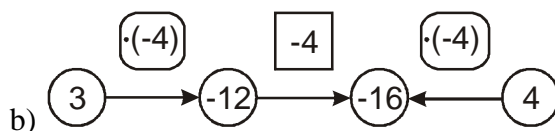
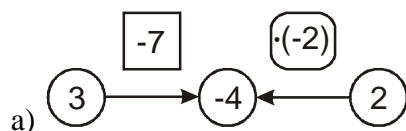
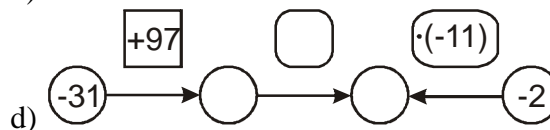
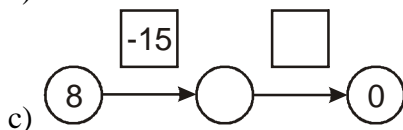
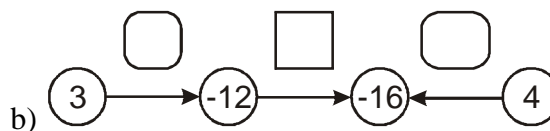
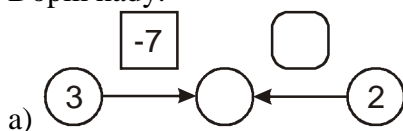
- sudý počet mínusů: výsledek je kladný,
- lichý počet mínusů: výsledek je záporný.

V hadovi na obrázku jsou čísla tří druhů: základní čísla v polích  $\bigcirc$ , čísla přičítání nebo odčítání v polích  $\square$  a čísla násobení nebo dělení v polích  $\square$ .



Každou šipku můžeme přepsat jako rovnost:  $4 + 8 = 12$ ,  $12 : 4 = 3$ ,  $3 - 8 = -5$ ,  $(-5) \cdot (-3) = 15$ .

**Př. 8:** Doplň hady.

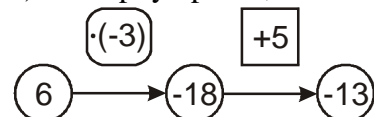


**Pedagogická poznámka:** Nejvíce chyb je u bodu a), kde si někteří žáci nevšimnou obráceného směru šipky.

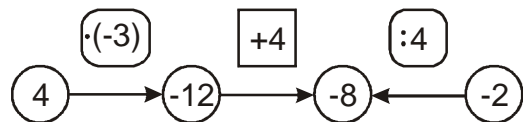
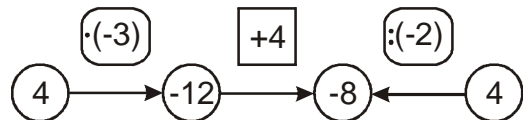
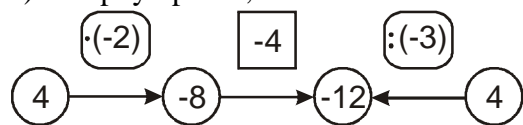
**Př. 9:** Sestav hada, ve kterém jsou:

- dvě šipky vpravo, začíná číslem 6 a dále jsou tam čísla -3, 5, -13, -18.
- tři šipky vpravo, začíná číslem 4 a dále jsou tam čísla -2, -3, 4, 4, -8, -12.

a) dvě šipky vpravo, začíná číslem 6 a dále jsou tam čísla -3, 5, -13, -18



b) tři šipky vpravo, začíná číslem 4 a dále jsou tam čísla -2, -3, 4, 4, -8, -12



**Shrnutí:** Při násobení více čísel rozhoduje o výsledném znaménku počet záporných čísel v součinu (sudý počet – kladný výsledek, lichý – záporný výsledek).