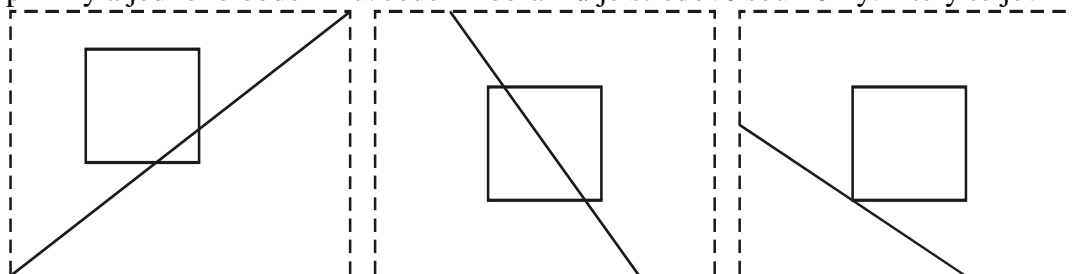


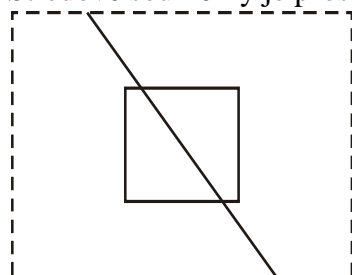
1.9.5 Středově souměrné útvary

Předpoklady: 010904

Př. 1: V obdélníkových rámech jsou nakresleny tři obrázky. Každý je sestaven z jedné přímky a jednoho obdélníku. Jeden z obrázků je středově souměrný. Který to je?



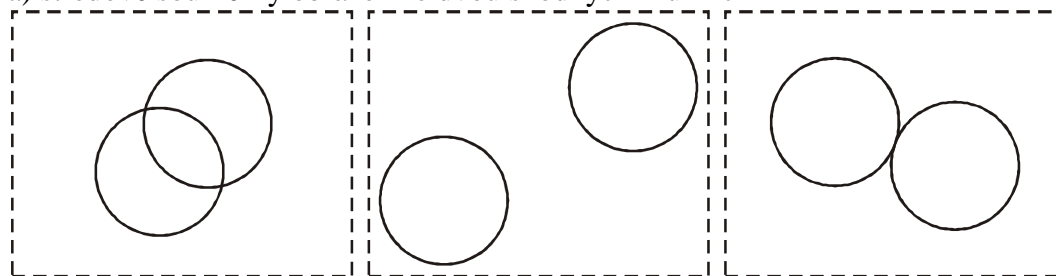
Středově souměrný je prostřední obrázek.



U levého obrázku je špatně umístěn čtverec (jeho střed není ve středu obrázku), u pravého obrázku je špatně umístěna přímka (neprochází středem obrázku).

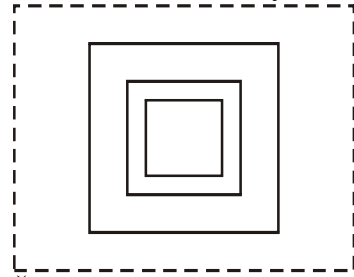
Př. 2: Do obdélníkového rámu sestav středově souměrný obrázek ze:
a) dvou shodných kružnic, b) tří neshodných čtverců,
c) dvou shodných obecných tupouhlých trojúhelníků,
d) čtyř pravoúhlých nerovnoramenných trojúhelníků.

a) středově souměrný obrázek ze dvou shodných kružnic



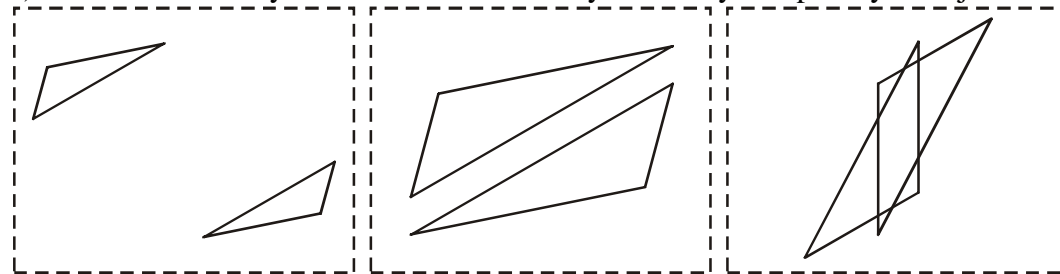
Kružnice musíme umístit do obrázku tak, aby jedna byla obrazem druhé ve středové souměrnosti se středem ve středu obdélníkového rámu.

b) středově souměrný obrázek ze tří neshodných čtverců



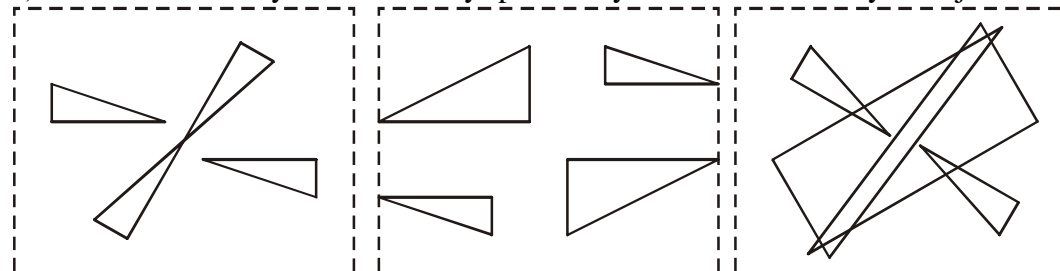
Čtverce nejsou shodné \Rightarrow nemůžeme z nich vytvořit (jako v předchozím bodě) dvojici obraz a vzor \Rightarrow každý čtverec se musí zobrazovat sám na sebe \Rightarrow středy všech čtverců musí ležet ve středu obdélníkového rámu.

c) středově souměrný obrázek ze dvou shodných obecných tupouhlých trojúhelníků



Stejně jako v prvním bodě musíme kružnice umístit do obrázku tak, aby jedna byla obrazem druhé ve středové souměrnosti se středem ve středu obdélníkového rámu.

d) středově souměrný obrázek ze čtyř pravoúhlých nerovnoramenných trojúhelníků



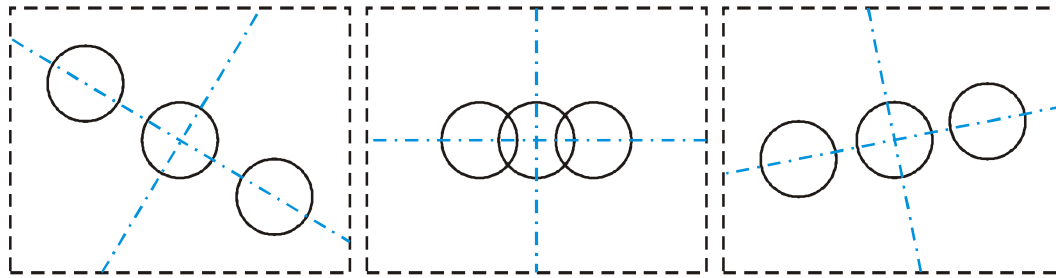
Trojúhelníky musí být všechny čtyři shodné, nebo musí tvořit dvě dvojice shodných trojúhelníků, které se zobrazují na sebe ve středové souměrnosti se středem ve středu obdélníkového rámu.

Pedagogická poznámka: Všechny body předchozího příkladu mají samozřejmě nekonečně mnoho různých řešení. Při kontrole rychle nakreslíme několik řešení na tabuli (vyzývám žáky, aby kreslili obrázky co nejružnější od těch, které už nakreslené máme) a bavíme se o tom, co mají společného.

Př. 3: Sestav obrázek, který je středově souměrný a zároveň osově souměrný podle minimálně jedné osy ze:

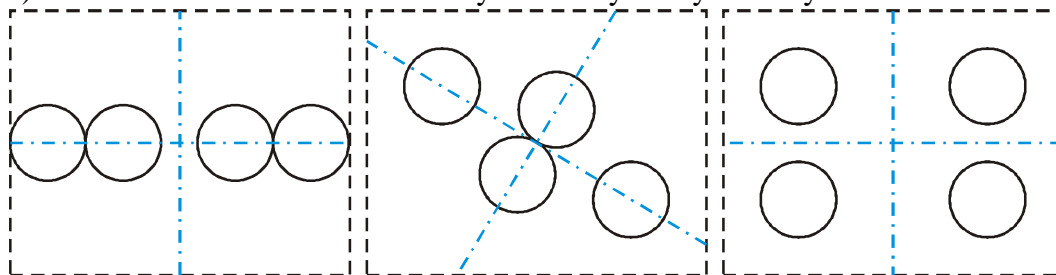
- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| a) tří shodných kružnic, | b) čtyř shodných kružnic, |
| c) čtverce a dvou úseček, | d) čtyř obdélníků. |
- Osu (osy) do obrázku vyznač.

a) obrázek středově i osově souměrný sestavený ze tří shodných kružnic



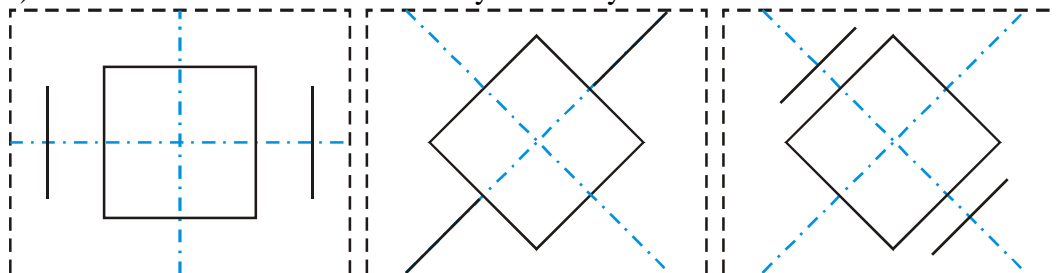
Jedna z kružnic musí ležet ve středu obdélníkového rámu, druhé jsou středově souměrné podle tohoto bodu. Osově souměrný je obrázek automaticky kvůli souměrnosti kružnic, jejichž středy leží na jedné přímce (kvůli středové souměrnosti) a tato přímka je osou souměrnosti, podle níž se každá kružnice zobrazí sama na sebe. Ve všech případech má obrázek dvě osové souměrnosti podle dvou navzájem kolmých os.

b) obrázek středově i osově souměrný sestavený ze čtyř shodných kružnic



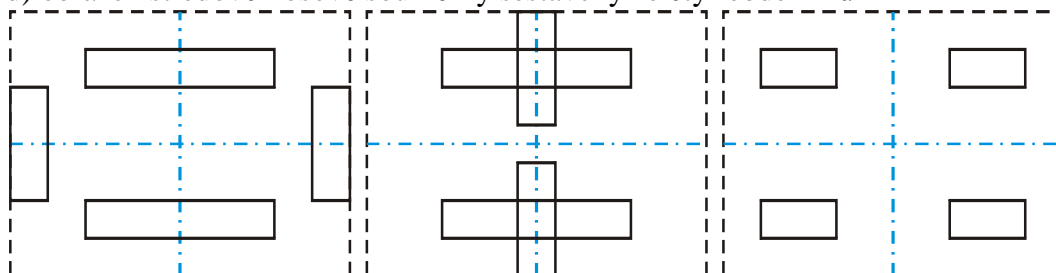
Ve všech případech má obrázek dvě osové souměrnosti podle dvou navzájem kolmých os.

c) obrázek středově i osově souměrný sestavený ze čtverce a dvou úseček



Ve všech případech má obrázek dvě osové souměrnosti podle dvou navzájem kolmých os.

d) obrázek středově i osově souměrný sestavený ze čtyř obdélníků

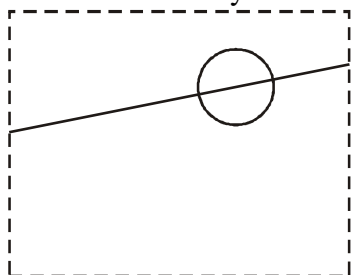


Ve všech případech má obrázek dvě osové souměrnosti podle dvou navzájem kolmých os.

Pedagogická poznámka: Stejně jako u předchozího příkladu se nepočítá s tím, že by většina žáků byla schopná zformulovat, jaké podmínku musí obrázek splňovat, aby vyhovoval zadání. Snažíme se tyto podmínky najít z různých řešení nakreslených žáky na tabuli.

Pedagogická poznámka: Je zajímavé sledovat, kolik žáků si při kontrole všimne, že krajní obrázky v řešení bodu c) jsou ve skutečnosti stejné pouze otočené o 45° .

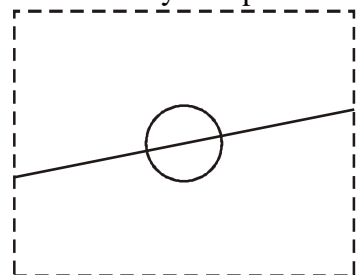
Př. 4: Obrázek sestavený z kružnice a přímky není středově souměrný.



Jak bychom museli obdélníkový rám obrázku posunout, aby středově souměrný byl? Je možné posunutím rámu upravit na středově souměrný každý obrázek sestavený z kružnice a přímky?

V obrázku je pouze jeden kruh a jedna kružnice \Rightarrow pokud má být obrázek středově souměrný, musí se kružnice i přímka zobrazit samy na sebe (jejich střed souměrnosti musí být shodný se středem souměrnosti obdélníkového rámu).

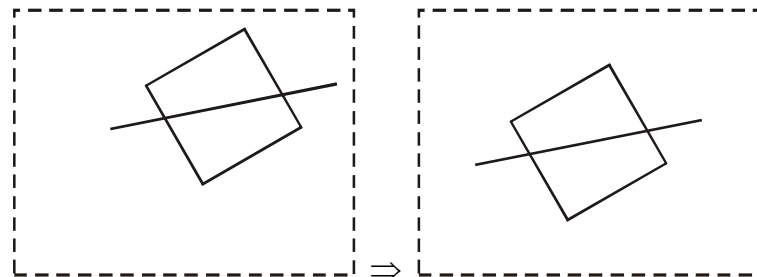
Obdélníkový rám posuneme tak, aby jeho střed ležel na středu kružnice.



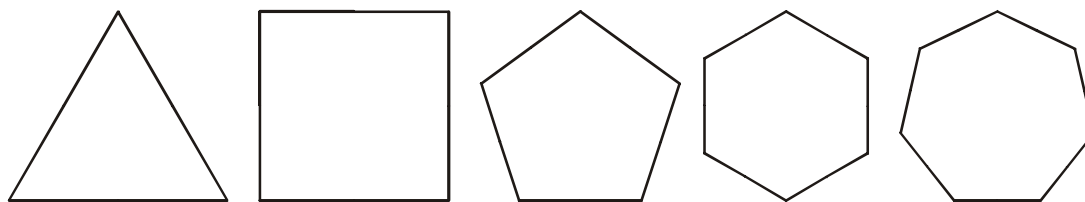
Posunutí můžeme provést pouze v případě, že střed souměrnosti kružnice leží ve stejném místě jako střed souměrnosti přímky \Rightarrow obrázek můžeme posunutím spravit pouze v případě, že přímka prochází středem kružnice.

Př. 5: Kdy je možné posunutím rámu upravit na středově souměrný obrázek sestavený ze čtverce a úsečky?

Stejně jako v předchozím příkladu se úsečka i čtverec musí zobrazit samy na sebe \Rightarrow střed obrázku, střed čtverce i střed úsečky se musejí shodovat \Rightarrow upravit na středově souměrné posunutím rámu můžeme pouze obrázky, ve kterých se střed úsečky shoduje se středem čtverce.



Př. 6: Načrtni pravidelný trojúhelník, pravidelný čtyřúhelník, pravidelný pětiúhelník, pravidelný šestiúhelník, pravidelný sedmiúhelník. Kdy je pravidelný n -úhelník středově souměrný?

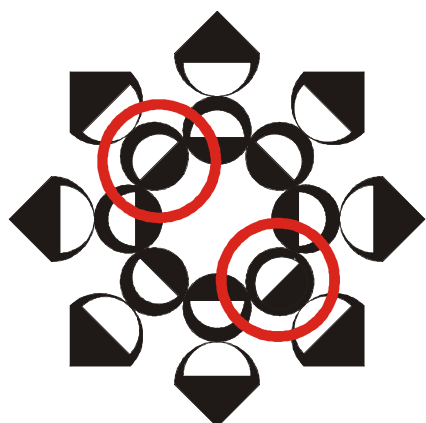


Z nakreslených útvarů je středově souměrný čtverec a šestiúhelník \Rightarrow středově souměrné jsou pouze pravidelné n -úhelníky, které mají sudý počet vrcholů.

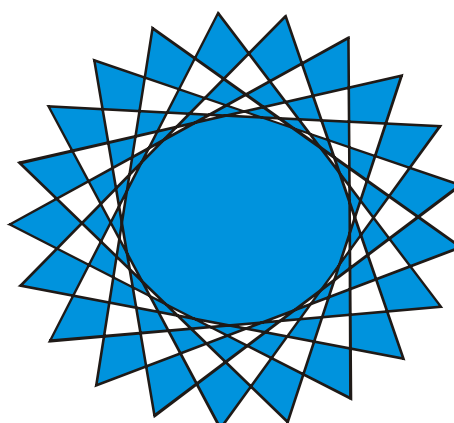
Zdůvodnění: Útvar je středově souměrný, právě když se zobrazí sám na sebe při otočení o 180° okolo středu souměrnosti \Rightarrow

- pokud je počet vrcholů sudé číslo, zobrazí se při otočení o 180° každý vrchol n -úhelníku na protější (a n -úhelník tedy sám na sebe),
- pokud je počet vrcholů liché číslo, nemůže se při otočení o 180° vrchol zobrazit na protější, protože protější vrchol neexistuje.

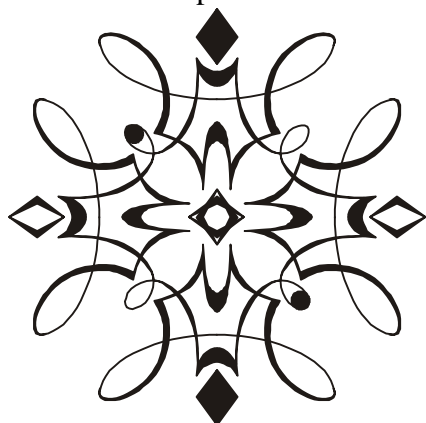
Př. 7: Jen jeden z obrázků je středově souměrný. U všech ostatních chyba, najdi ji. Které z obrázků jsou osově souměrné?



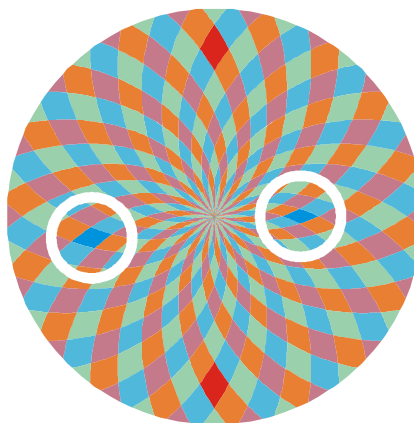
Obrázek není středově souměrný, protože jeden z vyznačených kruhů má obrácenou černou a bílou polovinu.



Obrázec má lichý počet vrcholů a proto nemůže být středově souměrný.



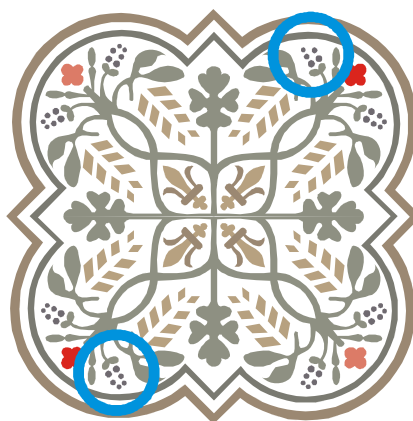
Obrázek je středově souměrný.



Obrázek není středově souměrný, protože vyznačená tmavěji modrá pole nejsou středově souměrná.



Obrázek není středově souměrný, protože spodní z vyznačených lístků má jinou barvu než horní..



Obrázek není středově souměrný, protože se neshodují počty koleček na vyznačených místech..

Pedagogická poznámka: Rozdíly mezi obrázky jsou opravdu (a schválně) jenom malé a pokud je mají žáci najít, je nutné jim obrázky vytisknout a rozdat do lavic (nejlépe každému jeden).

Př. 8: Kdy je středově souměrný:

- a) trojúhelník b) čtyřúhelník c) pětiúhelník?

U útvarů, které jsou středově souměrné, urči střed souměrnosti.

a) trojúhelník

Trojúhelník nikdy není středově souměrný (při otočení o 180° se nemůže zobrazit sám na sebe).

b) čtyřúhelník

Středově souměrný (vždy podle průsečíku úhlopříček) je čtverec, obdélník, kosočtverec a kosodélník \Rightarrow čtyřúhelník je středově souměrný, pokud je rovnoběžník.

c) pětiúhelník

Pětiúhelník není nikdy středově souměrný (nemá protější vrcholy).

Shrnutí: Středově souměrné jsou útvary, které se zobrazí samy na sebe při otočení o 180° okolo středu souměrnosti.