

2.1.5 Dělitelnost

Předpoklady: 010422

Př. 1: Platí: $12 : 4 = 3$. Které číslo je dělenec, které podíl a které dělitel?

12 - dělenec

4 - dělitel

3 - podíl

Př. 2: Dělitelnost čísel určujeme pomocí jednoduchých pravidel. Rozřaď, která jsme probírali, do tří skupin a sepiš je.

Dělitelnost určujeme pomocí dělitelnosti:

- ciferného součtu (3 a 9),
- poslední cifry (2, 5, 10),
- posledního dvojčíslí (4, 25, 50, 100).

Pedagogická poznámka: Zkontrolujeme si první dva příklady a zbytek hodiny zadám jako výstup (každý se snaží propočítat co nejdál, všechny nebo některé sešity na konci hodiny prohlídnu a ohodnotím).

Př. 3: Najdi prvočíselný rozklad čísel (hodina 010414).

a) 15

b) 24

c) 56

d) 71

e) 132

f) 360

a) $15 = 3 \cdot 5$

b) $24 = 4 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$

c) $56 = 4 \cdot 14 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^3 \cdot 7$

d) 71 - nejde rozložit, je to prvočíslo.

e) $132 = 2 \cdot 66 = 2 \cdot 6 \cdot 11 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$

f) $360 = 10 \cdot 36 = 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 9 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

Pedagogická poznámka: Jediným častějším problémem bývá neopisování prvočísel z předchozích kroků rozkladu ($24 = 2 \cdot 12 = 4 \cdot 3 = 2 \cdot 2$). Tato chyba se vyskytuje v podstatě ve všech možných metodách, které žáci používají.

Pedagogická poznámka: Zápis pomocí mocnin nevyžadují, na srovnání podle velikosti trvám.

Př. 4: Rozhodni, zda jsou uvedená čísla prvočísla (hodina 010413).

a) 53

b) 87

c) 91

d) 109

Zkoušíme dělit čísla prvočísla.

a) 53

Není dělitelné: 2, 3, 5, 7..., nemá cenu zkoušet dál $8 \cdot 8 = 64 \Rightarrow$ prvočíslo větší než 7 by v páru mělo prvočíslo menší než 7 \Rightarrow číslo 53 je prvočíslo.

b) 87

Není dělitelné: 2,

Je dělitelné 3 (ciferný součet 15) \Rightarrow číslo 87 není prvočíslo.

c) 91

Není dělitelné: 2, 3, 5, ...

Je dělitelné 7: $91:7=13$ (nebo $91=70+21$) \Rightarrow číslo 91 není prvočíslo.

d) 109

Není dělitelné: 2, 3, 5, 7..., nemá cenu zkoušet dál $8 \cdot 8 = 64 \Rightarrow$ prvočíslo větší než 7 by v páru mělo prvočíslo menší než 7 \Rightarrow číslo 109 je prvočíslo.

Př. 5: Najdi největšího společného dělitele a nejmenší společný násobek pro následující dvojice čísel (hodiny 010416, 010417).

a) 12, 18

b) 15, 21

c) 18, 56

Největší společný dělitel = největší číslo, které "je obsaženo" v obou číslech (společné části prvočíselného rozkladu).

Nejmenší společný dělitel = nejmenší číslo, ve kterém "jsou obsažena" obě čísla" (oba prvočíselné rozklady jsou obsaženy v jeho prvočíselném rozkladu).

a) 12, 18

$$12 = 4 \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$D(12,18) = 2 \cdot 3$$

$$n(12,18) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$$

b) 15, 21

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$21 = 3 \cdot 7$$

$$D(15,21) = 3$$

$$n(15,21) = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 5 \cdot 21 = 105$$

c) 18, 56

$$18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$56 = 6 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$D(18,56) = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$$

$$n(18,56) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 54$$

Př. 6: Sestav pravidlo pro dělitelnost a) 15

b) 24 (hodina 010411).

a) pravidlo pro dělitelnost 15

$$15 = 3 \cdot 5$$

3 a 5 jsou nesoudělná čísla \Rightarrow číslo je dělitelné 15, právě když je dělitelné 3 a 5 najednou.

b) pravidlo pro dělitelnost 24

$$24 = 4 \cdot 6$$

4 a 6 jsou soudělná čísla \Rightarrow hledáme jiný rozklad

$$24 = 3 \cdot 8$$

3 a 8 jsou nesoudělná čísla \Rightarrow číslo je dělitelné 24, právě když je dělitelné 3 a 8 najednou.

Př. 7: Jirka při pátrání na půdě objevil sáček s věcmi na sestavení poliček. V pytlíčku bylo 35 podložek, 42 šroubů, 56 maticek a 84 hřebíčků. Kolik poliček by šlo z kování v pytlíčku sestavit? Kolik kterých věcí je potřeba na smontování jedné poličky?

Pokud by součástky v pytlíčku byly na sestavení například 5 poliček, musely by být všechny počty součástek násobky 5 \Rightarrow hledáme společného dělitele počtů součástek (tedy číslo jehož násobky jsou všechny počty):

$$35 = 5 \cdot 7, 42 = 6 \cdot 7 = 2 \cdot 3 \cdot 7, 56 = 8 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7, 84 = 4 \cdot 21 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$D(35, 42, 56, 84) = 7 \Rightarrow$ v pytlíčku jsou součástky na sestavení 7 poliček. Na jednu poličku je třeba 5 podložek, 6 šroubů, 8 maticek a 12 hřebíčků.

Dalším řešením by také mohlo být, že součástky jsou pouze na sestavení jediné poličky (na kterou by pak bylo třeba 35 podložek, 42 šroubů, 56 maticek a 84 hřebíčků).

Shrnutí: Dělitelnost určujeme pomocí dělitelnosti ciferného součtu (3 a 9), poslední cifry (2, 5, 10), posledního dvojčíslí (4, 25, 50, 100) ...