

## 2.2.2 Zlomky I

**Předpoklady:** 020201

**Pedagogická poznámka:** V hodině je třeba postupovat tak, aby se ještě před jejím koncem začala vyplňovat tabulka u posledního příkladu 10 (příklad 8 je možné přeskočit a příklad 9 zadat za domácí práci).

V loňském roce jsme si zopakovali význam základních početních operací (sčítání, odčítání, násobení, dělení) s přirozenými čísly a nulou.

Sčítání a násobení tvoří dvojici spojovacích operací, které mají výhodné vlastnosti. Jednou z těchto vlastností je skutečnost, že součtem (vynásobením) dvou přirozených čísel získáme opět přirozené číslo.

S odčítáním je problém:

- $9 - 6 = 3$  vyšlo přirozené číslo,
- $6 - 9 = ?$  těžko říct, co vlastně vyšlo.

⇒ Vytvořili jsme nová čísla, abychom mohli předchozí příklad vyřešit:  $6 - 9 = -3$ .

Co znamená -3?

-3 je číslo o tři menší než nula, označujeme ho jako záporné číslo.

Záporná čísla modelujeme jako:

- dluhy,
- teploty pod nulou,
- ....

Odečítání není jedinou operací, pro kterou nevystačíme s přirozenými čísly. Co vyjde, když zkusíme spočítat  $3 : 4$  ?

Zkusíme model dělení:

Máme tři předměty ⇒ pokud dáme na první tři hromádky po jednom předmětu, nebudeme mít nic na čtvrtou hromádku ⇒ potřebujeme víc kousků.

Některé předměty (chleba, listy papíru, nějaký objem vody) můžeme dělit na kousky ⇒ každý ze tří předmětů rozdělíme na čtyři kousky ⇒ získáme 12 kousků, které je možné rozdělit na čtyři hromádky po třech.

Kolik mám na jedné hromádce?

3 čtvrtinové kousky ⇒ výsledek popisují dvě čísla:

- 3 počet kousků (násobení - kolikrát máme kousek),
- 4 velikost kousků (dělení - na kolik částí jsme dělili).

⇒ Potřebujeme nějaký grafický způsob, jak zapsat obě čísla do jednoho symbolu:  $3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

(číslo tři nad zlomkovou čarou označujeme jako čítec, číslo čtyři pod zlomkovou čarou označujeme jako jmenovatel), celý zápis pak jako zlomek.

zlomková čára →  $\frac{3}{4}$

čítatel ← 3

jmenovatel ← 4

**Př. 1:** Vysvětli označení jmenovatel a číselník.

Jmenovatel - rozhoduje o pojmenování zlomku (třetiny, čtvrtiny, ...) určuje (pojmenovává) velikost částí.

Číselník - počítá počet částí.

**Př. 2:** Zapiš zlomkem:

a) jednu čtvrtinu      b) tři osminy      c) pět jedenáctin      d) dvacet třiceti jednin

a) jedna čtvrtina:  $\frac{1}{4}$       b) tři osminy:  $\frac{3}{8}$       c) pět jedenáctin:  $\frac{5}{11}$

d) dvacet třiceti jednin:  $\frac{20}{31}$

**Př. 3:** Přečti zlomky.

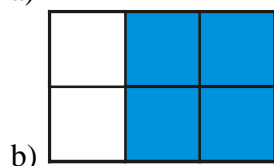
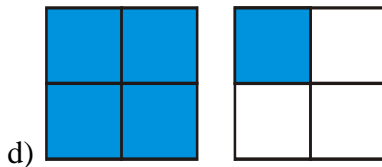
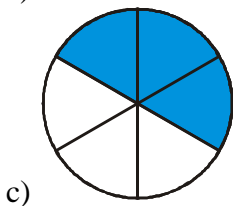
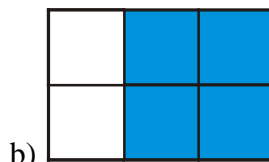
a)  $\frac{3}{5}$       b)  $\frac{0}{2}$       c)  $\frac{11}{12}$       d)  $\frac{7}{152}$       e)  $\frac{2}{0}$

a)  $\frac{3}{5}$ : tři pětiny      b)  $\frac{0}{2}$ : nula polovin      c)  $\frac{11}{12}$ : jedenáct dvanáctin

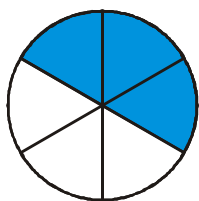
d)  $\frac{7}{152}$ : sedm sto dva a padesátin      e)  $\frac{2}{0}$ : přečetlo by se to jako dvě nultiny, ale nemá to smysl, protože nulou dělit nejde (na nulu hromad nejde rozdat).

**Pedagogická poznámka:** Bod e) je zařazen schválně jako test pozornosti (příjemně mě překvapilo, kolik žáků se ozvalo, že jde o nesmysl).

**Př. 4:** Zapiš zlomkem, jaká část útvaru je vybarvena.

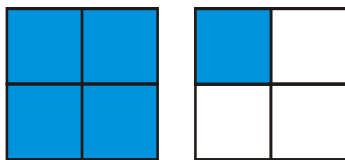


$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$  ( $\frac{2}{3}$  - vybarvené jsou dva sloupce ze tří,  $\frac{4}{6}$  - vybarvené jsou čtyři čtverečky ze šesti)



$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  ( $\frac{1}{2}$  - vybarvená je polovina kruhu,  $\frac{3}{6}$  - vybarvené jsou výseče ze šesti)

c)

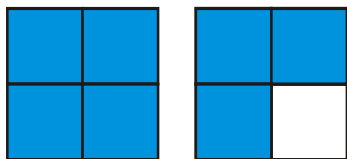


$\frac{5}{4}$  nebo  $\frac{5}{8}$  podle toho, jestli za celek považujeme jeden čtverec (potom pracujeme se čtvrtinami) nebo oba čtverce dohromady (pak s osminami).

d)

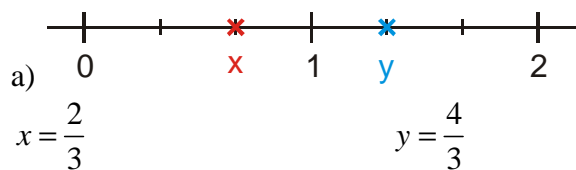
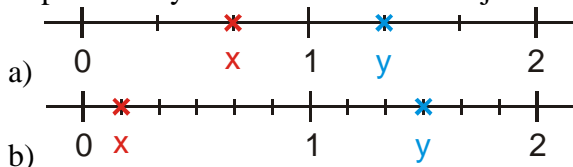
**Pedagogická poznámka:** Diskuse o nejednoznačnostech v bodech b), c) a d) může být velmi zajímavá, v každém případě je třeba dojít k tomu, že body b), c) se liší od bodu d). V bodech b), c) máme shodu o velikosti celku a lišíme se v tom, na kolik dílů ho dělíme, v bodě d) se neshodujeme na velikosti celku a tedy ani na počtu dílů (které jsou při tom pořád stejné). V bodech b) a c) zapisujeme dvěma způsoby to samé (část jednoho celku), v bodech d) zapisujeme dvě různé věci (více než jeden celek nebo méně než celek).

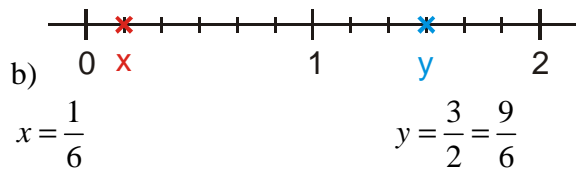
**Domluva:** Pokud obrázek obsahuje více stejných útvarů, považujeme každý útvar za jeden celek. Na následujícím obrázku je zachycen zlomek  $\frac{7}{4}$ .



**Pedagogická poznámka:** Následující příklad je nejproblematictější místem celé hodiny. Důvod tkví v tom, že se zde poprvé předchází od zlomku jako operátoru (poloviny z něčeho) ke zlomku jako hodnotě (poloviny z jedné). Od žáků, kteří setrvávají u zlomku jako operátoru, získáte v bodu a) výsledky  $x = \frac{2}{6}$ ,  $y = \frac{4}{6}$ . V takovém případě je třeba se domluvit, že pokud není uvedeno z čeho zjišťujeme část, zjišťujeme část z jedné, celek je tedy jednička, a dílky na ose bodu a) mají velikost jedné třetiny.

**Př. 5:** Zapiš čísla vyznačená na číselné ose jako zlomky.





**Př. 6:** Které z uvedených zlomků jsou větší než 1? Jak to můžeme snadno poznat?

- a)  $\frac{11}{12}$       b)  $\frac{8}{3}$       c)  $\frac{4}{105}$       d)  $\frac{51}{4}$       e)  $\frac{0}{3}$

Větší než 1 jsou zlomky:  $\frac{8}{3}$ ;  $\frac{51}{4}$ . Zlomek je větší než 1, když je číselník větší než jmenovatel.

**Př. 7:** Kolik celků představují následující zlomky?

- a)  $\frac{6}{3}$       b)  $\frac{8}{2}$       c)  $\frac{25}{5}$       d)  $\frac{77}{7}$       e)  $\frac{531}{3}$

a)  $\frac{6}{3} = 6 : 3 = 2$       b)  $\frac{8}{2} = 8 : 2 = 4$       c)  $\frac{25}{5} = 25 : 5 = 5$

d)  $\frac{77}{7} = 77 : 7 = 11$       e)  $\frac{531}{3} = 531 : 3 = 177$

**Př. 8:** Klasické balení másla má hmotnost  $\frac{1}{4}$  kg. Kolik kg másla je v krabici, která obsahuje 50 balení? Zapiš výsledek zlomkem i desetinným číslem.

Krabice obsahuje  $50 \cdot \frac{1}{4} = \frac{50}{4}$  kg másla.

$$\begin{array}{r} 50 : 4 = 12,5 \\ 10 \\ 20 \\ 0 \end{array}$$

Krabice obsahuje 12,5 kg másla (48 balení, která dohromady váží 12 kg a 2 balení, která dohromady váží půl kg).

**Př. 9:** Kolik minut je:

- a)  $\frac{1}{2}$  hod;      b)  $\frac{1}{4}$  hod;      c)  $\frac{3}{4}$  hod;      d)  $\frac{1}{3}$  hod;      e)  $\frac{2}{3}$  hod;  
 f)  $\frac{1}{5}$  hod;      g)  $\frac{3}{5}$  hod;      h)  $\frac{1}{10}$  hod;      i)  $\frac{7}{20}$  hod

1 hodina představuje 60 minut.

a)  $\frac{1}{2}$  hod:  $60 : 2 = 30 \Rightarrow \frac{1}{2}$  hod = 30 min .

b)  $\frac{1}{4}$  hod:  $60 : 4 = 15 \Rightarrow \frac{1}{4}$  hod = 15 min .

c)  $\frac{3}{4}$  hod :  $60 : 4 = 15$ ,  $15 \cdot 3 = 45 \Rightarrow \frac{3}{4}$  hod = 45 min .

d)  $\frac{1}{3}$  hod :  $60 : 3 = 20 \Rightarrow \frac{1}{3}$  hod = 20 min .

e)  $\frac{2}{3}$  hod :  $60 : 3 = 20$ ,  $2 \cdot 20 = 40 \Rightarrow \frac{2}{3}$  hod = 40 min .

f)  $\frac{1}{5}$  hod :  $60 : 5 = 12 \Rightarrow \frac{1}{5}$  hod = 12 min .

g)  $\frac{3}{5}$  hod :  $60 : 5 = 12$ ,  $3 \cdot 12 = 36 \Rightarrow \frac{3}{5}$  hod = 36 min .

h)  $\frac{1}{10}$  hod :  $60 : 10 = 6 \Rightarrow \frac{1}{10}$  hod = 6 min .

i)  $\frac{7}{20}$  hod :  $60 : 20 = 3$ ,  $7 \cdot 3 = 21 \Rightarrow \frac{7}{20}$  hod = 21 min .

**Př. 10:** Náš postup při hledání výsledku pro dělení  $3 : 4$  můžeme zapsat do tabulky (pod zadáním). Najdi další způsoby, jak rozdělit 3 na čtyři hromádky. Připiš výsledky do tabulky (každý způsob jako nový řádek).

velikost dílu	počet kousků celkem	počet kousků na hromádce	výsledek
čtvrtina	$3 \cdot 4 = 12$	$12 : 4 = 3$	$\frac{3}{4}$

Dělit můžeme nekonečně mnoha způsoby.

díl	počet kousků celkem	počet kousků na hromádce	výsledek
osmina	$3 \cdot 8 = 24$	$24 : 4 = 6$	$\frac{6}{8}$
dvanáctina	$3 \cdot 12 = 36$	$36 : 4 = 9$	$\frac{9}{12}$
šestnáctina	$3 \cdot 16 = 48$	$48 : 4 = 12$	$\frac{12}{16}$
dvacetina	$3 \cdot 20 = 60$	$60 : 4 = 15$	$\frac{15}{20}$
čtyřiaadvacetina	$3 \cdot 24 = 72$	$72 : 4 = 18$	$\frac{18}{24}$

**Shrnutí:** Zlomek nám umožňuje zapsat elegantně  $\frac{\text{počet dílů}}{\text{velikost dílů}}$ .