

2.2.11 Porovnávání zlomků I

Předpoklady: 020210

Př. 1: Převed' zlomky na desetinná čísla, desetinná čísla na zlomky v základním tvaru.

a) $\frac{4}{5}$

b) 0,24

c) $\frac{3}{8}$

d) $\frac{7}{11}$

a) $\frac{4}{5} = 0,8$

b) $0,24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$

c) $\frac{3}{8} = \frac{15}{40} = \frac{75}{200} = \frac{375}{1000} = 0,375$

d) $\frac{7}{11} = 0,\overline{63}$

$7:11 = 0,636\dots$

$$\begin{array}{r} 70 \\ 40 \\ 7 \end{array}$$

Př. 2: Seřad' zlomky podle velikosti od nejmenšího: $\frac{7}{5}; \frac{2}{5}; \frac{0}{5}; -\frac{4}{5}; \frac{11}{5}$.

$$-\frac{4}{5} < \frac{0}{5} < \frac{2}{5} < \frac{7}{5} < \frac{11}{5}$$

Kladné zlomky jsou větší než nula, záporné jsou menší než nula. Kladné zlomky mají všechny stejné jmenovatele (stejně velké kousky) \Rightarrow záleží jen na velikostech čitatele (počtu kousků).

Př. 3: Seřad' zlomky podle velikosti od nejmenšího: $\frac{5}{4}; \frac{5}{11}; \frac{5}{1}; -\frac{5}{3}; \frac{5}{0}; -\frac{5}{6}$.

Zápis $\frac{5}{0}$ nepředstavuje zlomek, ale nesmysl, protože nemůžeme dělit nulou.

$$-\frac{5}{3} < -\frac{5}{6} < \frac{5}{11} < \frac{5}{4} < \frac{5}{1}$$

U kladných zlomků máme stejný počet dílů, různých velikostí \Rightarrow největší jsou zlomky s největšími dílky (a tedy s nejmenším jmenovatelem).

U záporných zlomků je uspořádání obrácené (jsou seřazeny osově souměrně s kladnými čísly).

Pedagogická poznámka: Žáky, kteří dokáží zařadit i nesmysl $\frac{0}{5}$ trestám mínusem. Poměrně

často se stává, že někdo zapomene opsat mínusy. Jednou to není problém, ale pokud se to stane v obou případech (navíc u druhého po kontrole prvního), je to na pováženu.

Př. 4: Dokonči pravidla.

- a) Ze dvou zlomků, které mají stejného jmenovatele, je větší ten, který má
 - b) Ze dvou zlomků, které mají stejného čitatele, je větší ten, který má
 - c) Zlomek je větší než jedna právě tehdy, když je
 - d) Zlomek je menší než jedna právě tehdy, když je
- Své řešení zdůvodni.

Následující řešení je typické, ale špatné (další diskuse pod příkladem).

- a) Ze dvou zlomků, které mají stejného jmenovatele, je větší ten, který má většího čitatele. (představuje větší počet stejných kousků)
- b) Ze dvou zlomků, které mají stejného čitatele, je větší ten, který má menšího čitatele. (představuje stejný počet větších kousků).
- c) Zlomek je větší než jedna právě tehdy, když je čítec větší než jmenovatel.
- d) Zlomek je menší než jedna právě tehdy, kdy je čítec menší než jmenovatel.

Pedagogická poznámka: Neukazujeme si řešení na tabuli, nechám někoho (kdo má ji má špatně) přečíst první větu. Poté následuje diskuse, po níž mají žáci čas si opravit následující body (což se většinou povede).

Podíváme se na řešení příkladu 1, které by mělo popisovat pravidlo 3 a). Platí pravidlo pro zlomky $-\frac{4}{5}$ a $\frac{2}{5}$? Určitě ne, platí $-\frac{4}{5} < \frac{2}{5}$, ale zároveň $4 > 2$.

Kde je problém?

Problémy, způsobilo záporné znaménko. Záporná čísla jsou na číselné ose uspořádaná obráceně, menší jsou ta, která jsou dále od nuly.

Jak problém vyřešíme?

Musíme věty zformulovat tak, aby se týkaly pouze kladných zlomků (a pamatovat si, že u záporných čísel je to obráceně).

- **Ze dvou kladných zlomků, které mají stejného jmenovatele, je větší ten, který má většího čitatele.**
- **Ze dvou kladných zlomků, které mají stejného čitatele, je větší ten, který má menšího čitatele.**
- **Kladný zlomek je větší než jedna právě tehdy, když je čítec větší než jmenovatel.**
- **Kladný zlomek je menší než jedna právě tehdy, kdy je čítec menší než jmenovatel.**

Př. 5: Porovnej dvojice zlomků. Porovnání proved' tak, aby se nejednalo o odhad a bylo zcela přesvědčivé (podložené výpočtem). Hledej různé metody řešení.

a) $\frac{5}{7}$ a $\frac{3}{4}$

b) $\frac{5}{9}$ a $\frac{4}{7}$

c) $\frac{7}{12}$ a $\frac{8}{15}$

d) $\frac{5}{4}$ a $\frac{13}{11}$

a) $\frac{5}{7}$ a $\frac{3}{4}$

Problém: Zlomky mají různé jmenovatele \Rightarrow představují různě velké kousky a nemá tedy smysl porovnávat jejich počet (jako v prvním příkladu).

Řešení: Můžeme kousky nakrájet tak, aby měly stejnou velikost (rozšířit zlomky tak, aby byl jmenovatel stejný).

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{20}{28} \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} = \frac{21}{28} \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{7} < \frac{3}{4}$$

$$\text{b) } \frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 7}{9 \cdot 7} = \frac{35}{63} \quad \frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 9}{7 \cdot 9} = \frac{36}{63} \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{9} < \frac{4}{7}$$

$$\text{c) } \frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{35}{60} \quad \frac{8}{15} = \frac{8 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{32}{60} \quad \Rightarrow \quad \frac{35}{60} > \frac{32}{60}$$

$$\text{d) } \frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 11}{4 \cdot 11} = \frac{55}{44} \quad \frac{13}{11} = \frac{13 \cdot 4}{11 \cdot 4} = \frac{52}{44} \quad \Rightarrow \quad \frac{55}{44} > \frac{52}{44}$$

Pedagogická poznámka: Příklad žáci řeší do konce hodiny, ke konci hodiny je vyzvu ke vzájemné výměně zkušeností v lavicích (případně i čtveřicích). Na závěru hodiny si zkontrolujeme výsledky, přehled a porovnávání metod necháváme na další hodinu.

Shrnutí: Zlomky se společným jmenovatelem nebo stejným čitatelem se porovnávají velmi snadno.