

2.2.12 Porovnávání zlomků II

Předpoklady: 020211

Pedagogická poznámka: Na začátku hodiny si ukazujeme různé způsoby porovnávání. Žáky vyzývám tak, aby se metody na tabuli objevily v následujícím pořadí. S velkou pravděpodobností se objeví všechny uvedené metody (křížové pravidlo určitě někdo slyšel od rodičů nebo starších sourozenců). Po napsání na tabuli je projdeme okomentujeme a porovnáme, někdo si určitě všimne, že jak křížové pravidlo, tak obrázek jsou v podstatě převedením zlomku na společného dělitele.

Postupy, kterými můžeme porovnat zlomky (například $\frac{5}{7}$ a $\frac{3}{4}$).

Převedení na desetinná čísla

Převedeme oba zlomky na desetinná čísla, která se porovnávají velmi snadno (nemusíme dělit až do úplného převedení, stačí než najdeme první různou cifru).

$$\begin{array}{r} 5 : 7 = 0,71\dots \\ 50 \\ 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 : 4 = 0,75 \\ 30 \\ 20 \\ 0 \end{array} \qquad \Rightarrow \frac{5}{7} < \frac{3}{4}$$

Převedení na stejného čitatele

Rozšíříme oba zlomky tak, aby se jejich čitatele rovnaly. V takovém případě je větší zlomek s menším jmenovatelem.

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{15}{21} \qquad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20} \qquad 21 > 20 \Rightarrow \frac{5}{7} < \frac{3}{4}$$

Převedení na společného jmenovatele

Rozšíříme oba zlomky stejné (společné) jmenovatele. V takovém případě je větší zlomek s větším čitatelem.

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{20}{28} \qquad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} = \frac{21}{28} \qquad 20 < 21 \Rightarrow \frac{5}{7} < \frac{3}{4}$$

Hodnoty jmenovatele nás nezajímají, můžeme výpočet trochu zkrátit takto:

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{20}{7 \cdot 4} \qquad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} = \frac{21}{4 \cdot 7}$$

Křížové pravidlo

$$\frac{5}{7} \text{ a } \frac{3}{4} : 5 \cdot 4 = 20, 3 \cdot 7 = 21 \qquad 20 < 21 \Rightarrow \frac{5}{7} < \frac{3}{4}$$

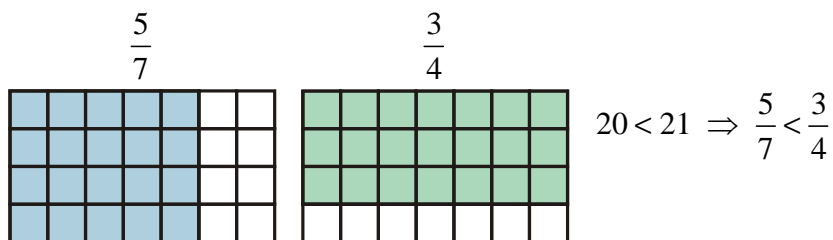
Jak poznáme, že ke zlomku $\frac{5}{7}$ patří číslo $5 \cdot 4 = 20$ a ne $3 \cdot 7 = 21$?

Číslo $5 \cdot 4 = 20$ je vlastně hodnotou čitatele zlomku $\frac{5}{7}$ po převedení na společného

jmenovatele se zlomkem $\frac{3}{4}$.

Obrázek

Nakreslíme si oba zlomky do obrázku, ve kterém je můžeme snadno porovnat.



Jde v podstatě opět o převedení na společného jmenovatele.

Př. 1: Která z uvedených metod bude nejvýhodnější pokud budeme porovnávat více zlomků najednou (například $\frac{5}{4}$, $\frac{13}{11}$ a $\frac{8}{7}$).

Zřejmě převedení na desetinné číslo. Ostatní metody umožňují porovnávat pouze dva zlomky najednou (nebo bychom museli hledat společný násobek pro tři čísla, což většinou vede k velkým číslům).

Př. 2: Porovnej zlomky.

a) $\frac{7}{11}$ a $\frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{11}$ a $\frac{3}{17}$

c) $\frac{12}{33}$ a $\frac{7}{19}$

a) $\frac{7}{11}$ a $\frac{2}{3}$ $7 \cdot 3 = 21$ $2 \cdot 11 = 22$ $\Rightarrow \frac{7}{11} < \frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{11}$ a $\frac{3}{17}$ $2 \cdot 17 = 34$ $3 \cdot 11 = 33$ $\Rightarrow \frac{2}{11} > \frac{3}{17}$

c) $\frac{12}{33}$ a $\frac{7}{19}$ $12 \cdot 19 = 228$ $7 \cdot 33 = 231$ $\Rightarrow \frac{12}{33} < \frac{7}{19}$

Pedagogická poznámka: Slabší žáci spočtou součiny, ale nedokážou je přiřadit ke zlomkům. Nikdy to neříkám, ale připomínám rozšiřování z příkladu 4.

Př. 3: Rozhodni bez výpočtu o správnosti následujících nerovností. Rozhodnutí zdůvodni.

a) $\frac{11}{10} > \frac{15}{16}$

b) $\frac{20}{11} > \frac{7}{3}$

c) $\frac{13}{14} < \frac{17}{18}$

d) $\frac{15}{4} > \frac{25}{6}$

a) $\frac{11}{10} > \frac{15}{16}$, platí $\frac{11}{10} > 1$, $\frac{15}{16} < 1 \Rightarrow \frac{11}{10} > \frac{15}{16}$ nerovnost je správně.

b) $\frac{20}{11} > \frac{7}{3}$, platí $\frac{20}{11} < 2$, $\frac{7}{3} > 2 \Rightarrow$ platí $\frac{20}{11} < \frac{7}{3}$, nerovnost je nesprávně.

c) $\frac{13}{14} < \frac{17}{18}$, platí $\frac{13}{14} < 1$ o $\frac{1}{14}$, $\frac{17}{18} < 1$ o $\frac{1}{18} \Rightarrow \frac{13}{14} < \frac{17}{18}$, nerovnost je správně.

d) $\frac{15}{4} > \frac{25}{6}$, platí $\frac{15}{4} < 4$, $\frac{25}{4} > 4 \Rightarrow$ platí $\frac{15}{4} < \frac{25}{6}$, nerovnost je nesprávně.

Př. 4: Uspořádej bez výpočtů podle velikosti od nejmenšího zlomky:

a) $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}; \frac{7}{8}; \frac{8}{9}; \frac{9}{10}$

b) $\frac{5}{2}; \frac{7}{3}; \frac{9}{4}; \frac{11}{5}; \frac{13}{6}; \frac{15}{7}; \frac{17}{8}; \frac{19}{9}; \frac{21}{10}$

Své rozhodnutí zdůvodni.

a) $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{5}{6} < \frac{6}{7} < \frac{7}{8} < \frac{8}{9} < \frac{9}{10}$

Každý ze zlomků je o jeden svůj kousek menší než 1, protože tyto kousky jsou od leva doprava čím dál menší (od $\frac{1}{2}$ do $\frac{1}{10}$), jsou zlomky čím dál větší.

b) $\frac{5}{2} > \frac{7}{3} > \frac{9}{4} > \frac{11}{5} > \frac{13}{6} > \frac{15}{7} > \frac{17}{8} > \frac{19}{9} > \frac{21}{10}$

Každý ze zlomků je o jeden svůj kousek větší než 2, protože tyto kousky jsou od leva doprava čím dál menší (od $\frac{1}{2}$ do $\frac{1}{10}$), jsou zlomky čím dál menší.

Př. 5: Uspořádej trojice čísel podle velikosti.

a) $\frac{5}{6}; \frac{9}{12}; \frac{17}{18}$ b) $\frac{3}{4}; \frac{7}{8}; \frac{10}{12}$ c) $\frac{7}{5}; 1,3; 1\frac{1}{4}$

a) $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$, $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ (je tedy menší než $\frac{5}{6}$) $\Rightarrow \frac{9}{12} < \frac{5}{6} < \frac{17}{18}$

b) $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$ $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$ $\frac{10}{12} = \frac{20}{24}$ $\Rightarrow \frac{3}{4} < \frac{10}{12} < \frac{7}{8}$

c) $7:5=1,4$ $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ $5:4=1,25$
 $\frac{20}{0}$ $\frac{10}{20}$ $\frac{7}{5}$ $\Rightarrow 1\frac{1}{4} < 1,3 < \frac{7}{5}$

Př. 6: Míchal se hádal se Slávou, kdo má větší kus viny na chabém vítězství. Zakroužkuj v tabulce, kdo má větší vinu.

Michal	0,2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{11}$	0,65	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{7}$	0,56	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{11}$	0,77	0,625
Sláva	$\frac{1}{4}$	0,33	0,11	$\frac{2}{3}$	0,01	0,43	$\frac{5}{9}$	0,16	0,45	$\frac{7}{9}$	$\frac{5}{8}$

Michal	0,2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{11}$	0,65	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{7}$	0,56	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{11}$	0,77	0,625
--------	-----	---------------	----------------	------	-----------------	---------------	------	---------------	----------------	------	-------

Sláva	$\frac{1}{4}$	0,33	0,11	$\frac{2}{3}$	0,01	0,43	$\frac{5}{9}$	0,16	0,45	$\frac{7}{9}$	$\frac{5}{8}$
větší vína	S	M	S	S	oba stejně	S	M	M	M	S	oba stejně

Shrnutí: Zlomky můžeme porovnávat převedením na desetinná čísla nebo převedením na společného jmenovatele.