

2.2.14 Sčítání a odčítání zlomků I

Předpoklady: 020212

Pedagogická poznámka: Na příště doma zopakovat nejmenší společný násobek.

Př. 1: Vypočti.

a) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$ c) $\frac{11}{12} + \frac{7}{12} - \frac{19}{12}$ d) $2\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$ e) $1\frac{3}{5} - 2\frac{1}{5}$

a) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$ b) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2}{7}$ c) $\frac{11}{12} + \frac{7}{12} - \frac{19}{12} = \frac{18}{12} - \frac{19}{12} = -\frac{1}{12}$

d) $2\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ e) $1\frac{3}{5} - 2\frac{1}{5} = \frac{8}{5} - \frac{11}{5} = -\frac{3}{5}$

Př. 2: Vypočti.

a) $1 + \frac{3}{7}$ b) $3 - \frac{4}{5}$ c) $\frac{5}{11} - 1$ d) $3 - 2\frac{3}{4}$

a) $1 + \frac{3}{7} = \frac{7}{7} + \frac{3}{7} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$ b) $3 - \frac{4}{5} = \frac{15}{5} - \frac{4}{5} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$

c) $\frac{5}{11} - 1 = \frac{5}{11} - \frac{11}{11} = -\frac{6}{11}$ d) $3 - 2\frac{3}{4} = \frac{12}{4} - \frac{11}{4} = \frac{1}{4}$

Dodatek: Bod d) je možné počítat i takto $3 - 2 - \frac{3}{4} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.

Pedagogická poznámka: Velká většina žáků přejde přes předchozí příklad bez problémů. Ti, kteří se tady zaseknou, budou mít velké problémy i s následujícím příkladem.

Při sčítání (odčítání) zlomků se stejným jmenovatelem (při sčítání stejně velkých kousků) postupujeme stejně jako při obyčejném sčítání (odčítání).

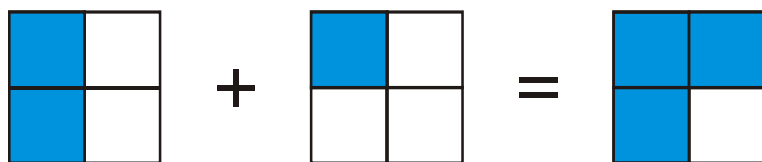
Př. 3: Vypočti. Znázorni i graficky.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

Problém: Kousky, které sčítáme, nejsou stejně velké \Rightarrow musíme nejdříve vyrobít stejně velké

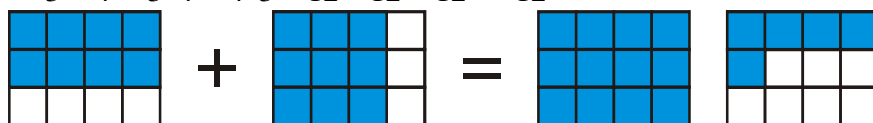
kousky. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$



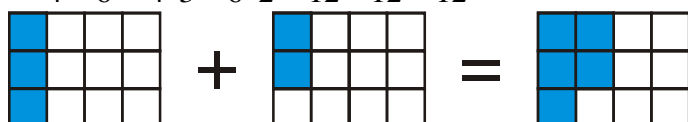
$$b) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$



$$c) \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12} = 1 \frac{5}{12}$$



$$d) \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$$



Pedagogická poznámka: U posledního bodu se určitě (zřejmě častěji) objeví postup

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 6}{4 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{6}{24} + \frac{4}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

. Je určitě správný, ale samotní žáci v diskusi dojdou k tomu, že komplikovanější. V tomto okamžiku však určitě neřešením nejmenší společný násobek jako nejlepší společný jmenovatel. Vrátime se k tomu v příští hodině.

Př. 4: Zformuluj postup jak sčítat a odčítat zlomky. Postup formuluj tak, aby byl použitelný ve všech případech.

1. Pokud zlomky nemají stejné jmenovatele, převedeme je na společného jmenovatele.
2. Sečteme (odečteme) čitatele zlomků.
3. Pokud to jde, zkrátíme zlomek na základní tvar.

Postup při sčítání (odčítání zlomků)

- Pokud zlomky nemají stejné jmenovatele, převedeme je na společného jmenovatele.
- Sečteme (odečteme) čitatele zlomků.
- Pokud to jde, zkrátíme zlomek na základní tvar.

Pedagogická poznámka: U žáků, kteří mají tendenci spoléhat na nepochopené algoritmy se objevuje uvažování typu: "tohle vynásobím s tímhle a ...". Bojuji proti tomu všemi silami, snažím se pořád o to, aby postup neobsahoval žádné pevné algoritmy o

tom, které číslo s kterým násobit, ale pouze logické úvahy typu "musím najít společného jmenovatele".

Př. 5: Vypočti.

a) $\frac{3}{4} + \frac{1}{5}$

b) $\frac{3}{5} - \frac{5}{10}$

c) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$

d) $\frac{3}{4} - \frac{5}{7}$

a) $\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5}{20} + \frac{1 \cdot 4}{20} = \frac{19}{20}$

b) $\frac{3}{5} - \frac{5}{10} = \frac{6}{10} - \frac{5}{10} = \frac{1}{10}$

c) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 5}{15} + \frac{4 \cdot 3}{15} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15} = 1 \frac{7}{15}$

d) $\frac{3}{4} - \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 7 - 5 \cdot 4}{28} = \frac{21 - 20}{28} = \frac{1}{28}$

Pedagogická poznámka: Různé druhy zápisu střídám schválně, abych ztížil upevňování tupých algoritmů.

Př. 6: Před chvílí zazvonilo, učitel vchází do třídy. Polovina žáků ještě hledá něco v tašce, třetina se zvolna přesouvá na svá místa. Jen čtyři žáci stojí a zdraví se s učitelem. Kolik je ve třídě žáků?

Polovina a třetina žáků nezdraví \Rightarrow nezdraví $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ žáků \Rightarrow zdraví $\frac{1}{6}$ žáků (čtyři žáci).

Ve třídě je $6 \cdot 4 = 24$ žáků.

Př. 7: Studenti jedou na výlet. Tři sedminy studentů nemají problém s jízdou v autobuse, třetina si vzala před cestou Kinedryl. 10 zoufalců, kterým se dělá špatně, ale na tabletku zapomněli, se tiše modlí, aby autobus co nejdřív zastavil. Kolik dětí je v autobuse?

Studenti, kteří se nemodlí: $\frac{3}{7} + \frac{1}{3} = \frac{9}{21} + \frac{7}{21} = \frac{16}{21} \Rightarrow$ modlí se $\frac{5}{21}$ studentů.

$\frac{5}{21}$ studentů ... 10 studentů

$\frac{1}{21}$ studentů ... $10 : 5 = 2$ studenti.

V autobuse je $21 \cdot 2 = 42$ studentů.

Př. 8: Jen polovina žáků odevzdala protokol a z nich jen třetina ho napsala bez chyb a nemusí ho předělávat. Svou povinnost tak stále ještě nesplnilo 20 studentů. Kolik je ve třídě žáků? Kolik už má protokol hotový?

Odevzdala protokol ... $\frac{1}{2}$ žáků.

Napsala bez chyb ... $\frac{1}{3}$ z $\frac{1}{2}$, kteří ho odevzdali \Rightarrow povinnost splnila $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ třídy.

Nesplnilo úkol $\frac{5}{6}$... 20 studentů.

$\frac{1}{6}$... $20 : 5 = 4$ studenti.

Ve třídě je $4 \cdot 6 = 24$ studentů, protokol má hotový 4 studenti.

Pedagogická poznámka: Následující příklad je domácí cvičení, pro žáky, kteří nezvládli v hodině cvičení 5.

Př. 9: Vypočti.

a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{5} + \frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{3} - \frac{3}{10}$ d) $\frac{1}{2} - \frac{3}{8}$ e) $\frac{5}{3} + \frac{3}{7}$ f) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$

a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{2 \cdot 6}{5 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{12}{30} + \frac{5}{30} = \frac{17}{30}$

c) $\frac{2}{3} - \frac{3}{10} = \frac{2 \cdot 10}{3 \cdot 10} - \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{20}{30} - \frac{9}{30} = \frac{11}{30}$

d) $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} - \frac{3 \cdot 4}{8 \cdot 4} = \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$

e) $\frac{5}{3} + \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 7} + \frac{3 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{35}{21} + \frac{9}{21} = \frac{44}{21} = 2 \frac{2}{21}$

f) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} - \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$

Shrnutí: Sčítat i odčítat můžeme snadno zlomky se stejným jmenovatelem.